Strömungsmaschinen

Von

Carl Pfleiderer

Dr.-Ing., Dr.-Ing. E. h.

Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig

Mit 200 Abbildungen

Springer-Verlag

Berlin / Göttingen / Heidelberg

1952

Vorwort.

Eine zusammenfassende Behandlung mehrerer Wissensgebiete, wie sie dieses Buch darbietet, kann die Befürchtung auslösen, daß mit der Zusammenfassung eine Verflachung verbunden sei. Auch kann es als ein Umweg betrachtet werden, wenn derjenige, welcher sich nur für ein einziges Gebiet, beispielsweise für Dampfturbinen, interessiert, sich auch mit anderen Wissensstoffen, beispielsweise Wasserturbinen oder Kreiselpumpen, beschäftigen soll.

Beide Einwände sind beachtlich, wenn es sich um die Vereinigung wesensfremder Stoffe handelt, also keine verbindenden Gedankengänge eingeflochten werden können. Sie erweisen sich aber in dem Fall nicht bloß als hinfällig, sondern werden in ihr Gegenteil verkehrt, wenn die zusammengefaßten Gebiete die gleiche oder ähnliche Grundlage haben und eine Kenntnis der Zusammenhänge angestrebt wird, wie man sie etwa vom Hochschulunterricht erwartet.

Die vergleichende Behandlung gibt nämlich die Möglichkeit, die Unterschiede der einzelnen Erscheinungsformen, die trotz der Gemeinsamkeit der Merkmale vorhanden sind, herauszuarbeiten und die Ursachen ihrer Entstehung zu klären, also ein besonders tiefes Eindringen in den Stoff zu ermöglichen[1]. Ganz von selbst ergeben sich die so wichtigen Querverbindungen zwischen den einzelnen Gebieten, die dem Lernenden das Eindringen in den Wissensstoff erleichtern. Das getrennte Verfahren ist schon aus dem Grunde unbefriedigend, weil es nicht die Aufgabe der Erziehung sein kann, Spezialisten zu züchten, die sich jeweils nur für ein Fach interessieren und denen der Zusammenhang mit den Nachbargebieten gleichgültig ist. Eine solche Einstellung wäre eine Versündigung gegen den Sinn der Erziehung.

Auf keinem Gebiet dürfte die vergleichende Behandlung so notwendig und so erfolgreich sein wie gerade im Ingenieurwesen, insbesondere im Maschinenbau, weil es hier bisher — mit wenig Ausnahmen — üblich war, die Verschiedenheiten im äußeren Erscheinungsbild stark zu betonen und verwandte Gebiete getrennt zu behandeln. Was seinem Wesen nach gleich ist, muß jedoch als gleich behandelt werden, auch wenn das Erscheinungsbild verschieden ist, damit dem Lernenden eine wissenschaftliche Durchdringung gelingt. Denn der Gedankengang bis zur Ausbildung der fertigen Maschine ist stets ähnlich. Man kann die Eigenart des Konstruierens an den verschiedensten Maschinenarten lernen, aber die getrennte Behandlung von Gebieten, welche gleichartige Merk-

---

[1] Vgl. hierzu C. Pfleiderer, „Vergleichende Behandlung der Strömungsmaschinen im Hochschulunterricht". Z. VDI Bd. 90 (1948) S. 45. Ferner Jahrbuch der Technischen Hochschule Braunschweig 1952.

male haben, bringt die Gefahr der Betonung der äußeren Erscheinungsform mit sich und erschwert die Gewinnung einer Übersicht, kostet also zusätzliche Mühe und Zeit. Auch der in der Praxis tätige Fachmann tut gut, die Nachbargebiete zu verfolgen, weil er Anregungen erhält und sein eigenes Gebiet besser erfaßt.

Man sieht also, daß die getrennte Behandlung verschiedener Gebiete solange falsch ist, als gemeinsame Merkmale im Vordergrund stehen. In diesem Fall führt allein die Zusammenfassung in den Wesenskern des Sachverhaltes hinein. Besonders für den Hochschulunterricht ist die Erfassung der gemeinsamen Merkmale wichtig. Nur auf dem Weg einer solchen Synthese können die technischen Hochschulen der raschen Ausdehnung der Ingenieurwissenschaften folgen, ohne an akademischem Niveau zu verlieren und die Studienzeit zu verlängern.

Naturgemäß hat jedes Gebiet seine Besonderheiten, bei deren Untersuchung die Zusammenfassung keinen Nutzen bringt und deshalb keine Berechtigung mehr hat. Die Trennung sollte aber grundsätzlich so spät wie möglich einsetzen. Sie braucht in vielen Fällen erst außerhalb des an Hochschulen zu behandelnden Wissensumfanges zu erfolgen oder kann dort durch ergänzende Vorlesungen über Sondergebiete Berücksichtigung finden. Dies trifft insbesondere für das hier behandelte Gebiet der *Strömungsmaschinen* zu. Es ist eine wesentliche Aufgabe des vorliegenden Buches, hierfür einen Weg aufzuzeigen. Deshalb mußte die stoffliche Einteilung den Verhältnissen der Hochschule angepaßt werden.

Bereits vor einigen Jahren habe ich mein (im gleichen Verlag erschienenes) Buch „Die Kreiselpumpen" auf die Behandlung der Verdichter ausgedehnt. Ich gehe mit dem vorliegenden Werk noch einen wesentlichen Schritt weiter und fasse Wasserturbinen, Dampfturbinen, Kreiselverdichter und Kreiselpumpen, also Kraft- und Arbeitsmaschinen zusammen, weil ihre Wirkung durch gleichartige Strömungsvorgänge in Schaufelrädern bedingt ist. Ich habe mich zu dieser Abfassung eines Buches, das teilweise in das Vorhandene übergreift, nicht leichten Herzens entschlossen, glaubte aber dem Zwang, daß über die Zweckmäßigkeit einer Zusammenfassung der Strömungsmaschinen nur die Tat entscheidet, nicht aus dem Wege gehen zu dürfen. Die Zusammenfassung von Turbinen und Pumpen mag verwundern, weil hier die Richtung der Energieumsetzung entgegengesetzt ist. Aber auch dies ist berechtigt, weil das Strombild einer reibungsfreien Strömung unabhängig von der Richtung der Strömung ist und das gleiche Schaufelrad grundsätzlich sowohl in einer Turbine wie in einer Pumpe verwendet werden kann. Daß die Reibung in Turbinen anders zu behandeln ist als in Pumpen, kann meist in einem einfachen Vorzeichenwechsel Ausdruck finden, obwohl die Beeinflussung des Strömungsbildes durch die Reibung beachtet werden muß. Die Gemeinsamkeit der Behandlung wird auch durch die Verschiedenheit des Aggregatzustandes, d. h. dadurch, daß die strömende Flüssigkeit tropfbar oder gasförmig sein kann, wenig beeinträchtigt, denn die Einheit der anzuwendenden Strömungsgesetze besteht trotzdem in weitem Bereich, obwohl nicht zu verkennen ist, daß der Dichte-

und Temperatureinfluß erhebliche Auswirkung auf die Bauform besitzt und in gewissen Bereichen auch gesonderte Behandlung erfordert. Zur Beschränkung des Umfanges sind die Grundlagenfächer: Strömungslehre, Wärmelehre (insbesondere Kreisprozesse), sowie Festigkeitslehre als bekannt vorausgesetzt worden, zudem eine Herausarbeitung der *baulichen* Gesichtspunkte die Aufgabe des Buches bildet.

Die Art der Darstellung ist, wie erwähnt, abgestellt auf den Hochschulunterricht und beschränkt sich auf das in den Vorlesungen über Turbinen und Pumpen zu bietende Wissen. Der Verzicht auf die Behandlung der Strömungslehre ist mir nicht leicht gefallen. Er konnte aus dem Grund verantwortet werden, weil dieses Gebiet in meinem schon erwähnten Buch „Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase“ etwa in dem notwendigen Umfang berücksichtigt wird. Dieses Buch ist auch insofern eine Ergänzung des vorliegenden, als es Sonderaufgaben des Pumpenbaues vertieft behandelt. Andererseits konnten in dem vorliegenden Werk neuere Erfahrungen berücksichtigt werden. Die einstufigen Ausführungsformen aller Maschinenarten konnten gemeinsam bearbeitet werden, gleichgültig, ob es sich um Turbinen oder Pumpen handelt. Dem axialen Schaufelrad ist im Hinblick auf die neuere Entwicklung des Axialverdichters und der Axialturbine besondere Beachtung geschenkt. Die mehrstufigen Dampf- bzw. Gasturbinen und mehrstufigen Verdichter sind wieder getrennt worden, allerdings unter Beachtung, daß viele Gemeinsamkeiten vorliegen, die eine gegenseitige Bezugnahme bedingen. Die äußere Trennung wurde vorgenommen, weil sonst die bisher üblichen Rechenverfahren hätten weitgehend verlassen werden müssen, was den Übergang auf die gewählte Betrachtungsweise erschwert hätte und deshalb nicht zweckmäßig schien. Aus diesem Grund kann das Gebotene nur als erster Gehversuch auf dem Weg der Vereinheitlichung betrachtet werden. Dort wo es sich um das betriebliche Verhalten und die Ableitung von Kennlinien handelt, mußte zwischen Turbinen und Pumpen unterschieden werden, weil die betriebliche Verwendung eine entgegengesetzte ist. Die Ähnlichkeit der Ableitungen tritt aber auch bei diesen Kapiteln hervor.

Im Sinne der verfolgten Absicht sind Verfahren oder Einrichtungen, die nur bei *einer* Art von Strömungsmaschinen gebraucht werden, nicht eingehend berücksichtigt worden. Hierher gehören die Kühlung beim Verdichter, Zwischenüberhitzung bei der Dampfturbine, Zwischenverbrennung und Kühlung bei der Gasturbine. Entsprechendes gilt für die Regelung und alle mit den Gesamtanlagen zusammenhängenden Fragen, die in die Sonderliteratur gehören. Die Benutzung von Spezialwerken kann also nach wie vor nicht entbehrt werden. Sie wird aber durch die bei der vergleichenden Behandlung gewonnene Übersicht erleichtert, denn „die Vielseitigkeit bereitet das Element vor, worin die Einseitigkeit wirken kann“ (Goethe in „Wilhelm Meisters Wanderjahre“).

Bei der Bearbeitung ergaben sich Schwierigkeiten dadurch, daß die Bezeichnungen auf den verschiedenen Gebieten bisher nicht einheitlich waren. Diese Unterschiede mußten angeglichen werden. Im besonderen mußten die Formelzeichen so eingerichtet werden, daß man von der

Strömungsrichtung, also davon unabhängig wurde, ob die betrachtete Maschine als Pumpe oder als Turbine arbeitet. Das bedingte, daß die bisherigen Formelzeichen entweder bei der Turbine oder der Pumpe verlassen werden mußten. Es ergab die sinnvollste Lösung, wenn die Bezeichnungsweise der Turbine an die der Pumpe angepaßt wurde. Ferner mußten aus der gleichen Überlegung heraus Ausdrücke wie „Eintrittskante“, „Austrittskante“ der Schaufel möglichst vermieden und durch „Saugkante“ oder „Druckkante“ ersetzt werden, denn jede Schaufelkante kann sowohl am Eintritt wie am Austritt des Schaufelrades liegen, je nachdem das Rad als Pumpe oder Turbine arbeitet.

Die Zustände vor und hinter der Maschine, d. h. an den Punkten, die den Lieferungsumfang der einschlägigen Maschinenfabrik begrenzen, werden ebenfalls so bezeichnet, daß lediglich die Energiebeladung, aber nicht die Strömungsrichtung maßgebend ist. Das druckseitige Maschinenende erhält das Fußzeichen „D“ (Druck) und das saugseitige Maschinenende das Fußzeichen „S“ (Saug).

Ich bin mir bewußt, daß diese Vereinheitlichung der Bezeichnungen bei Heranziehung der bisherigen Literatur bisweilen stören wird und ich habe mich nur dazu entschlossen, weil die Durchführbarkeit der zusammenfassenden Behandlung hiervon abhängt. Ich hoffe, daß der Leser bereit ist, diese Umstellung im Hinblick auf die erzielte Einheitlichkeit in Kauf zu nehmen.

Es sei an dieser Stelle noch ein Wort über die Bedeutung des Konstruktionsunterrichtes im Rahmen der hier vorgenommenen Behandlungsart angeführt. Die Herausarbeitung der gemeinsamen und unterschiedlichen Gesichtspunkte, wie sie in dem vorliegenden Buch beabsichtigt ist, ermöglicht ein tieferes Eindringen in den Gedankeninhalt des Stoffes. Sie soll aber nicht zu einer theoretischen Maschinenlehre alten Stils werden. Das Wesen der Ingenieurarbeit lernt man nur am Objekt. Deshalb darf das Konstruieren und Rechnen an Hand von konkreten Beispielen der Praxis nicht zu kurz kommen, schon deshalb nicht, weil die Gewinnung einer Übersicht und die Beschäftigung mit den Zusammenhängen leicht eine Unterschätzung des Einzelteiles mit sich bringt, die verhängnisvoll sein würde. Als Gegengewicht zur Schulung im Grundsätzlichen muß deshalb die Beschäftigung mit praktischen Beispielen im Konstruieren und Rechnen gepflegt werden. Aus diesem Grund wurden auch, wo irgend möglich, Anwendungsbeispiele eingeschaltet.

Bei der Ausarbeitung der Übungsbeispiele haben mich die Assistenten meines Lehrstuhles tatkräftig unterstützt. Ihnen an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen, ist mir ein besonderes Bedürfnis. Dem Springer-Verlag danke ich für das auch hier wieder bewiesene weitgehende Entgegenkommen.

Braunschweig, im Frühjahr 1952.

Carl Pfleiderer

Inhaltsverzeichnis.

Übersicht über die wichtigsten Bezeichnungen.

u Umfangsgeschwindigkeit (Führungsgeschwindigkeit), d. h. die Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt des Laufrades bewegt,

c absolute Geschwindigkeit des betrachteten Flüssigkeitsteilchens an dem erwähnten Radpunkt, d. h. Geschwindigkeit gegenüber der ruhenden Umgebung,

w dessen relative Geschwindigkeit (die bei unendlich dicht stehenden Schaufeln in die Richtung der Schaufel fällt),

α Winkel zwischen u und c,

β Winkel zwischen w und der *negativen* u-Richtung,

D $= 2r$ Raddurchmesser in m,

b Breite der Strömung im Meridianschnitt in m (Radbreite).

Es betreffen die Fußzeichen:

$_0$ eine Stelle in der ungestörten Strömung am saugseitigen Umfang des Laufschaufelkranzes, also außerhalb des Laufkanals,

$_1$ eine Stelle in der schaufelkongruenten Strömung am saugseitigen Umfang des Laufschaufelkranzes, jedoch innerhalb des Laufkanals,

$_2$ eine Stelle in der schaufelkongruenten Strömung am druckseitigen Laufradumfang, aber gerade noch innerhalb des Laufkanals,

$_3$ eine Stelle in der ungestörten Strömnng am druckseitigen Laufradumfang, also außerhalb des Laufkanals,

$_4$ eine Stelle an der Kante der Leitschaufel, welche dem druckseitigen Umfang des Laufschaufelkranzes gegenüberliegt,

$_5$ eine Stelle an der im Bereich höheren Druckes gelegenen anderen Kante der Leitschaufel,

$_s$ eine Stelle am saugseitigen Ende der ganzen Maschine (Saugstutzen),

$_D$ eine Stelle am druckseitigen Ende der ganzen Maschine (Druckstutzen), an der sich in der Regel das Hauptabsperrventil befindet,

$_u$ eine Komponente in Umfangsrichtung, oder eine auf das Laufrad bezügliche Größe,

$_d$ eine auf das Leitrad (Diffusor oder Düse) bezügliche Größe,

$_m$ eine in die Meridianebene fallende Komponente oder eine auf mechanische Arbeit bezügliche Größe,

$_x$ einen Zustand des nicht stoßfreien Eintritts,

$_i$ eine auf die innere Arbeit bezügliche Größe.

In mkg/kg *oder* m *Flüssigkeitssäule bezeichnen:*

H Förder- bzw. Fallhöhe, bzw. die entsprechende Arbeit je kg Flüssigkeit,

H_p Spaltdruckhöhe,

H_{th} theoretische Förderhöhe, d. h. Schaufelarbeit je kg Flüssigkeit,

H_s Saughöhe von Pumpen, d. h. Unterdruck am Saugstutzen in Höhe des Wellenmittels gegenüber dem Unterwasserspiegel,

H_s' gesamte Saughöhe, d. h. Unterdruck am Saugstutzen in Höhe des Ortes der Kavitation,

H_t Dampfspannung der Arbeitsflüssigkeit bei ihrer vorhandenen Temperatur,

Z Verlusthöhe,

h_p Das Druckgefälle, bzw. die Druckhöhe, d. h. die durch den Unterschied zwischen Anfangs- und Enddruck bedingte verlustlose Arbeit je kg Flüssigkeit,

A Druck der äußeren Atmosphäre.

Weitere Bezeichnungen sind:

$= \sqrt{2gH}$ Fall- bzw. Förderhöhengeschwindigkeit,
Durchfluß stoßfreien Eintritts m³/s, Förderstrom,
Gewichtsstrom, d. h. Durchfluß kg/s,
Gaskonstante in mkg je kg und Grad,
Leistung in PS an der Maschinenwelle,
Radreibungsverlust an den Außenwänden des Laufrades in PS,
Drehmoment in mkg,
absolute Temperatur in Grad Kelvin,
Flüssigkeitsdruck in kg/m² = mm W. S.,
Flüssigkeitsdruck in kg/cm² oder Minderleistungsziffer, (s. S. 36),
Druck auf den Saugwasserspiegel (meist Atmosphärendruck) in m Flüssigkeitssäule,
Saugzahl (vgl. Abschn. 12 bis 14), oder Schallziffer (s. S. 88 und 90), oder statisches Moment (s. S. 36 ff.),
e REYNOLDS-Zahl,
a MACH-Zahl,
a Schallgeschwindigkeit in m/s,
g Fallbeschleunigung in m/s²,
$\gamma = 1/v$ die Wichte der Arbeitsflüssigkeit in kg/m³,
z Zahl der Laufschaufeln,
z_l Zahl der Leitschaufeln,
c_p spezifische Wärme bei konstantem Druck, in kcal je kg und Grad,
$\varkappa = c_p/c_v$ Adiabaten-Exponent,
i Enthalpie (Wärmeinhalt) in kcal/kg,
n Drehzahl je Minute,
$\omega = \pi n/30$ Winkelgeschwindigkeit 1/s,
n_q (oder n_s) spezifische Drehzahl (s. S. 56 ff.),
$t = \frac{\pi D}{z}$ Schaufelteilung auf dem Parallelkreis, oder Temperatur in Grad Celsius,
s Wandstärke der Schaufel, oder Entropie,
$\sigma = \frac{s}{\sin\beta}$ Wandstärke, gemessen auf dem Parallelkreis, oder Spannung im Werkstoff in kg/cm² (s. S. 99), oder Kavitationsempfindlichkeit (s. S. 66 od. 71 od. 78),
ψ' Minderleistungsbeiwert,
$\psi = 2g\,H/u_2^2$ Druckziffer (s. S. 43 ff.) oder Geschwindigkeitsbeiwert (s. S. 163),
φ Geschwindigkeitsbeiwert (S. 156, 161) oder Stoßziffer (S. 166) oder Lieferziffer (S. 199, 256).
ν kinematische Zähigkeit in m²/s,
$\varepsilon = c_0/\sqrt{2gH}$ Einlaufziffer von Schaufelrädern (s. S. 92 ff.) oder Gleitverhältnis von Tragflügeln (s. S. 269),
$\mathfrak{r} = H_p/H$ Reaktionsgrad,
$\xi = V_w/V$ Füllungsgrad,
δ_r relative Drallziffer (s. S. 68 ff. od. 90 od. 92).
ζ Widerstandsziffer,
ζ_a Auftriebszahl beim Tragflügel,
ζ_w Widerstandszahl beim Tragflügel,
Θ Umlenkwinkel $\beta_2 - \beta_1$ bzw. $\beta_3 - \beta_0$ bei Axialschaufeln.

Einleitung.

Das Kennzeichen der Strömungsmaschine ist das umlaufende, mit einem Kranz von Schaufeln besetzte Rad und das stetige Umströmen dieser Schaufeln durch eine tropfbare oder gasförmige Flüssigkeit als Energieträger. Der hierbei entstehende Strömungsdruck auf die Schaufeln bewirkt die Arbeitsleistung. Er beruht in der Hauptsache auf der Trägheitswirkung der anströmenden Flüssigkeitsmassen infolge der Ablenkung durch die Schaufeln und hat also die gleiche Ursache wie der Auftrieb beim Tragflügel eines Flugzeuges.

Ein jedermann sichtbares Beispiel sind die *Windräder*. Der Wind, d. h. die strömende Luft wird durch die Schaufeln (Flügel) abgelenkt und übt dadurch eine Kraft aus, die das Rad in Bewegung setzt. Der umgekehrte und ebenfalls sichtbare Vorgang spielt sich ab beim *Propeller* eines Flugzeuges oder Schiffes, der angetrieben wird, und wobei der entstehende Schaufeldruck die Antriebskraft zur Fortbewegung liefert.

Bei diesen im freien Raum umlaufenden Schaufelrädern hat die austretende Strömung eine kreisende Bewegung, die nach dem Impulssatz den Gegenwert des übertragenen Drehmomentes darstellt und an sich unerwünscht ist, weil sie verlorene Energie bedeutet. Wir wollen in diesem Buch aber nur solche Strömungsmaschinen behandeln, bei denen das Schaufelrad von einem Gehäuse umschlossen ist und die Strömung in Rohren oder Kanälen zu- und abgeleitet wird. Hier kann das erwähnte Kreisen der Austrittsströmung unterbunden werden durch ein ruhendes Schaufelgitter, das *Leitrad*, welches der Strömung einen gegensinnig gerichteten Drall verleiht und dadurch gewissermaßen das vom Laufrad übertragende Drehmoment aufnimmt. Man spricht dann von *Turbinen* und *Kreiselpumpen*. Die ersteren sind Kraftmaschinen, die letzteren Arbeitsmaschinen.

In der *Turbine* entzieht das Laufrad der Strömung mechanische Energie, wie beim Windrad. Der Arbeitsvorgang unterscheidet sich im wesentlichen nur dadurch, daß das erwähnte ruhende Leitschaufelgitter *b* die Strömung an das Laufrad *a* heranführt (Abb. 1b). Bei den *Wasserturbinen* ist der Energieträger das an einem hochgelegenen Punkt verfügbare Wasser. Die dargebotene Energie ist also Lagenenergie. Bei der *Dampfturbine* tritt an die Stelle des Wassers der mit Wärme beladene und gespannte Wasserdampf und bei der *Gasturbine* das ebenfalls erhitzte und gespannte Gas (so daß ein Dampf- bzw. Gaswind auf die Schaufeln wirkt). In allen Turbinen handelt es sich um die Ausnutzung eines Druckgefälles.

Das ebenfalls im Freien laufende und recht häufige *Wasserrad* (Abb. 2) zählt nicht zu den Strömungsmaschinen, weil es sich hier nicht um das stetige Umströmen von Schaufeln, sondern um das Auffüllen und Entleeren von Schaufelzellen handelt, die also nur einseitig offen zu sein brauchen. Das Wasser tritt an der gleichen Schaufelkante ein und aus. Die auf die Schaufeln wirkende Kraft ist hier nicht die Massenkraft einer durch die Schaufeln stetig abgelenkten Strömung, sondern im wesentlichen nur die Gewichtswirkung des Wassers.

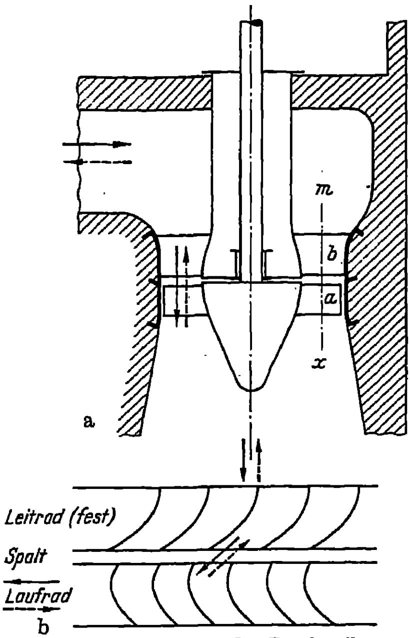


Abb. 1 a u. b. Schema der Beschauflung einer Strömungsmaschine.
a) Axialschnitt (Meridianschn.)
b) Abwicklung des Zylinderschn. nach $m-x$
Fall der Turbine: Ganz gezeichnete Pfeile,
Fall der Pumpe: gestrichelt gez. Pfeile.

Die *Kreiselpumpen* haben die Aufgabe, Flüssigkeiten oder Gase aus einem Raum niederen Druckes in einen Raum höheren Druckes zu fördern. Sie erzeugen also ein Druckgefälle (Förderhöhe) und formen Energie im umgekehrten Sinn um wie die Turbinen. Die von den umlaufenden Schaufeln *a* (Abb. 1a) auf den strömenden Energieträger ausgeübte Kraft überträgt Arbeit auf die Flüssigkeit, ähnlich wie bei dem oben erwähnten Propeller. Dadurch steigen sowohl Druck wie Geschwindigkeit dieser Flüssigkeit. Um auch die Steigerung der Geschwindigkeit für die Druckzunahme nutzbar zu machen, wird die aus dem Rad tretende Strömung in den bereits erwähnten, ruhenden und sich erweiternden Kanälen *b* verlangsamt, so daß die oben bei der Turbine erwähnten Leitkanäle auch hier an der gleichen Stelle und in grundsätzlich gleicher Gestalt vorhanden sind wie in Abb. 1a, aber im umgekehrten Sinn wirken, da sie ja im umgekehrten Sinn durchflossen werden. Je nachdem ob Wasser oder Gas gepumpt wird, spricht man von *Wasserpumpen* oder *Verdichtern*, wobei letztere je nach der Höhe des erzeugten Druckes auch als *Ventilatoren*, *Gebläse* oder *Turbokompressoren* bezeichnet werden.

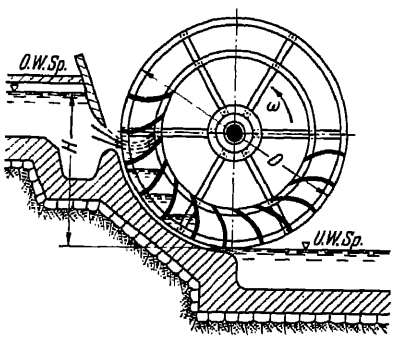


Abb. 2. Wirkungsweise des Wasserrades.

Zur Veranschaulichung zeigen Abb. 4 und 5c Bilder und Abb. 1a, 3 und 5a Zeichnungen von Laufrädern, und zwar beziehen sich Abb. 1a, 3 und 4 auf Wasserturbinen, die aber bei Umkehr der Drehrichtung auch als Pumpe arbeiten können, Abb. 5 auf eine Dampfturbine.

Die Verschiedenheit der Schaufelform wird sich später aus der Verschiedenheit der Aufgabe von selbst ergeben.

Wichtig ist die besondere Art der zeichnerischen Darstellung der Schaufelräder im Schnitt durch die Drehachse (*Meridianschnitt*), die jeweils in Abb. 1a, 3a und 5a angegeben ist. Die Projektion eines Punktes auf diese Schnittebene erfolgt nämlich nicht orthogonal, wie sonst im Maschinenzeichnen üblich ist, sondern zirkular, d. h. durch „Umklappen" des Punktes um die Drehachse des Rades auf eine zur Zeichenebene parallele Ebene, so daß nur die Endkanten der Schaufeln gezeichnet sind. Dies vereinfacht die Darstellung, weil die Schaufeln in Rotationshohlräumen liegen.

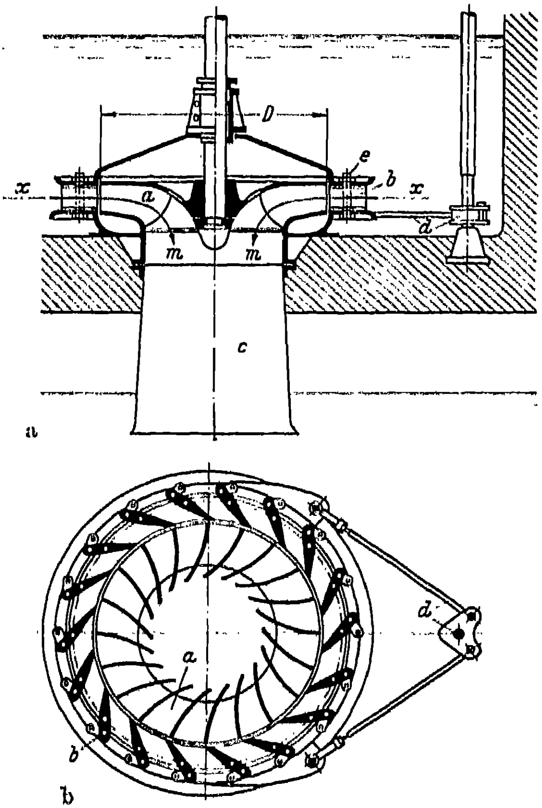


Abb. 3a u. b. Radialturbine mit einem Laufrad ähnlich Abb. 1. a) Axialschnitt (Meridianschnitt). b) Schnitt nach $m-x$ (Grundriß). a = Laufrad, b = Leitrad, c = Saugrohr, d = Mechanismus zur Drehung der Leitschaufeln.

Man spricht von *radialer Beaufschlagung*, also *Radialrädern*, wenn die Zirkularprojektionen $m-x$ der Stromlinien im Meridianschnitt, die wir *Flußlinie* nennen wollen, im wesentlichen radial verlaufen. In Abb. 3a sieht man, daß dann auch die Leitschaufeln radial beaufschlagt sind. (Abb. 3a und 3b lassen unschwer erkennen, daß in diesem Fall die Leitschaufeln um vertikale Bolzen e durch das Gestänge d gedreht werden können).

Man spricht ferner von *axialer Beaufschlagung* und *Axialrädern*, wenn diese Flußlinien $m\,x$ im Meridianschnitt axial verlaufen (Abb. 1a und 5a). Daneben gibt es Zwischenformen, bei denen die Flußlinien an der Druckkante der Schaufeln radial beginnen und dann in die

axiale Richtung übergehen, die Schaufel also doppelt gekrümmt ist (Abb. 6 FRANCIS-Rad).

Das in Abb. 1b, 3b und 5b gezeichnete Schaufelgitter ist dadurch entstanden, daß das Rad durch *die* Rotationsfläche, deren Meridian die Flußlinie $m - x$ ist (*Flußfläche*), geschnitten worden ist. Im Fall des Radialrades Abb. 3a ist diese *Flußfläche* nahezu eine Ebene senkrecht zur Achse, beim Axialrad ein Kreiszylinder, durch dessen Abwicklung das in Abb. 1b und 5b gezeichnete geradlinige Schaufelgitter entsteht. (Beim FRANCIS-Rad Abb. 6 ist sie nicht abzuwickeln.)

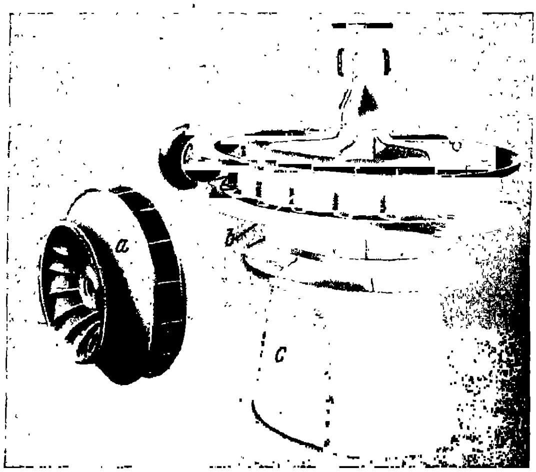


Abb. 4. Teile einer Wasserturbine ähnlich Abb. 3; a = Laufrad, b = Leitrad, c = Saugrohr.

Die Wirkung des Axialrades kann man sich also vergegenwärtigen, wenn man das gezeichnete geradlinige Gitter eine geradlinige Bewegung in Richtung des Gitters ausführen läßt.

Wir wollen uns in diesem Buch — wie schon erwähnt — auf die Behandlung der Turbinen und Pumpen beschränken, obwohl die Windräder und Propeller ebenfalls zu den Strömungsmaschinen gehören und sich nur dadurch unterscheiden, daß sie im unbegrenzten Raum arbeiten und ruhende Leitschaufeln meistens fehlen.

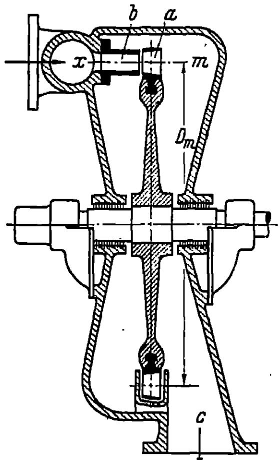
In der Darstellung soll das Wort *Pumpe* oder Kreiselpumpe sich sowohl auf die Förderung von Wasser als auch Gas beziehen, also den Verdichter mit einschließen, ebenso wie das Wort *Turbine* nicht bloß Wasser-, sondern auch Dampf- oder Gasturbinen umfaßt. Wird von „Flüssigkeit" gesprochen, so kann diese sowohl tropfbar wie gasförmig sein.

Diese Strömungsmaschinen haben offenbar die gleichen Hauptbestandteile, nämlich:

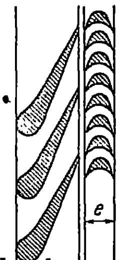
1. das mit Schaufeln besetzte Laufrad, das mit gleichbleibender Geschwindigkeit umläuft,

2. das Leitrad, das ebenfalls mit Schaufeln besetzt, aber in Ruhe ist. (In Abb. 5c ist das Leitrad in einzelne getrennte Leitkanäle (Düsen) aufgelöst.)

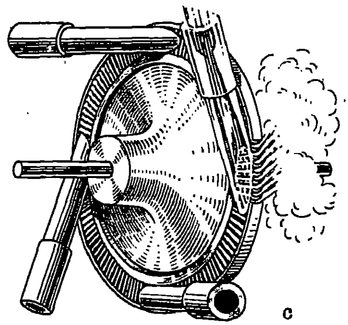
Das Leitrad hat nach dem oben Gesagten die Aufgabe, bei den Turbinen Druck in Geschwindigkeit, bei den Pumpen Geschwindigkeit in Druck zu verwandeln, wobei die Umsetzung stets in erster Linie die kreisende Komponente (Umfangskomponente) der Geschwindigkeit betrifft. Bei den Pumpen hat es die aus dem Laufrad mit großer Geschwindigkeit tretende Strömung zu verlangsamen. Bei der Turbine sitzt es



a



b



c

Abb. 5a u. b. Axial beaufschlagte einstufige Dampfturbine nach De Laval (ähnlich Abb. 5c, aber mit zusammenhängenden Leitkanälen). a) Axialschnitt (Meridianschn.), b) Abwicklung des Zylinderschnittes nach $m-x$, a = Laufrad, b = Leitrad, c = Saugrohr (Abdampfstutzen).

Abb. 5c. Laufrad und Düsen einer einstufigen Dampfturbine mit axialer Beaufschlagung durch getrennte Leitkanäle (Laval-Turbine).

räumlich an der gleichen Stelle, aber wegen der Strömungsumkehr *vor* dem Laufrad, dem es die Treibflüssigkeit mit der gewünschten Geschwindigkeit und in der gewünschten Richtung zuführt. Pumpe und Turbine stimmen also baulich überein. Nur die Geschwindigkeitsrichtung einschließlich der Drehrichtung des Rades sind entgegengesetzt. Tatsächlich arbeitet jede Kreiselpumpe bei Umkehr des Durchflusses als Turbine, wovon auch hin und wieder Gebrauch gemacht wird.

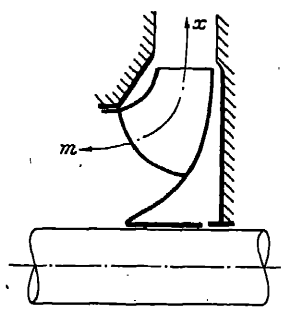


Abb. 6. Laufrad mit axialer Flußlinie im Saugmund m und radialer Flußlinie im Druckbereich x (Francis-Rad).

Die Berechtigung zur gemeinsamen Behandlung der Turbinen und Pumpen leiten wir aus der Tatsache ab, daß das Strombild einer idealen Flüssigkeit, d. h. die Verteilung der Drücke und der Absolutwerte der Geschwindigkeit unabhängig davon ist, in welcher Richtung sich die Strömung bewegt. Nur wenn Zähigkeitswirkungen eine merkbare Rolle spielen, insbesondere Anhäufungen der Grenzschicht, also Toträume auftreten, ist es notwendig, das Vorzeichen der Geschwindigkeit zu beachten. Da wir vom Fall der reibungsfreien Strömung ausgehen müssen, werden wir den Stoff weitgehend so darstellen können, daß wir die Richtung der Ströme, d. h. ob eine Turbine oder Pumpe vorliegt, nicht betonen. Wir sprechen deshalb

im Folgenden möglichst auch nicht von der Eintritts- oder Austrittskante der Schaufel, sondern — weil diese bei der Turbine und Pumpe ihre Rolle vertauschen — von der *Druckkante* oder *Saugkante* und verstehen unter der *Druckkante* der Laufschaufel die dem Leitrad benachbarte Schaufelkante, an der also die Strömung mit der umzusetzenden Energie beladen ist, und unter *Saugkante* die andere Schaufelkante, die an der Stelle umläuft, an der die Strömung nicht mit der umzusetzenden Energie beladen ist und an der das sogenannte „*Saugrohr*" anschließt.

Strömungsmaschinen können grundsätzlich nach 3 verschiedenen Verfahren behandelt und berechnet werden. Das erste und älteste Verfahren geht von der Vorstellung aus, als ob unendlich viele, also sehr dicht stehende Schaufeln (die dann offenbar auch unendlich dünn sein müssen) vorliegen würden und berücksichtigt die tatsächlich vorhandene Schaufelauseinanderstellung durch eine Näherungsbetrachtung. Das zweite hat die entgegengesetzte Vorstellung als Grundlage. Es geht aus von der einzelnen Schaufel im unbegrenzten Raum und berücksichtigt den Einfluß der benachbarten Schaufeln ebenfalls auf dem Weg der Annäherung. Dieses Verfahren stützt sich dann auf die beim Tragflügel des Flugzeuges gewonnenen Ergebnisse. Da sich dieser geradlinig bewegt, ist es in seiner Anwendung grundsätzlich auf das Axialrad beschränkt, das nach dem oben Gesagten in der Abwicklung ein geradliniges Schaufelgitter ergibt. Das dritte Verfahren behandelt die Strömungsvorgänge unter Vernachlässigung der Zähigkeit der Arbeitsflüssigkeit und kann dann den Einfluß von Form und Abstand der Schaufeln mittels der Rechenverfahren der mathematischen Hydromechanik ausgiebig verfolgen. Obwohl diese Betrachtungsweise in der Flugtechnik sich als sehr nützlich erwiesen hat, so ist ihr beim Schaufelrad der Erfolg versagt geblieben, einmal, weil hier die Zähigkeit einen viel größeren Einfluß hat als dort und das ganze Strömungsbild von Grund aus verändert, zum anderen, weil die dabei nötigen Rechnungen so umständlich und zeitraubend sind, daß sich ihre Durchführung für den Ingenieur im Hinblick auf die erwähnte Ungenauigkeit nicht lohnt. Doch hat dieses Verfahren viel zur Gewinnung grundlegender Erkenntnisse beigetragen. Es scheidet aber bei den Betrachtungen dieses Buches weitgehend aus. Nur in Einzelfällen ist seine Heranziehung erfolgt (z. B. s. S. 170, 262ff., 275ff.).

Wir haben uns also im Folgenden mit den beiden zuerst genannten Betrachtungsweisen zu befassen, und werden je nach Lage des Falls entweder von der Vorstellung unendlich dicht stehender Schaufeln oder des Einzelflügels im unbegrenzten Raum ausgehen. Die letztere Betrachtungsweise führt aber — wie erwähnt — nur bei axialer Beaufschlagung zu brauchbaren Ergebnissen, und wird deshalb ausschließlich in dem einschlägigen Abschnitt 42 (S. 266 ff.) behandelt, wenn auch nicht zu verkennen ist, daß seine Behandlungsweise auch auf den andern Teil ausstrahlt. Die weitaus größte Bedeutung hat das erstgenannte Verfahren, das von der „*schaufelkongruenten Strömung*" ausgeht und im übrigen Teil des Buches die Grundlage bildet.

A. Der Strömungsmechanismus im Laufrad.

1. Absolute und relative Bewegung, stoßfreier Eintritt.

Wir wollen die Strömung durch ein radiales Laufrad nach Abb. 7 betrachten. Wenn dieses in einer Pumpe arbeitet, so gelten die in diese Abbildung eingetragenen Richtungspfeile. Die Strömung wird von einem Beobachter, der die Bewegung des Rades mitmacht, anders wahrgenommen als von einem in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter. Man nennt die Geschwindigkeit, die ein strömendes Teilchen gegenüber dem in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter hat, die *absolute*, und die Geschwindigkeit, die der sich mit dem Rade bewegende Beobachter in seiner unmittelbaren Nähe wahrnimmt, die *relative*. Die Bezeichnungen und Winkel für die verschiedenen Arten der Geschwindigkeiten sind am Kopf der Übersicht S. XI gemäß DIN Nr. 1331 angegeben.

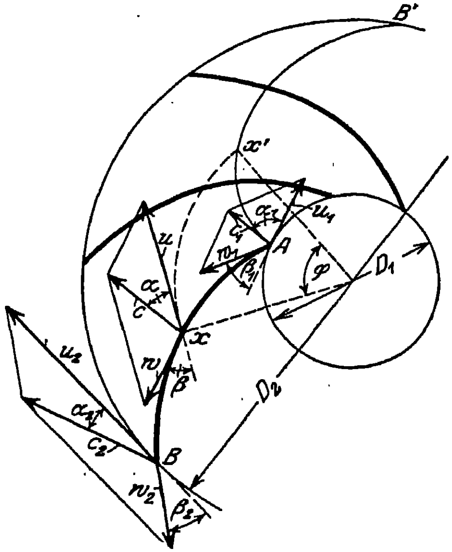


Abb. 7. Darstellung der Geschwindigkeiten im Laufrad (für eine Pumpe).

Den Ort der jeweiligen Geschwindigkeit kennzeichnen wir durch die in der gleichen Übersicht angegebenen Fußzahlen, die so gewählt sind, daß sie von der Strömungsrichtung unabhängig sind, weil der Ort für Turbine und Pumpe der gleiche bleiben soll. Deshalb sind die Fußzeichen nach dem Grad der Energiebeladung geordnet. Diese verläuft meist gleichsinnig mit dem Druck, der ja in der reibungsfreien Strömung auch unabhängig von der Strömungsrichtung ist. Wir lassen also die Fußzahl in der Richtung ansteigen, in der der Druck wächst, wobei sich dann auch Grenzfälle (Druckgleichheit) sinngemäß einordnen lassen. Wegen der endlichen Schaufeldicke und dem endlichen Schaufelabstand müssen wir ferner zwischen einem Punkt kurz vor und kurz hinter der Schaufelkante unterscheiden. Diese Notwendigkeit bleibt bestehen, obwohl wir zunächst unendlich viele Schaufeln annehmen, wobei dann auch die Schaufeln unendlich dünn

sein müssen, weil trotz der verschwindenden Schaufeldicke das Verhältnis zwischen Schaufeldicke und Schaufelabstand, also der Verengungseinfluß der Schaufeldicke gewahrt bleiben soll.

Diese Reihenfolge der Fußzeichen bedeutet, daß bei Pumpen die Zahlen in Strömungsrichtung steigen, bei Turbinen aber in Strömungsrichtung fallen. Sie weicht bei Turbinen von der bisher in der Literatur gebräuchlichen ab. Wäre die alte Bezeichnungsart beibehalten worden, so hätten die Fußzeichen in den Gleichungen beim Übergang von Turbinen zu Pumpen vertauscht werden müssen, wodurch die gemeinsame Behandlung dieser Maschinen sehr erschwert worden wäre. Die angegebene Bezeichnungsart, wobei also der Ort unabhängig von der Richtung der Geschwindigkeit gekennzeichnet wird und die Frage der Verwendung als Turbine oder Pumpe gleichgültig ist, kann um so eher verantwortet werden, als die bisher bei Turbinen üblichen Bezeichnungen keineswegs einheitlich waren. Sie gewährt den großen Vorteil, daß *die Gleichungen für Turbinen und Pumpen übereinstimmen, wenn die Reibung nicht vorkommt.* Aber auch der Einfluß der Reibung kann meist durch einen einfachen Vorzeichenwechsel berücksichtigt werden.

Die gekennzeichnete Verwendung von 2 Fußzeichen für jede Schaufelkante des Laufrades ist — wie erwähnt — notwendig, weil beim Übergang zwischen Rad und Außenraum Änderungen im Strömungszustand auftreten. Die Fußzeichen 1 und 2 beziehen sich bei näherem Besehen auf Abmessungen der Schaufel und die Fußzeichen 0 und 3 auf das Bild der ungestörten Strömung dicht außerhalb des Rades.

Die absolute Geschwindigkeit c entsteht durch vektorielle Addition von w und u, d. h. w und u bilden nach Größe und Richtung ein Parallelogramm, welches in Abb. 7 für den beliebigen Schaufelpunkt x gezeichnet ist. Seine Diagonale stellt die absolute Geschwindigkeit c dar und seine Seiten bilden die relative Geschwindigkeit w und die Führungsgeschwindigkeit u nach Größe und Richtung. Dadurch sind die drei Geschwindigkeiten auch die Seiten eines Dreiecks. Auch für die Schaufelkanten sind die Geschwindigkeitspläne in Abb. 7 eingetragen.

Wie bereits erwähnt, gehen wir zunächst von der Vorstellung aus, als ob die Strömung ebenso verliefe, wie *wenn unendlich viele, sehr dünne Schaufeln vorhanden wären.* In diesem Fall können wir die Stromfäden als kongruent und die Strömung als eindimensional betrachten. Der Weg der Flüssigkeitsteilchen relativ zum Rad hat dann die Form der Laufschaufel $A\,B$. Der Schaufelanfang liegt also bei „*stoßfreiem*" Eintritt in der Richtung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit, d. h. im Fall der Pumpe in Richtung von w_1 unter dem Winkel β_1 zum Umfang, ebenso das Schaufelende in der Richtung von w_2 unter dem Winkel β_2 zum Umfang. Die Winkel β_1 und β_2 sind aus den Geschwindigkeitsdreiecken $A_1\,B_1\,C_1$ (Abb. 8) und $A_2\,B_2\,C_2$

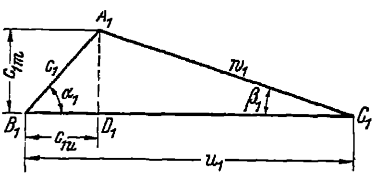


Abb. 8. Geschwindigkeitsdreieck für die Saugkante der Laufschaufel.

(Abb. 8a) ersichtlich. *Da zur Vermeidung von Verlusten gefordert werden muß, daß der Eintritt ohne Stoß erfolgt, muß also die Zusammensetzung der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit mit der Umfangsgeschwindigkeit eine Richtung der relativen Geschwindigkeit gleich der Richtung des ersten Schaufelelementes ergeben,* was allerdings nur für unendliche Schaufelzahl genau zutrifft und nur für einen bestimmten Förderstrom, den man der Berechnung zugrunde legt, möglich ist.

Bei der Turbine liegt zwar der Eintritt am druckseitigen Schaufelende B (Abb. 7). Da aber, wie erwähnt, auch bei der Pumpe der Winkel

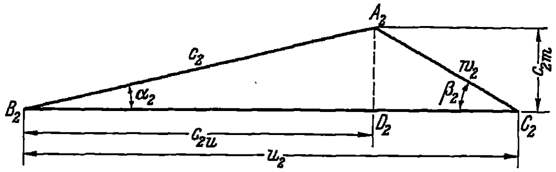


Abb. 8a. Geschwindigkeitsdreieck für die Druckkante der Laufschaufel.

β_2 aus dem zugehörigen Geschwindigkeitsdreieck zu entnehmen ist, so ändert sich gegenüber der Pumpe an der vorstehenden Betrachtung nichts.

Der Weg, den ein Flüssigkeitsteilchen für den in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter beschreibt, d. h. sein *absoluter* Weg $A\ B'$, beginnt bei der Pumpe mit der Richtung der absoluten Geschwindigkeit c_1 unter dem Winkel α_1 und endet am Austritt mit der Richtung der absoluten Geschwindigkeit c_2 unter dem Winkel α_2. Wenn das Flüssigkeitsteilchen am Punkt x des Rades angelangt ist, hat es in der ruhenden Umgebung den Punkt x' erreicht. Dabei ist $\overline{xx'}$ die Bahn des festen Radpunktes x in der Zeit t, die das Element braucht, um von A nach x zu gelangen, so daß also der Zentriwinkel φ des Bogens xx' bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω gleich ωt ist. Bei der Turbine wird der gleiche Absolutweg in umgekehrter Richtung zurückgelegt.

Alle diese Betrachtungen gelten unabhängig davon, wie die Rotationsfläche, in der die Stromlinien verlaufen (Flußfläche), gestaltet ist, d. h. ob radiale oder axiale Richtung der Beaufschlagung vorliegt.

2. Die Fallhöhe (Förderhöhe) *H*.

Die gleiche Bedeutung, die der Klemmenspannung bei den Elektromaschinen zukommt, besitzt bei den Strömungsmaschinen das Druckgefälle zwischen Ein- und Austritt der eigentlichen Maschine[1]. Diesen Unterschiedsbetrag wollen wir zweckmäßigerweise nicht in Druckeinheiten messen, weil das Wesentliche nicht die Änderung des Druckes sondern die Änderung des Energieinhaltes ist. Wir fassen deshalb die betrachtete Größe H auf als die auf die durchgeströmte Gewichtseinheit entfallende Änderung ihres nutzbaren Energieinhaltes, also in

[1] Es ist hier zu berücksichtigen, daß die Gesetze der Elektro- und Hydrodynamik sich weitgehend gleichen.

mkg/kg, welche Einheit gleichbedeutend ist mit m, also eine Länge darstellt. Man kann sie sich als die Höhe H einer Flüssigkeitssäule des Energieträgers vorstellen, auf deren oberes Ende der saugseitige Druck und auf deren unteres Ende die um den Förderdruck erhöhte Pressung wirkt. Diese Heranziehung einer Flüssigkeitssäule gilt sowohl für tropfbare Flüssigkeiten, wie für Gase, obwohl Gase zusammendrückbar sind und deshalb die Gassäule unten dichter ist als oben. Ja gerade wegen dieser Dichteänderung muß die Vorstellung der Gefällshöhe als Pressungsunterschied verlassen und zu ihrer Deutung als Energieunterschied bzw. als Höhenunterschied gegriffen werden.

Man nennt die Höhe H dieser Säule bei Pumpen oder Verdichtern die „*Förderhöhe*" und bei Turbinen die („*Gefällshöhe*" oder) „*Fallhöhe*".

Daß eine Gassäule von der Höhe H gleich dem auf die Gewichtseinheit bezogenen Energieinhalt den verlangten Druckunterschied an beiden Enden aufweist, folgt daraus, daß der Druckzuwachs von oben nach unten über eine unendlich kleine senkrechte Strecke dH bei Verwendung der S. 12 angegebenen Bezeichnungen beträgt: $dP = \gamma\, dH = \frac{1}{v}\, dH$, woraus $dH = v\, dP =$ Fläche $a\,b\,c\,d$ im Pv-Diagramm Abb. 10 S. 13. Der Zusammenhang mit der Erdanziehung macht die Höhe der Säule von der Fallbeschleunigung abhängig. Dies ist dadurch verständlich, daß die Energie H auf 1 kg Gewicht und nicht 1 kg Masse bezogen ist. Naturgemäß muß die Gassäule an einem ihrer Enden den gleichen Zustand haben, den der Energieträger am Eintritt in die Maschine hinsichtlich Druck und Wichte besitzt, und unter denselben Abkühlungsbedingungen stehen, die bei der Definition von H vorgeschrieben sind. Bei fehlender Wärmezu- und -abfuhr ergibt sich die adiabatische Schichtung von selbst.

Bei Bestimmung der Höhe H dürfen die Verluste, welche in den an die Maschine anschließenden Rohrleitungen (oder Kanälen) auftreten, nicht der Maschine zur Last gelegt werden (ebensowenig, wie bei Elektromaschinen die Verluste in den Zuführungskabeln), weil diese Leitungen mit dem Aufstellungsort wechseln und meist auch einen anderen Hersteller haben. Dagegen sind die Verluste in der Maschine zu berücksichtigen; also ist bei der Turbine die Gefällshöhe H um diese Verluste größer als die auf 1 kg entfallende Nutzarbeit, während bei der Pumpe die Förderhöhe um die Verluste kleiner ist, als die auf 1 kg an der Welle zuzuführende Arbeit.

Bei Wasserturbinen, ebenso Kondensations-Dampfturbinen rechnet das saugseitige Rohr (Saugrohr) zur Maschine (im Gegensatz zu den Pumpen), weil es — wie später zu sehen sein wird — dazu gebraucht wird, die Austrittsgeschwindigkeit zu verlangsamen, also einen Teil der Energieumsetzung mit übernimmt. Bei der Pumpe ist das Saugrohr zylindrisch, weil der Übergang auf die vergrößerte Eintrittsgeschwindigkeit auch auf kurzer Wegstrecke mit geringen Verlusten erfolgt.

Das Energiegefälle H kann auch aufgefaßt werden als die bei verlustloser Umsetzung von 1 kg Flüssigkeit aufzuwendende bzw. zu gewinnende

Arbeit. Sie setzt sich gemäß dem Satz von Bernoulli aus der Summe der Unterschiede von Druckhöhe, Geschwindigkeitshöhe und Höhenlage an den beiden Bezugspunkten zusammen.

Kennzeichnen wir den Zustand am Saugende der Maschine durch das Fußzeichen S, den Zustand am Druckende durch das Fußzeichen D

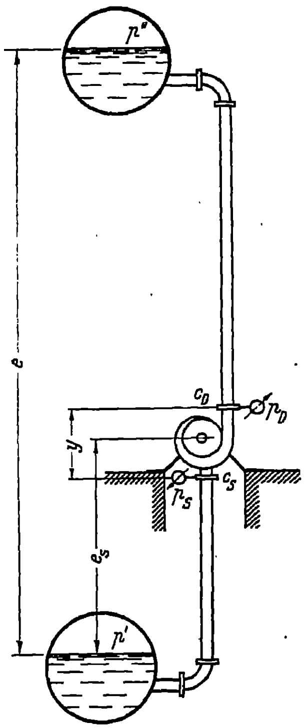


Abb. 9. Schema einer Strömungsmaschine mit Rohrleitung (Pumpenanlage).

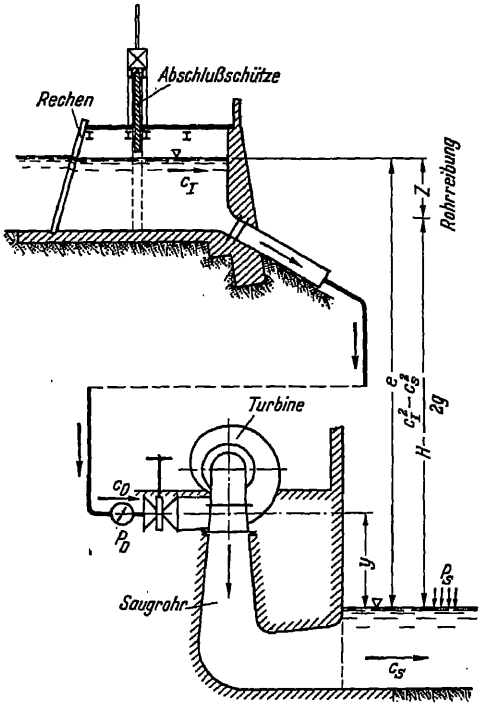


Abb. 9 a. Schematische Darstellung einer Wasserturbinenanlage (Francis-Turbine),
$H = 10\,(p_D - p_S) + y + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2g} = e + \frac{c_I^2 - c_S^2}{2g} - Z$

(wobei also wieder die Strömungsrichtung keine Rolle spielt), so ist also die Förderhöhe bzw. Fallhöhe stets gegeben durch

$$H = h_p + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2g} + y. \tag{2,1}$$

Hierin bezeichnet mit Bezug auf Abb. 9

h_p das Druckgefälle (die Druckhöhe) der Maschine, d. h. die verlustlose Arbeit in mkg/kg oder m, die durch den an den Enden der Maschine vorhandenen Druckunterschied $P_D - P_S$, also durch verlustlose Überführung des Anfangs- auf den Austrittsdruck bedingt ist. h_p wird anschließend näher angegeben,

c_D, c_S die Geschwindigkeiten am Saug- bzw. Druckende der Maschine in m/s und zwar an den gleichen Stellen, in welchen die Drücke gemessen sind,

y den Höhenunterschied zwischen diesen Meßstellen in Metern und zwar ist y positiv, wenn die Meßstelle der Druckseite über der der Saugseite liegt,

g die Fallbeschleunigung in m/s².

Bei Gasströmung ist in Gl. (2, 1) der Höhenunterschied y meist vernachlässigbar.

Gl. (2, 1) gilt unverändert für Turbinen und Pumpen. Wie bereits erwähnt, wird bei Turbinen das Austrittsrohr (Saugrohr) wegen seiner Diffusorwirkung (Abb. 9a) zur Turbine gerechnet[1], so daß die Bezugsstelle S nach dem Austritt des Saugrohrs rückt, also bei der Wasserturbine im Unterwasser, bei der Dampfturbine im Kondensator sich befindet. Bei der Wasserturbine ist also P_S der Atmosphärendruck, bei der Dampfturbine der Kondensatordruck.

Da also bei Wasserturbinen der Unterwasserspiegel die saugseitige Bezugsstelle S darstellt, so ist y der senkrechte Abstand der druckseitigen Bezugsstelle D vom Unterwasserspiegel (Abb. 9a). Diese Bezugsstelle D liegt am Übergang der Druckleitung zum Turbinengehäuse — wie bei der Pumpe — und h_p ist der hier vorliegende Überdruck über die freie Atmosphäre in Meter Wassersäule, also gleich $10(p_D)_{\text{üb}}$. Bei Niederdruckwasserkräften, wo das Wasser im offenen Kanal an die Turbine herangeführt wird, legt man die Bezugsstelle der Einfachheit halber an den Oberwasserspiegel, so daß $h_p = 0$ und y der geodätische Höhenunterschied der beiden Wasserspiegel, c_D, c_S die Geschwindigkeiten im Ober- oder Unterwasserkanal sind.

Bei der Dampfturbine sind y, c_S und c_D zu vernachlässigen, so daß also $H = h_p$.

Liegen in den besprochenen Fällen die Meßpunkte nicht dicht bei der Maschine, so ist die *Schlußbemerkung* dieses Abschnittes zu beachten. Über weitere Einzelheiten der Durchführung geben die VDI-Leistungsregeln [*I, 11*], [*II, 23*], [*III, 15*] und [*III, 16*] Auskunft[2].

Bestimmung der Druckhöhe h_p.

Nehmen wir zunächst veränderliche Dichte an und wählen für die Darstellung der Zustandsänderung das aus der Wärmelehre bekannte (Pv)-Diagramm mit dem Druck P in kg/m² als Ordinate, dem spezifischen Volumen v in m³/kg als Abszisse (Abb. 10), und ist die Linie AB' die Kurve der verlustlosen Zustandsänderung zwischen den Grenzdrücken P_S und P_D, so stellt die Fläche $AB'CD$ den Wert h_p dar.

Sie hat die Form des Indikatordiagramms der verlustlosen Kolbenmaschine. Ihr Inhalt ist gleich der Summe der Teilflächen $abcd$, beträgt also

$$h_p = \int_{P_S}^{P_D} v\, dP\,. \tag{2, 2}$$

Bei *Wasserströmung* ist $v = 1/\gamma$ als konstant zu betrachten (γ = Wichte in kg/m³), so daß

$$h_p = \frac{1}{\gamma}(P_D - P_S)\,. \tag{2, 3}$$

---

[1] Eine Ausnahme machen nur die Gegendruck-Dampfturbinen, weil dort die Abdampfleitung beliebig lang ist.

[2] Die eckigen Klammern im Text beziehen sich auf das am Schluß des Buches folgende Literaturverzeichnis.

Nimmt man hier die Drücke in kg/cm^2 statt kg/m^2, wobei dann der kleine Buchstabe p verwendet werden soll, so ist, weil $1\,m^2 = 10^4\,cm^2$

$$h_p = \frac{10^4}{\gamma}(p_D - p_S), \tag{2, 4}$$

also beispielsweise für Wasser gewöhnlicher Temperatur, wobei $\gamma = 1000\,kg/m^3$

$$h_p = 10\,(p_D - p_S). \tag{2, 5}$$

Bei *Gasströmung* verläuft die verlustlose Zustandskurve AB' (fehlende Kühlung vorausgesetzt) mit konstanter Entropie also nach einer Adiabate (Isentrope) (Abb. 10), und nach dem Gesetz $Pv^\varkappa = \text{const}$ mit $\varkappa = c_p/c_v$, sofern c_p und c_v die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen in kcal/kg Grad sind. Hier müssen wir zwischen Pumpen und Turbinen unterscheiden, weil die Adiabate stets durch den Anfangszustand gelegt wird und deshalb nicht den wirklichen Endzustand enthält. Da also der Wert const der Adiabatengleichung sich auf den Eintrittszustand beziehen muß, so ist zu setzen bei der *Pumpe* $\text{const} = P_S\,v_S^\varkappa$, bei der *Turbine* $\text{const} = P_D\,v_D^\varkappa$.

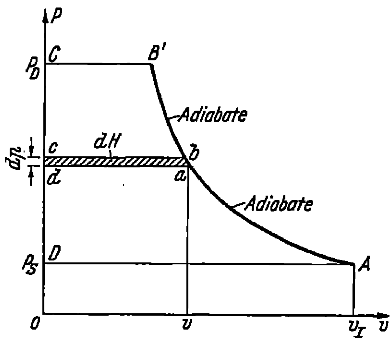


Abb. 10. Darstellung der Zustandsänderung von Gas im P, v- Schaubild, Druckhöhe h_p = Fläche $A\,B'\,C\,D$.

Die Integration der Gl. (2, 2) liefert also, wenn dort $v = (\text{const}/P)^{1/\varkappa}$ und $h_p = h_{\text{ad}}$ gesetzt wird

bei der Pumpe $$h_{\text{ad}} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} P_S v_S \left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1\right] \tag{2, 6}$$

bei der Turbine $$h_{\text{ad}} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} P_D v_D \left[1 - \left(\frac{p_S}{p_D}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right] \tag{2, 6a}$$

oder, wenn auf die allgemeine Zustandsgleichung permanenter Gase $Pv = RT$, wo R die Gaskonstante in mkg/kg Grad, T die absolute Temperatur in Grad Kelvin, Bezug genommen wird

bei der Pumpe $$h_{\text{ad}} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R\,T_S \left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1\right] \tag{2, 7}$$

bei der Turbine $$h_{\text{ad}} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R\,T_D \left[1 - \left(\frac{p_S}{p_D}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right] \tag{2, 7a}$$

oder weil $$R = (c_p - c_v) \cdot 427$$

bei der Pumpe $$h_{\text{ad}} = 427\,c_p\,T_S \left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1\right] \tag{2, 8}$$

bei der Turbine $$h_{\text{ad}} = 427\,c_p\,T_D \left[1 - \left(\frac{p_S}{p_D}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right]. \tag{2, 8a}$$

Für Luft gewöhnlicher Temperatur kann $c_p = 0{,}242$ kcal/kg Grad, also $427\,c_p = 103$ gesetzt werden.

Besonders einfach wird die Bestimmung von h_{ad}, wenn die Mollier-Ts- oder -is-Tafel benutzt wird (Abb. 11, s = Entropie). Die erstere ist bei den permanenten Gasen am Platz, weil hier innerhalb der in Betracht kommenden Druckgrenzen c_p als konstant angesehen werden kann. Es ist dann

bei der Pumpe $\qquad h_{ad} = 427\,c_p\,(t'_D - t_S) \qquad (2, 9)$

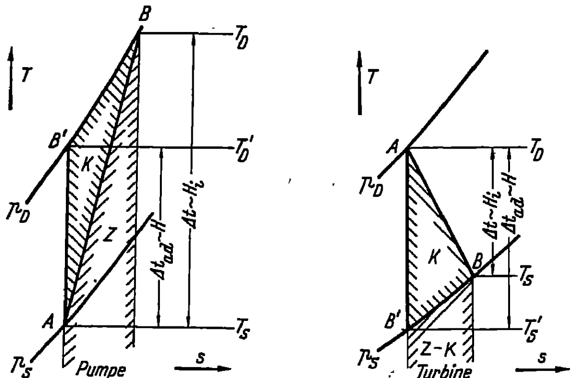
bei der Turbine $\qquad h_{ad} = 427\,c_p\,(t_D - t'_S)\,. \qquad (2, 9\,a)$

Bei Dämpfen schreibt man

bei der Pumpe $\qquad h_{ad} = 427\,(i'_D - i_S) \qquad (2, 10)$

bei der Turbine $\qquad h_{ad} = 427\,(i_D - i'_S)\,. \qquad (2, 10\,a)$

Hierbei sind t die Temperaturen (in Grad Celsius), i die Wärmeinhalte (Enthalpien) in kcal/kg. Die Fußzeichen S und D ohne Strich kenn-



a $\qquad$ b

Pumpe (Verdichter) A—B wirkliche Zustandsänderung $\qquad$ Turbine, A—B' adiabatische Zustandsänderung

Abb. 11. Darstellung der Zustandsänderung im Entropie-Schaubild.

zeichnen wieder den wirklichen Zustand am Saug- und Druckende, t'_D und i'_D bzw. t'_S und i'_S sind die Werte von t und i im Endpunkt der Adiabate, die — als Linie konstanter Entropie s — senkrecht zur s-Achse verläuft (Abb. 11).

Die adiabatische Temperaturänderung Δt_{ad} in der Maschine entnimmt man in beiden Fällen ebenfalls aus der Mollier-Tafel. Bei permanenten Gasen kann man sie auch leicht berechnen, weil der Vergleich zwischen Gl. (2, 8) und (2, 9) liefert

bei der Pumpe

$$\Delta t_{ad} \equiv t'_D - t_S = T'_D - T_S = T_S\left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] \qquad (2, 11)$$

bei der Turbine

$$\Delta t_{ad} \equiv t_D - t'_S = T_D - T'_S = T_D\left[1 - \left(\frac{p_S}{p_D}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right]. \qquad (2, 11\,a)$$

Da die Druckhöhe h_p umgekehrt proportional zur Wichte γ ist und letztere bei Gasen (rund und roh) den tausendsten Teil des für Wasser gültigen Wertes hat, so ist zur *Hervorbringung* des gleichen Druckunterschiedes bei Gasen etwa die tausendfache Förderhöhe gegenüber Wasser notwendig. Daraus geht hervor, daß Verdichter stets viel schneller laufen müssen als Wasserpumpen, und Dampfturbinen viel schneller als Wasserturbinen. Eine wirksame Abhilfe bildet die Hintereinanderschaltung mehrerer Räder, d. h. die *Mehrstufenanordnung*, die also bei gas- oder dampfförmigem Energieträger, aber auch bei Wasserpumpen häufig nötig ist (Abb. 11a, 125 u. 164ff.). Bei Wasserturbinen kommt sie so gut wie nicht vor, weil hier die andere Abhilfemöglichkeit, nämlich die partielle Beaufschlagung, größere Vorteile bietet.

Schlußbemerkung. Gl. (2, 1) wird bisweilen nicht auf Ein- und Austritt der *Maschine*, sondern Anfang und Ende der *Rohrleitungen* bezogen,

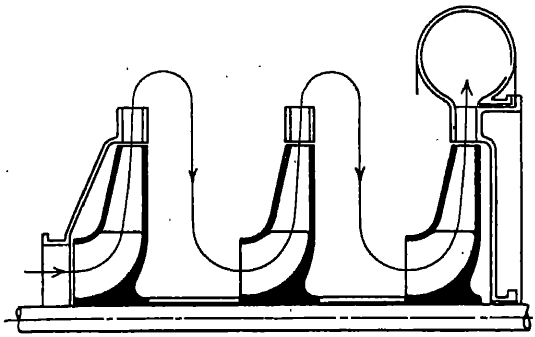


Abb. 11 a. Schema der mehrstufigen Anordnung mit Radialrädern.

wobei dann also y die gesamte geodätische Förderhöhe e darstellt (Abb. 9). Dann darf nicht vergessen werden, den Reibungswiderstand Z in der Rohrleitung zum Rechnungswert der Gleichung zuzuschlagen (und zwar bei Turbinen mit negativem Vorzeichen).

Handelt es sich in diesen Fällen um *Gasförderung auf große Höhenunterschiede*, beispielsweise um Förderung von Druckluft auf einen hohen Berg, oder in tiefe Schächte, so hat das Glied y von Gl. (2, 1) unter Umständen so erheblichen Einfluß auf das Ergebnis, daß es auch bei Gasförderung berücksichtigt werden muß. Dabei ist dann stillschweigend angenommen, daß (falls h_p adiabatisch genommen wird) längs der Rohrleitung keine Wärme von außen zu- oder abgeführt wird, was im allgemeinen nicht zutrifft, aber innerhalb der erwarteten Rechengenauigkeit meist angenommen werden kann. Bei Dampfleitungen darf allerdings der Wärmeverlust nicht vernachlässigt werden.

3. Verluste und Wirkungsgrade in der Strömungsmaschine.

Unter den Verlusten in der Strömungsmaschine spielen die Hauptrolle die *Druckverluste*, die innerhalb der Maschine durch Reibung, Querschnitts- und Richtungsänderung entstehen und die vielfach als

„hydraulische Verluste" bezeichnet werden. Wir fassen sie unter der Bezeichnung *„Schaufelverluste"* zusammen, weil sie hauptsächlich in den Lauf- und Leitkanälen auftreten, und bezeichnen sie mit Z_h in m. Während die Druckverluste in den an die Maschine anschließenden Rohrleitungen bereits in der Höhe h_p, also auch in H mit berücksichtigt werden, ist dies hinsichtlich der Schaufelverluste Z_h nicht der Fall. Die von den Laufschaufeln übertragene Arbeit in mkg für jedes Kilogramm Wasser oder Gas, d. h. die spezifische Schaufelarbeit in mkg/kg oder m, ist $H_{\text{th}} = H \pm Z_h$.

Da wir hier Reibungsvorgänge betrachten, müssen wir zwischen Pumpen und Turbinen unterscheiden. Hier und im Folgenden bezieht sich das obere Vorzeichen auf die Pumpe, das untere auf die Turbine. Die Größe H_{th} ist gleichbedeutend mit einer theoretischen Förderhöhe bzw. Fallhöhe, denn in der reibungslosen Maschine wäre $H_{\text{th}} = H$.

Zu den Schaufelverlusten Z_h kommen noch die Verluste hinzu, die die Drücke nicht oder erst in zweiter Linie beeinflussen. Das sind zunächst *Mengenverluste*, die dadurch entstehen, daß an den Abdichtungsstellen zwischen Laufrad und Gehäuse aus betrieblichen Gründen ein kleiner Spalt vorhanden sein muß, durch den ein Teil des Fördermittels nach dem Saugraum unter Umgehung des Rades fließt. Ferner entstehen *Undichtheitsverluste* durch die Stopfbüchsen und bei manchen Bauarten auch durch den Achsschubausgleich.

Weiter ist zu berücksichtigen die *Reibung an den Außenwänden des Rades*, d. h. die *Radreibungsleistung* N_r in PS. Hierzu tritt ein *Flüssigkeitsaustausch* zwischen dem Laufkanal und dem Austrittsraum, der im Fall der Verlangsamung der Strömung hinter dem Rad vorhanden ist, weil hier die Grenzschicht des Austrittsraumes gegen zunehmenden Druck strömen müßte. Dann besteht offenbar die Gefahr, daß die Grenzschicht wieder in das Rad zurücktritt, also von neuem beschleunigt wird. Diesen *Austauschverlust* kennt deshalb eigentlich nur die Pumpe, aber die Turbine kaum. Er hat den gleichen Charakter wie die Radreibung und verursacht einen zusätzlichen Leistungsverlust[1] von N_a PS. Rechnerisch kann er bis heute nicht erfaßt werden. Im Bereich der normalen Last kann dieser *Austauschverlust* häufig unberücksichtigt bleiben.

Die bisher besprochenen Verluste nennt man *innere Verluste*. Sie haben nämlich das gemeinsame Merkmal, daß sie als Wärme an die Arbeitsflüssigkeit übergehen, was besonders bei Dampf oder Gas eine Rolle spielt. Ihre Zusammenfassung mit der Nutzleistung ergibt die *innere Leistung*, die an der Welle gemessen wird und die in PS beträgt:

$$N_i = \frac{1}{75}(\gamma V \pm \gamma V_{\text{sp}}) H_{\text{th}} \pm (N_r + N_a), \qquad (3, 1)$$

wobei V den nutzbaren Mengenstrom und V_{sp} die Mengenverluste in m³/s bedeuten. γV hat aus Kontinuitätsgründen an jeder Stelle auch

[1] Dieser Impulsaustausch bedingt aber auch eine zusätzliche Energiebeladung des Förderstromes, die vor allem bei Teillast und bei Normallast im Fall der Verwendung von Austrittsleitschaufeln wichtig ist (S. 225).

bei Gasen den gleichen Wert. Von dieser Leistung N_i entfällt auf 1 kg Fördermittel eine Arbeit H_i, die man als *innere Förderhöhe* oder *innere Fallhöhe* bezeichnet und die beträgt

$$H_i = \frac{75\,N_i}{\gamma V} = \left(1 \pm \frac{V_{\rm sp}}{V}\right) H_{\rm th} \pm (Z_r + Z_a) \qquad (3,2)$$

mit

$$Z_r = 75\,\frac{N_r}{\gamma V}\,, \qquad Z_a = 75\,\frac{N_a}{\gamma V}\,. \qquad (3,3)$$

Bei gasförmigem Energieträger und fehlender Kühlung (Abb. 11) ist auch

$$H_i = 427\,(i_D - i_S) = 427\,c_p\,(t_D - t_S) \qquad (3,4)$$

so daß H_i also leicht gemessen werden kann. Dort ändern sich auch γ und V, was aber die Benutzbarkeit der vorstehenden Gleichungen nicht beeinträchtigt, weil — wie erwähnt — $\gamma V = G$ den gleichen Wert behält.

Schließlich sind die sog. *äußeren Verluste* von Wichtigkeit, die im wesentlichen Gleitflächenverluste darstellen und durch Lager- und Stopfbüchsenreibung, aber auch durch Luftreibung an den Kupplungen, ferner bei Turbinen durch den Energieverbrauch des Reglers und der Hilfsmaschinen, z. B. der Kondensationspumpen, bedingt sind. Ihre Verlustwärme geht offenbar nicht an das Fördermittel über (wenn man davon absieht, daß ein Teil der Reibungswärme der Stopfbüchse oder des Lagers über das Gehäuse sich dem Fördermittel mitteilen kann). Ist die entsprechende Verlustleistung N_m in PS, so beträgt die gesamte an der Kupplung verfügbare Leistung (Kupplungs- oder Wellenleistung) in PS

$$N = N_i \pm N_m = \frac{\gamma}{75}\,(V \pm V_{\rm sp})\,H_{\rm th} \pm (N_r + N_a + N_m)\,. \qquad (3,5)$$

Entsprechend diesen Verlusten unterscheidet man folgende

Wirkungsgrade.

Schaufelwirkungsgrad (oder hydraulischer Wirkungsgrad), der nur Druckverluste und zwar die Schaufelverluste kennzeichnet,

bei der Pumpe $$\eta_h = \frac{H}{H_{\rm th}} = \frac{H}{H + Z_h}$$

bei der Turbine $$\eta_h = \frac{H_{\rm th}}{H} = \frac{H - Z_h}{H}$$

oder in gemeinsamer Schreibweise

$$\eta_h = \left(\frac{H}{H_{\rm th}}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{H}{H \pm Z_h}\right)^{\pm 1},$$

sofern wieder das obere Vorzeichen für die Pumpe, das untere Zeichen für die Turbine gilt.

Innerer Wirkungsgrad, der alle inneren Verluste umfaßt,

$$\eta_i = \left(\frac{\gamma V H}{75\,N_i}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{\gamma V H}{\gamma V H_i}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{H}{H_i}\right)^{\pm 1}. \qquad (3,5\text{a})$$

Bei gasförmigem Energieträger in der *ungekühlten Maschine* kann nach (2, 9) bis (2, 10a) und (3, 4) bei Benutzung der Adiabate als Vergleichsprozeß auch geschrieben werden

bei der Pumpe $$\eta_i = \frac{i'_D - i_S}{i_D - i_S} = \frac{t'_D - t_S}{t_D - t_S} \qquad (3, 6)$$

bei der Turbine $$\eta_i = \frac{i_D - i_S}{i_D - i'_S} = \frac{t_D - t_S}{t_D - t'_S}. \qquad (3, 6a)$$

Die letzten beiden Gleichungen gestatten, den inneren Wirkungsgrad ohne Leistungsmessung zuverlässig zu ermitteln, wenn die Zustandspunkte, also die Temperaturen und Drücke gemessen sind. Die Wärmeabführung an der Gehäuseoberfläche ist hierbei nach Möglichkeit zu unterbinden.

Mechanischer Wirkungsgrad, der die äußeren Verluste berücksichtigt

$$\eta_m = \left(\frac{N_i}{N}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{N_i}{N_i \pm N_m}\right)^{\pm 1}$$

Gesamtwirkungsgrad oder Kupplungswirkungsgrad

$$\eta = \left(\frac{\gamma V H}{75 N}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{\gamma V H}{75 N_i} \cdot \frac{N_i}{N}\right)^{\pm 1} = \eta_i \, \eta_m \qquad (3, 7)$$

Den Gesamtwirkungsgrad η oder η_i kann man unmittelbar durch den Versuch bestimmen, den Schaufelwirkungsgrad η_h aber nicht. Man muß ihn aus η durch Ausscheiden der Verluste, die nicht Druckverluste sind, berechnen. Werden in den ersten Ausdruck von Gl. (3, 7) die Werte von N aus Gl. (3, 5) eingesetzt, so ergibt eine einfache Umformung mit $N_a = 0$

für die Pumpe $$\eta_h = \frac{1 + V_{sp}/V}{1 - (N_r + N_m)/N}\,\eta \qquad (3, 8)$$

für die Turbine $$\eta_h = \frac{1 + (N_r + N_m)/N}{1 - V_{sp}/V}\,\eta. \qquad (3, 8a)$$

Mittels Gl. (3, 8) und (3, 8a) lassen sich die bei der Schaufelberechnung verwendeten Werte η und η_h in Einklang bringen. Setzt man darin $N_m = 0$, so tritt sinngemäß η_i an Stelle von η und man hat eine Beziehung zwischen η_h und η_i.

Der Undichtheitsverlust V_{sp} kann ermittelt werden nach Abschn. 33 und 35.

Berechnung der Radreibung. Die *Reibungsleistung* an den Außenwänden des Rades beträgt allgemein [*III, 1, Abschn. 15a*]

$$N_r = k \gamma\, u^3 D\,(D + 5e) \qquad |\mathrm{PS}|, \qquad (3, 9)$$

wenn D der Raddurchmesser (Abb. 3a), e die Stirnbreite der Seitenwände des Rades am äußeren Umfang, u die Umfangsgeschwindigkeit, γ die Wichte des Fördermittels, k eine Funktion der Reynoldsschen Zahl des Rades ist.

Bei *Radialrädern* gewöhnlicher Form kann gesetzt werden:

$$(D + 5e)/D = 1{,}1.$$

Verwendet man m, kg, s als Einheiten, so ist bei mittleren REYNOLDSschen Zahlen $k = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ und also

$$N_r = 1{,}2 \cdot 10^{-6} \gamma u^3 D^2 \qquad |\mathrm{PS}| \qquad (3,10)$$

oder, weil

$$u = \frac{D}{2}\omega = \pi D \frac{n}{60},$$

$$N_r = 0{,}15 \cdot 10^{-6} \gamma \omega^3 D^5 \qquad |\mathrm{PS}| \qquad (3,11)$$

$$= 0{,}17 \gamma \left(\frac{n}{1000}\right)^3 D^5 \qquad |\mathrm{PS}| \qquad (3,12)$$

Bei gasförmigen Energieträgern nimmt γ von der Drehachse nach außen zu. Es empfiehlt sich hier für γ den am äußeren Umfang gültigen Wert einzusetzen.

Bei den *Axialrädern* der Dampf- und Gasturbinen (Abb. 5a) ist es üblich, für D den Raddurchmesser D_m in Schaufelmitte zu nehmen. Da dieser größer ist, als der Durchmesser der vollen Scheibe, die ja allein der Reibung an der Spaltflüssigkeit unterliegt, so ist der Zahlenwert entsprechend zu verkleinern. Unter Berücksichtigung der Verschiedenheit der REYNOLDSschen Zahl schreibt man dann gemäß [*II, 2*] statt Gl. (3, 12)

$$N_r = 0{,}06 \gamma \left(\frac{n}{1000}\right)^3 D_m^5 \qquad |\mathrm{PS}| \qquad (3,13)$$

Wird ein solches umlaufendes Axialrad nur teilweise vom Arbeitsstrom beaufschlagt, so „waten" die nicht beaufschlagten Schaufeln im Arbeitsmittel und verursachen eine verlustbringende Umlaufströmung. Diese, besonders bei Dampfturbinen wichtigen „*Ventilationsverluste*" übersteigen die Reibung an den Radwänden erheblich. Man berücksichtigt deshalb meist nur diese Verluste. Der mit den Schaufeln besetzte Ringraum hat eine Breite gleich der radialen Schaufellänge b. Somit betragen die Ventilationsverluste beim nicht beaufschlagten Rad

$$N_r = k_1 \gamma D_m^4 b \left(\frac{n}{1000}\right)^3 \qquad |\mathrm{PS}| \qquad (3,14)$$

worin nach FORNER:

$k_1 = 24$ für Räder mit 1 Schaufelkranz
$k_1 = 28$ „ „ „ 2 Schaufelkränzen (Abb. 170)
$k_1 = 38$ „ „ „ 3 Schaufelkränzen (Abb. 170a).

In den letzteren beiden Fällen nimmt man für b den Mittelwert der Schaufellängen. Ist das betrachtete Rad auf dem ε-ten Teil des Umfangs vom Arbeitsstrom beaufschlagt, so wird dieser sich an der Ventilationswirkung nicht beteiligen, und man nimmt als Radreibung sinngemäß nur das $(1-\varepsilon)$-fache, also

$$N_r' = (1-\varepsilon) N_r = (1-\varepsilon) k_1 \gamma D_m^4 b \left(\frac{n}{1000}\right)^3 \quad |\mathrm{PS}| \qquad (3,15)$$

Ist der nicht beaufschlagte Kranzteil eingehüllt (Abb. 5a), so genügen zwei Drittel der k_1-Werte.

Der *mechanische Verlustwert* N_m/N ist nach Erfahrungswerten zu schätzen. Er ist um so kleiner, je größer die Leistung und beträgt bei Strömungsmaschinen nur wenige Prozente.

3a. Besondere Formen des Wirkungsgrades bei Gasförderung.

a) Der adiabatische und isothermische Wirkungsgrad des gekühlten Verdichters. In der gekühlten Maschine, die nur bei der Pumpe und zwar dem Verdichter praktische Bedeutung hat, ist der verlustlose Prozeß nicht die bisher allein berücksichtigte Isentrope (Adiabate), aber auch nicht die Isotherme (weil die Kühlung nie vollkommen sein kann), sondern ein zwischen beiden verlaufender Prozeß. Würde dieser zugrunde gelegt, so würde die Güte der Kühlung im Wirkungsgrad nicht in Erscheinung treten. Deshalb ist es üblich, auch bei der gekühlten Maschine feste Vergleichsprozesse zu wählen und zwar entweder wie bisher die Adiabate, wobei die als Vergleichsarbeit dienende Förderhöhe $H_{\text{ad}} = H$ um die durch die Kühlwirkung erzielte Ersparnis zu groß ist und deshalb auch der errechnete *adiabatische Wirkungsgrad* η_{ad} reichlich groß erscheint.

Ebenso häufig legt man aber die Isotherme zugrunde, wobei man die Förderhöhe $H = H_{\text{is}}$ nach wie vor aus Gl. (2, 1) errechnet, aber dort zu setzen hat

$$h_p = h_{\text{is}} = P_S v_S \ln \frac{P_D}{P_S} = R\, T_S \ln \frac{P_D}{P_S}.$$

Die anderen Glieder der Gl. (2, 1) sind meist vernachlässigbar, so daß also $H_{\text{is}} = h_{\text{is}}$. Diese isothermische Förderhöhe ist dann um den durch die Unvollkommenheit der Kühlung bedingten Mehrverbrauch des reibungsfreien Prozesses zu klein. Der erhaltene *isothermische Wirkungsgrad* ist ferner um so kleiner als der adiabatische, je höher die Verdichtung getrieben wird. Es gibt dann offenbar auch einen isothermischen Wirkungsgrad der verlustfreien, z. B. der adiabatischen Verdichtung. Weitere Angaben sind in den VDI-Verdichter-Regeln [*III, 16*] enthalten.

b) Der polytropische Wirkungsgrad. Beim ungekühlten Verdichter verläuft die Zustandskurve nicht adiabatisch, sondern mit zunehmender Entropie infolge der zugeführten Reibungswärme Z, die in Abb. 11a durch die Fläche unter der Zustandskurve $A\,B$ dargestellt ist. Legt man für letztere eine Polytrope zugrunde mit dem Gesetz $P\,v^n = P_S\, v_S^n$, so kann man den Exponenten n aus den gemessenen Temperaturen berechnen, weil

$$\frac{T_D}{T_S} = \left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{n-1}{n}},$$

woraus

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\log (T_D/T_S)}{\log (p_D/p_S)}. \qquad (3a,1)$$

Die Beheizung des Gases durch die Reibungswärme Z hat nun einen zusätzlichen Bedarf K an reiner Verdichtungsarbeit zur Folge (ebenso wie umgekehrt im Falle der Kühlung eine Ersparnis an Arbeit eintritt). Dieser Mehrbedarf K an Verdichtungsarbeit (Fläche $A\,BB'$ in Abb. 11a) wird bisweilen als Nutzarbeit betrachtet, was sich nur rechtfertigen läßt, wenn man die Wirkungsgrade mit denen vergleichen will, die sich bei raumbeständiger Flüssigkeit ergeben würden, um die Güte der Beschauflung unabhängig vom Einfluß der Dichteänderung, also auch unabhängig vom Einfluß des Druckverhältnisses zu beurteilen. Dann ist in der früheren Gl. (3, 5a) für die Förderhöhe H an Stelle der adiabatischen die polytropische Arbeit H_{pol} einzusetzen, die sich ergibt, wenn in Gl. (2, 1) eingesetzt wird

$$h_p = h_{\text{pol}} = \frac{n}{n-1} R\, T_S \left[\left(\frac{P_D}{P_S}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = \frac{n}{n-1} R\,(T_D - T_S)\,. \qquad (3\,\text{a},\,2)$$

wobei wieder $H_{\text{pol}} = h_{\text{pol}}$ genommen werden kann.

Der so definierte polytropische Wirkungsgrad beträgt also

$$(\eta_i)_{\text{pol}} = \frac{H_{\text{pol}}}{H_i}$$

oder wegen Gl. (3a, 2) und weil $H_i = 427\, c_p\, (T_D - T_S)$, worin $427\, c_p = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R$

$$(\eta_i)_{\text{pol}} = \frac{n}{n-1} \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\,, \qquad (3\,\text{a},\,3)$$

Setzt man den Wert aus Gl. (3a, 1) ein, so wird also endgültig

$$(\eta_i)_{\text{pol}} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{\log(p_D/p_S)}{\log(T_D/T_S)}\,. \qquad (3\,\text{a},\,4)$$

Dieser für den Verdichter geltende Wert ist größer als der auf die Adiabate bezogene innere Wirkungsgrad der Gl. (3, 5a). Bei der Turbine ist der reziproke Wert von Gl. (3a, 4) zu nehmen, der dann kleiner als das zugehörige η_i ist.

Zu beachten ist ferner, daß die Form der Gl. (3a, 4) nur für permanente Gase brauchbar und für Dämpfe umzuformen ist.

Wir werden vom Begriff des polytropischen Wirkungsgrades bei der weiteren Behandlung der Verdichter und Gasturbinen keinen Gebrauch machen. Er findet aber häufig in der Literatur Erwähnung, um die Güte von ungekühlten Maschinen, welche verschiedene Druckhöhen verarbeiten, vergleichen zu können.

Bei mehrstufigen ungekühlten Maschinen hat die zusätzliche Verdichtungsarbeit K infolge des Aufheizens des Gases durch die Reibungswärme — sowohl bei Verdichtern wie Turbinen — Einfluß auf die Verteilung der Gesamtarbeit auf die einzelnen Stufen, die wir später (s. S. 327ff.) ins Auge fassen. Die dort verwendete Zahl μ ist beim Verdichter etwa gleich dem Verhältnis von η_{pol} zu η_i.

4. Das Moment der Schaufelkräfte und die auf 1 kg bezogene Schaufelarbeit H_{th}.

Wir betrachten zunächst einen radialen Schaufelkranz mit einfach gekrümmten Schaufeln (Abb. 12), also axparallelen Schaufelkanten. Um den Impulssatz anzuwenden, legen wir die Kontrollfläche als Rotationsfläche um den Schaufelkranz, d. h. dicht vor die Saugkante und dicht hinter die Druckkante der Schaufeln. In Abb. 12 sind dies die beiden Zylinderflächen I und II. Die verbindende Fläche sei die Außenfläche des Rades, so daß also die Kontrollfläche I die Radwand durchschneidet, was notwendig ist, weil in der Schnittfläche das gesuchte Drehmoment wirksam ist. Die Strömung durch die Kontrollflächen I und II nehmen wir trotz der endlichen Zahl der Laufschaufeln als eindimensional und stationär an, vermitteln also die

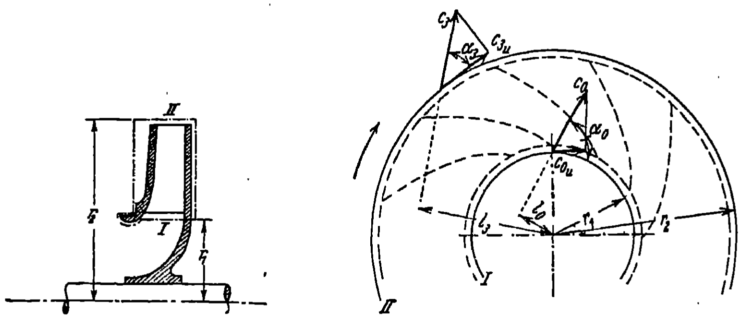


Abb. 12. Darstellung der Kontrollflächen am Schaufelrad.

tatsächliche Ungleichheit der Geschwindigkeit längs der Schaufelteilung dadurch, daß wir die ausgeglichene Strömung, die sich in genügender Entfernung vom Rad bildet, bis zur Kontrollfläche fortgesetzt denken.

Von den in den zylindrischen Kontrollflächen wirkenden Kräften erzeugen die Normalkräfte, d. h. die Flüssigkeitsdrücke, kein drehendes Moment und bleiben also unberücksichtigt. Ein solches wird vielmehr hervorgerufen vom Impuls der durch die Kontrollflächen tretenden Flüssigkeit und durch Zähigkeitswirkungen, also Tangentialkräfte. Bezeichnet mit Bezug auf Abb. 12 (in dem die Richtungspfeile der Pumpenströmung eingetragen sind)

c_0, c_3 die mittlere Geschwindigkeit der Strömung beim Durchtritt durch die Kontrollfläche der Saug- und Druckseite des Rades,

α_0, α_3 die Winkel dieser Geschwindigkeiten mit der Umfangsrichtung,

r_1, r_2 die Halbmesser der Kreiszylinder, auf denen die Saug- und Druckkanten der Schaufeln liegen.

$G = \gamma V$ den Förderstrom (Gewichtsstrom) in kg/s,

so wirken, ganz gleichgültig, wie die Strömung im Inneren des Rades vor sich geht, folgende Kräfte am Umfang der Kontrollfläche:

In der Zylinderfläche I die Impulskraft $\frac{G}{g} c_0$ in Richtung von c_0 mit dem Hebelarm $l_0 = r_1 \cos \alpha_0$, also dem Moment

$$M_0 = -\frac{G}{g} c_0 l_0 = -\frac{G}{g} c_0 r_1 \cos \alpha_0$$

(das negative Zeichen soll berücksichtigen, daß dieses Moment das übertragene Moment verkleinert).

In der Kontrollfläche II die Impulskraft $\frac{G}{g} c_3$ entgegen der Richtung von c_3 mit dem Hebelarm $l_3 = r_2 \cos \alpha_3$, also dem Moment

$$M_3 = \frac{G}{g} c_3 l_3 = \frac{G}{g} c_3 r_2 \cos \alpha_3 .$$

Längs der gesamten Kontrollfläche wirken ferner Tangentialkräfte, die in den Zylinderflächen I und II durch die turbulente Austauschbewegung der Grenzschicht zwischen Laufkanal und Außenraum bedingt sind (S. 16) und ein Moment M_τ hervorrufen. An den Seitenflächen wirkt die Radreibung, die gesondert berechnet wird (s. S. 18ff.) und deshalb ausgeschieden werden soll. Das von den Schaufeln übertragene Moment beträgt also

$$M = M_3 + M_0 \pm M_\tau$$

oder

$$M = \frac{G}{g} (r_2 c_3 \cos \alpha_3 - r_1 c_0 \cos \alpha_0) \pm M_\tau \qquad (4,1)$$

(wobei wieder das positive Zeichen sich auf die Pumpe, das negative auf die Turbine bezieht).

Da $c_3 \cos \alpha_3 \equiv c_{3u}$ und $c_0 \cos \alpha_0 \equiv c_{0u}$ die Umfangskomponenten der Austritts- und Eintrittsgeschwindigkeit sind, so kann Gl. (4, 1) auch geschrieben werden

$$M = \frac{G}{g} (r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u}) \pm M_\tau . \qquad (4,2)$$

Die Klammer stellt die Zunahme des Dralls für die Masse 1 dar.

Sieht man von den durch Zähigkeitseinflüsse bedingten Glied M_τ ab, so ist das *von den Schaufeln übertragene Drehmoment gleich der Zunahme des Dralls der sekundlichen Durchflußmenge.*

Aus (4, 2) ergibt sich ferner für die freie Strömung, d. h. mit $M = 0$, $M_\tau = 0$, der Satz von der Unveränderlichkeit des Dralls, denn es wird $r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u} = 0$. Gl. (4, 2) ist im Hinblick auf Abb. 12 für die Pumpenströmung abgeleitet. Sie gilt aber allgemein.

Das durch Zähigkeitswirkungen bedingte Moment M_τ hat nur Bedeutung im Fall eines Impulsaustausches, also nur bei Pumpen. Es hat eine ähnliche Wirkung wie das Moment der Radreibung, d. h. es beeinflußt die Förderhöhe nicht oder erst in zweiter Linie. Jedoch gibt es Fälle, wo dieser Impulsaustausch einen merklichen Beitrag zur Energiebeladung des Förderstroms liefert. Da er aber rechnerisch nicht erfaßt werden kann, so soll er ausgeschieden werden, wie dies auch mit der Radreibung geschehen ist. Nur muß sein Vorhandensein be-

achtet bleiben und zur Erklärung mancher Beobachtung herangezogen werden (S. 177). Die Schaufelarbeit H_{th} ergibt sich dann aus den beiden folgenden Ausdrücken für die sekundliche Radarbeit, sofern ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades ist,

$$M\,\omega = G\,H_{\text{th}}$$

zu

$$H_{\text{th}} = \frac{M\,\omega}{G} \tag{4,3}$$

oder gemäß (4,2), worin M_τ gleich Null gesetzt wird,

$$H_{\text{th}} = \frac{\omega}{g}\,(r_2\,c_{3_u} - r_1\,c_{0_u})\,. \tag{4,4}$$

Führt man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades am Halbmesser r_1 und r_2 ein, mit $u_1 = r_1\,\omega$; $u_2 = r_2\,\omega$, so erhält man

$$H_{\text{th}} = \frac{1}{g}\,(u_2\,c_{3_u} - u_1\,c_{0_u})\,. \tag{4,5}$$

Dies ist die *Hauptgleichung* der Turbinentheorie. Sie gilt auch für den Fall, daß die Dichte beim Durchgang durch das Rad sich ändert, also auch für Gasströmung, weil in der Ableitung die Wichte γ nicht gebraucht wird.

Sie gilt ferner auch wenn die Schaufelkanten nicht achsparallel sind. Obwohl hierbei die Radien r_2 und r_1 längs der Schaufelkanten wechseln, bleiben doch in Gl. (4, 4) die Geschwindigkeitsmomente konstant, wenn die Strömung drehungsfrei sein soll, was meist vorausgesetzt wird. Andernfalls gilt die Gleichung nur für die einzelne Flußlinie.

Da die Wichte γ nicht vorkommt, so ist die Förderhöhe, *ausgedrückt in Meter Flüssigkeitssäule*, von der Art der Flüssigkeit unabhängig, beispielsweise für Wasser, Öl und Luft gleich[1]. Ebenso wird auch das sekundliche Fördervolumen unabhängig von der Art der Flüssigkeit sein. Dagegen ist das Drehmoment und damit die Leistung dem spezifischen Gewicht proportional.

Wesentlich ist noch die Feststellung, daß Zähigkeitswirkungen innerhalb der Kontrollfläche die Gültigkeit des Impulssatzes nicht beeinträchtigen. Demnach gelten alle in diesem Abschnitt abgeleiteten Gleichungen unabhängig davon, ob beim Durchfluß durch das Rad Druckverluste durch Reibung, Stoß, Querschnittsänderung und Richtungsänderung entstehen. Naturgemäß ändert sich dadurch der Schaufelwirkungsgrad, also H, aber nicht H_{th}, sofern die wirklichen Geschwindigkeiten in die Gleichungen eingesetzt werden.

Heranziehung der Zirkulation. Das übertragene Drehmoment M muß auch durch die Zirkulation ausdrückbar sein, weil der Schaufeldruck durch das Zusammenwirken einer Zirkulationsströmung mit einer Durchflußströmung entsteht [*III, 1*]. Die Zirkulation ist in der Absolutströmung zu ermitteln, weil nur sie

---

[1] Für die Verluste und somit auch für die wirkliche Förderhöhe trifft dies nur zu, wenn die Reynoldssche Zahl, also beim gleichen Kanal der Quotient aus Geschwindigkeit und kinematischer Zähigkeit, gleich ist. Dies ist besonders bei Flüssigkeiten von verhältnismäßig großer Zähigkeit, z. B. Öl, zu beachten.

allgemein wirbelfrei ist, sofern die Zuströmung keine Drehung enthält. Im vorliegenden Fall läßt sie sich sowohl unter Einschluß wie unter Ausschluß der Schaufeln, welche mit Wirbeln belegt zu denken sind, anschreiben (Abb. 12a). Erstere bezeichnet man als äußere Zirkulation Γ_a, letztere als innere Zirkulation Γ_i. Bestimmen wir diese beiden Größen längs der Kreise vom Halbmesser r_2, bzw. r_1, so ist

$$\Gamma_a = c_{3u} \cdot 2\, r_2 \pi = 2\pi\, (r_2\, c_{3u})\,;$$

$$\Gamma_i = c_{0u} \cdot 2\, r_1 \pi = 2\pi\, (r_1\, c_{0u})$$

oder

$$r_2 c_{3u} = \frac{\Gamma_a}{2\pi}\,; \qquad r_1 c_{0u} = \frac{\Gamma_i}{2\pi}\,.$$

Damit läßt sich Gl. (4, 2) bei Vernachlässigung des Zähigkeitsgliedes M_τ schreiben

$$M = \frac{G}{2\pi g}\,(\Gamma_a - \Gamma_i)\,. \qquad (4,6)$$

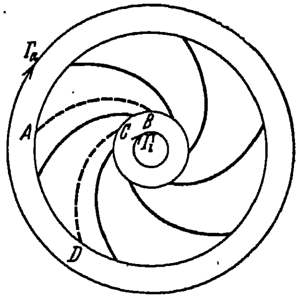


Abb. 12 a. Veranschaulichung der Zirkulation.

Der Unterschied der äußeren und inneren Zirkulation ist durch die zwischen den beiden Gebieten liegenden Wirbelkerne bedingt, die nur durch die Schaufeln dargestellt sein können, sofern die (absolute) Strömung reibungs- also wirbelfrei sein soll.

Nach den Gesetzen der Strömungslehre ist die Zirkulation gleich der Summe der Zirkulationen längs der vom Integrationsweg ganz eingeschlossenen Linien. Bezeichnen wir die Zirkulation der einzelnen Schaufel, *die aus einem Momentbild der Absolutströmung zu ermitteln ist*, mit Γ_s, so besteht bei z Schaufeln die Beziehung

$$\Gamma_a - \Gamma_i = z\,\Gamma_s\,. \qquad (4,7)$$

Gl. (4, 6) läßt sich also schreiben

$$M = \frac{G}{2\pi g}\, z\, \Gamma_s\,, \qquad (4,8)$$

ferner wird nach (4, 3)

$$H_{\text{th}} = \frac{\omega}{2\pi g}\, z\, \Gamma_s\,. \qquad (4,9)$$

5. Häufige Anwendungsformen der Hauptgleichung.

Dem *Pumpenrad* strömt die Flüssigkeit meist ohne besondere Führungsschaufeln, also drallfrei zu. Deshalb kann $\alpha_0 = 90°$ gesetzt werden. (Abb. 13). Dann ist die Schaufelarbeit nach der Hauptgleichung

$$H_{\text{th}} = \frac{u_2}{g}\, c_3 \cos\alpha_3 = \frac{u_2}{g}\, c_{3u}\,. \qquad (5,1)$$

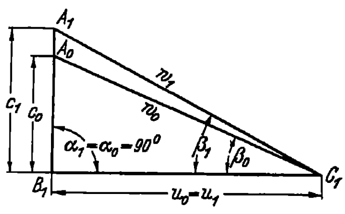


Abb. 13. Geschwindigkeitsdreieck für die Saugkante bei $\alpha_0 = 90°$.

Beim *Turbinenrad* ist c_0 die Austrittsgeschwindigkeit des Rades. Sie bedeutet hier ungenutzte Energie, also einen Verlust, den *Austrittsverlust*, den der Konstrukteur möglichst klein halten muß. Ein endlicher Betrag dieser Austrittsgeschwindigkeit c_0 ist nötig zum Abtransport der Arbeitsflüssigkeit. In diesem Sinn wirkt aber nur die Komponente senkrecht zur Umfangsrichtung des Rades, also

$c_0 \sin \alpha_0 = c_{0m}$, während die Umfangskomponente $c_0 \cos \alpha_0 = c_{0u}$ lediglich ein Kreisen der Strömung bewirkt, also in diesem Sinne nutzlos ist. Sie muß als Blindkomponente angesprochen werden und ist (von diesem Standpunkt aus) grundsätzlich zu vermeiden. Daraus ergibt sich für die Normalleistung als Regel $\alpha_0 = 90°$, und man hat auch hier die gleiche Sachlage wie bei der Pumpe, so daß Gl. (5, 1) unverändert gilt.

Berücksichtigt man alle auftretenden Verluste, so ergibt die genaue Rechnung oder der Versuch ein Optimum des Wirkungsgrades bei einem Winkel α_0, der etwas kleiner als 90° ist, und zwar sowohl bei Turbinen wie Pumpen. Dies rührt daher, daß dann die Relativgeschwindigkeit an der Saugkante sich verkleinert (S.238f.). Bei der vielstufigen Dampfturbine wird die Auslaßenergie der einzelnen Stufe in der folgenden Stufe ausgenützt. Dort sind also Austrittswinkel, die von 90° abweichen, unbedenklich. Allerdings sind sie meist größer als 90°, weil dann das 2. Glied in Gl. (4, 5) positiv wird, also die Umfangsgeschwindigkeit (oder die Stufenzahl) gesenkt werden kann. Es handelt sich aber immer um kleine Unterschiede, die bei den vorliegenden allgemeinen Betrachtungen keine Rolle spielen, so daß (5, 1) als Normalform der Hauptgleichung betrachtet werden kann.

6. Der Einfluß der Endlichkeit der Schaufelzahl.

Sowohl bei der Turbine wie Pumpe ist man heute noch mit wenigen Ausnahmen darauf angewiesen, die Berechnung in Anlehnung an die schaufelkongruente Strömung, also unter der Annahme unendlicher Schaufelzahl durchzuführen, weil es andere, für den Ingenieur brauchbare Verfahren gleicher Zuverlässigkeit noch nicht gibt. Während man aber bei der Turbine die Ergebnisse häufig ohne wesentliche Korrektur benutzen kann, ist dies bei der Pumpe in keinem Fall zulässig. Man würde nämlich einen viel zu kleinen Wert für H_{th} bekommen und mit der danach gebauten Pumpe die verlangte Förderhöhe nicht erreichen. Der erhebliche Unterschied kann nur von dem endlichen gegenseitigen Abstand der Schaufeln herrühren, der zur Folge hat, daß keine Gleichheit des Strömungszustandes längs eines Parallelkreises vorhanden ist und die Relativströmung nicht die ganze durch die Schaufelwinkel vorgeschriebene Richtungsänderung mitmacht. Bei der Turbine liegt grundsätzlich der gleiche Vorgang vor: Er wirkt sich dort aber weit weniger oder gar nicht aus, wie wir nachher sehen werden.

a) Fall der Reibungsfreiheit erläutert am Beispiel des geraden Schaufelgitters. Zur Gewinnung eines grundsätzlichen Einblicks betrachten wir die axiale Beschaufelung, die wir durch einen gleichaxigen Kreiszylinder schneiden und dadurch in die Ebene als endloses geradliniges Schaufelgitter abwickeln können (Abb. 14). Die Drehbewegung im Rad äußert sich dann in einer geradlinigen Bewegung in Gitterrichtung. Dieses Gitter stellen wir uns durch Ebenen parallel zur Zeichenebene begrenzt vor und betrachten das Strombild der Relativströmung für den Fall des stoßfreien Eintritts. Dieses wird identisch sein mit dem Bild der stoßfreien Strömung gegen die gleichen ruhenden Schaufeln, also auch des axialen Leitrades, weil

beim Axialrad sich die Drehbewegung nur in einer Parallelverschiebung der Abwicklung äußert. Wir wollen zunächst reibungsfreie Flüssigkeit annehmen und können dann den Entwurf nach den für die ebene Potentialströmung geltenden Regeln [*III, 1*] durchführen, wie das in Abb. 14 für zwei benachbarte Schaufeln geschehen ist. Dabei müssen wir beachten, daß die Schaufelbegrenzung Stromlinien sind, und in genügender Entfernung vor und hinter dem Gitter die ungestörte Parallelströmung mit den Geschwindigkeiten w_0 und w_3 vorliegt. Die Richtung letzterer müssen wir aus der Bedingung stoßfreien Eintritts

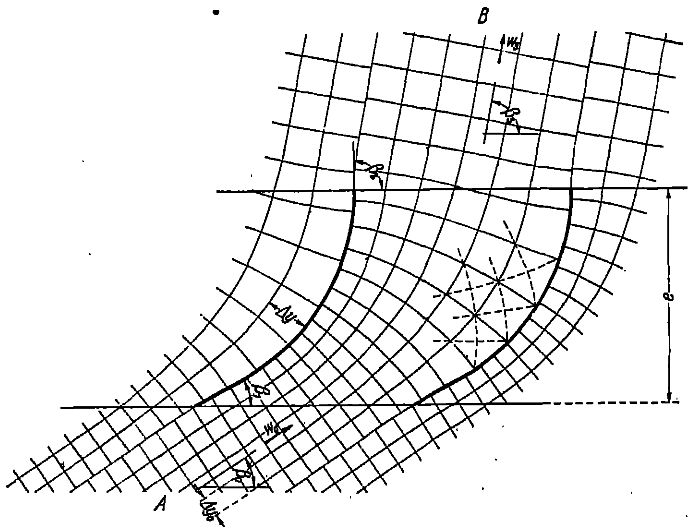


Abb. 14. Strombild der idealen Flüssigkeit im axialen Schaufelkanal.

und tangentialen Abströmens[1] ermitteln, was bedeutet, daß an den Schaufelkanten beiderseits der Schaufel gleicher Druck und gleiche Geschwindigkeit herrschen muß, d. h. daß beiderseits der die Schaufel bestreichenden Stromlinien die Kurvenvierecke nur im Bereich der Schaufel verschieden sein dürfen. Diese Bedingung läßt sich nur bei *einer* bestimmten Zu- und Abströmungsrichtung, die nicht mit der Endtangente an die unendlich dünn gedachte Schaufel übereinstimmt, erfüllen, was mehrmaliges Probieren verlangt[2]. An dem fertigen Strombild machen wir folgende Beobachtung:

1. Die Stromlinien sind inmitten der Strömung nicht schaufelkongruent. Vielmehr verbreitern sich die Stromröhren auf der konkaven Vorderseite der Schaufel und verengen sich auf der konvexen Rück-

---

[1] Dieses tangentiale Abströmen wird dadurch gesichert, daß die sich andernfalls ablösenden „*Anfahrwirbel*" die dazu notwendige Zirkulationsströmung induzieren, welche sich über die Durchflußströmung lagert.

[2] Die Normallinien (Äquipotentiallinien) verschieben sich längs der mit der Schaufel zusammenlaufenden Stromlinie gegeneinander um ebensoviel Kurvenvierecke, als dem Betrag der Zirkulation nach Gl. (4, 8) entspricht.

seite, so daß also die Geschwindigkeiten im Kanal auf der Vorderseite zunächst ab-, auf der Rückseite zunehmen und etwa in Schaufelmitte an der Vorderseite ein Überdruck, auf der Rückseite ein Unterdruck herrscht. Der Druckunterschied bedingt die Schaufelkraft, also die Schaufelarbeit. Das tangentiale Zu- und Abströmen hat zur Folge, daß der Druckunterschied auf beiden Schaufelseiten nach den Schaufelspitzen hin verschwindet, also wie oben schon erwähnt wurde, dort die Stromröhren beiderseits gleich breit sind. Längs einer Schaufelteilung sind die Geschwindigkeiten nicht gleichmäßig verteilt, wie bei der schaufelkongruenten Strömung, sondern auf der Rückseite der Schaufel größer als auf deren Vorderseite.

2. Diejenigen Stromlinien, welche mit der Schaufelkontur zusammenlaufen, werden kurz vor und hinter dem Kanal nach der Schaufelrückseite abgebogen, offenbar infolge der saugenden Wirkung des dort vorhandenen Unterdruckes und der abdrängenden Wirkung des auf der Vorderseite herrschenden Überdrucks. Die Folge ist eine Ablenkung der Stromfäden um die Winkel $\beta_0 - \beta_1$ am Eintritt, $\beta_2 - \beta_3$ am Austritt. Am Eintritt ist also der Schaufelwinkel verkleinert und am Austritt vergrößert. Beide Winkeländerungen laufen darauf hinaus, daß die vom Gitter der Strömung aufgezwungene Richtungsänderung $\beta_3 - \beta_0$ kleiner ist als die Änderung $\beta_2 - \beta_1$ der Schaufelwinkel. Man sieht dies deutlich am mittleren Faden $A\,B$, der mit einer kleineren Richtungsänderung durch das Schaufelgitter hindurchkommt als der Schaufelkrümmung entspricht.

Die Endlichkeit der Schaufelzahl hat also die bemerkenswerte Folge, daß die Schaufelwinkel am Ein- und Austritt im Sinne einer Vergrößerung der ablenkenden Wirkung, also im Sinne einer Leistungssteigerung gegenüber den unendlich dicht stehenden Schaufeln übertrieben werden müssen.

Wird diese Winkelübertreibung nicht verwirklicht, so äußert sich die Endlichkeit der Schaufelzahl in einer Minderleistung gegenüber der Rechnung nach der eindimensionalen Stromfadentheorie.

Diese Ergebnisse sind aus der Betrachtung der reibungsfreien Strömung gewonnen. Sie gelten sowohl für die Turbine und Pumpe, weil das Strombild von der Strömungsrichtung ebenso wie vom Förderstrom unabhängig ist. Inwieweit sie bei Berücksichtigung der Zähigkeit bestehen bleiben, wird anschließend gezeigt werden.

b) Das Kreisgitter. Die bisherigen Überlegungen gelten in gleicher Weise für das kreisförmig angeordnete Schaufelgitter, also das Radialrad. Zwar führt hier die Laufschaufel eine Drehbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω des Rades aus, während beim geradlinigen Gitter lediglich eine Parallelverschiebung vorliegt. Da Reibung fehlen soll, also die Absolutströmung drehungsfrei bleibt, so muß die Relativströmung eine Drehung entgegengesetzt der Drehung ω des Rades, also mit $-\omega$ ausüben. Dieser „*relative Kanalwirbel*“, von dem man sich leicht eine Vorstellung machen kann, wenn man den Kanal beiderseits abschließt (Abb. 14a), erlaubt es nicht mehr, das Strombild der Relativströmung nach den für Potentialströmungen geltenden Regeln

zu entwerfen. Man kann es sich aber aus der Übereinanderlagerung des Strombildes des ruhenden Kanals (Durchflußströmung) über das des umlaufenden Kanals bei fehlendem Flüssigkeitstransport (Verdrängungsströmung), das dem des erwähnten Kanalwirbels ähnlich ist, entstanden denken[1]. Da nun nach Abb. 14a die Geschwindigkeiten des relativen Kanalwirbels auf der Vorderseite der Schaufel entgegengesetzt zum Durchfluß, auf der Rückseite im Sinne des Durchflusses, gerichtet sind, so entstehen wieder geringe resultierende Geschwindigkeiten, also hoher Druck auf der Vorderseite und hohe Geschwindigkeiten, also niederer Druck, auf der Rückseite der Schaufel, und somit wieder die gleiche Geschwindigkeitsverteilung wie bei der Axialschaufel. Dies ist selbst dann der Fall, wenn die Schaufel im geraden Gitter wirkungsfrei sein würde, also geradlinig oder sogar negativ, d. h. nach rückwärts gekrümmt ist. Man sieht also, daß der relative Kanalwirbel, d. h. die Drehbewegung, den Schaufeldruck vergrößert, was leicht auch durch die Mitwirkung der Fliehkräfte oder der Corioliskräfte zu erklären ist (s. S. 47). Radiale Pumpenschaufeln sind meist rückwärts gekrümmt im Gegensatz zu den radialen Turbinen (s. S. 50ff).

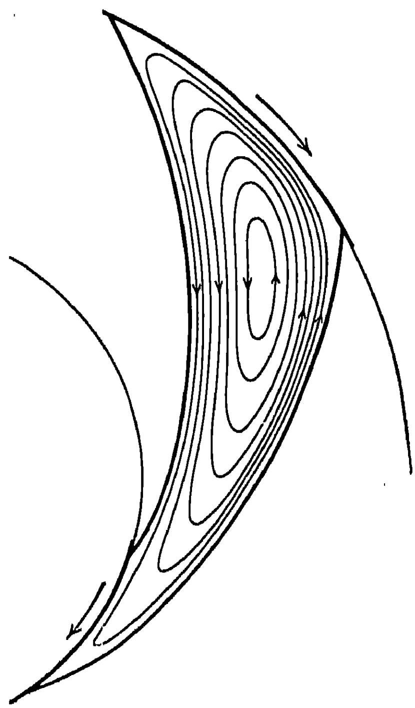


Abb. 14a. Relativströmung im allseitig geschlossenen Radialrad (Relativer Kanalwirbel).

Für diese mit einer Drehung behaftete Relativströmung kann die Bernoulli-Gleichung nicht mehr gelten. An ihre Stelle tritt die *Energiegleichung für die Relativströmung*, welche lautet

$$h + \frac{w^2 - u^2}{2g} = h_1 + \frac{w_1^2 - u_1^2}{2g} = \text{Konst.} \qquad (6, 1)$$

(h = Druck in m Flüssigkeitssäule).

Diese Gleichung erhält man aus der Verfolgung des Druckes längs einer beliebigen Stromröhre der Relativströmung, wenn die Druckänderung in der ruhenden Röhre, die der Bernoulli-Gleichung folgt, zu derjenigen addiert wird, welche in der umlaufenden aber mit Flüssigkeit gefüllten Stromröhre entsteht. Sie folgt auch aus der späteren Gl. (8, 3).

[1] Hierbei müssen beide Teilströmungen an den Enden tangentiales Abströmen aufweisen, also mit der dazu nötigen Zirkulation versehen sein.

Längs des gleichen Parallelkreises, also für das gleiche u, ergibt sich wieder das Abhängigkeitsgesetz nach BERNOULLI. Betrachten wir den Druckverlauf des Stückes eines Parallelkreises zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schaufeln, so nimmt h von der Vorderseite einer Schaufel nach der Rückseite der nächsten Schaufel ab, damit ein Schaufeldruck entstehen kann. Also nimmt w zu und es ensteht die gleiche Geschwindigkeitsverteilung, die vorhin die Heranziehung des relativen Kanalwirbels ergab.

c) **Einfluß der Zähigkeit.** Bisher haben wir die Wirkung der Auseinanderstellung der Schaufeln ohne Berücksichtigung der Zähigkeit verfolgt. Dieser Einfluß ist aber erheblich und zwar besonders bei der verlangsamten Strömung der Pumpe, so daß hier das abgeleitete Strombild nicht nachzuweisen ist. Zunächst tritt hinter den endlich dicken Schaufelanfängen eine Totraumbildung auf, weil auf den hinter dem Staupunkt entstehenden Unterdruck wieder ein Druckanstieg folgen muß und dadurch die Grenzschicht sich anhäuft. Diese Eintrittskontraktion verwirklicht bei der Pumpe größenordnungsmäßig bereits die von der Eintrittsablenkung verlangte Querschnittsverkleinerung, und es ist deshalb meist üblich, in der Rechnung beide Vorgänge gegeneinander aufzuheben und nicht zu berücksichtigen. Meist erweist sich sogar ein Zuschlag zu dem so berechneten Eintrittswinkel der Schaufel als vorteilhaft. Bei der Turbine wirkt die Eintrittskontraktion nicht im Sinne einer Übertreibung. Sie wird aber durch die Beschleunigung der Strömung weitgehend unterdrückt. Trotzdem wird auch hier in der Regel am Eintritt keine Winkelübertreibung vorgenommen.

Wenn sonach die Berücksichtigung der Eintrittsablenkung bei Turbinen und Pumpen (mit Ausnahme der extremen Schnelläufer, wo die Auseinanderstellung der Schaufeln besonders groß ist) wenig Bedeutung hat, so ist dies auch auf den noch nicht erwähnten Umstand zurückzuführen, daß die Zuströmrichtung fest vorgeschrieben ist, und die Schaufelarbeit H_{th} nach der Hauptgleichung deshalb nur von den Abströmgeschwindigkeiten abhängt, so daß ein falsch bemessener Eintrittswinkel der Schaufel nur den „Eintrittsstoß" beeinflußt, der durch eine *gute Anfangsabrundung der Schaufel* weitgehend unterdrückt werden kann. Ganz anders liegen die Verhältnisse für den Kanalaustritt. Dort bedingt der Endverlauf der Schaufel die Abströmung vom Rad, ist also maßgebend für H_{th} und damit für die Maschinenleistung. Wie wird hier die Strömung durch die Zähigkeit beeinflußt?

Es wird überall dort, wo in Abb. 14 die Stromröhren sich erweitern, die Grenzschicht gegen wachsenden Druck strömen müssen. Da sie dies höchstens in dem Maße tun kann, als sie von der benachbarten gesunden Strömung mitgeschleppt wird, so sind Anhäufungen der Grenzschicht oder sogar Toträume die zwangsläufige Folge. Diese Toträume sind also bei der Pumpenströmung der Abb. 14 am Austritt auf der konvexen Schaufelrückseite zu erwarten.

Aber auch bei der beschleunigten Strömung in der Turbine erweitern sich die Stromröhren an der Wand (weil Abb. 14 unverändert bleibt,

wenn man die Stromrichtung umkehrt) und zwar am Kanalaustritt wieder auf der konvexen Schaufelseite (Rückseite).

In beiden Fällen entsteht eine Verbreiterung der Grenzschicht, so daß am Schaufelende (ebenso wie hinter dem gewöhnlichen Tragflügel) stets Totraumbildung, also Einschnürung der Strömung zu erwarten ist. Bei der verlangsamten Strömung der Kreiselpumpe wird diese Erscheinung verstärkt. Der Totraum erstreckt sich hier infolge der Mitwirkung der Eintrittskontraktion auf die ganze Saugseite.

Diese starke Totraumbildung ist beachtlich, wenn auch der günstige Umstand vorliegt, daß die Toträume stärkeren Fliehkräften unterworfen sind, als die gesunde Strömung, so daß sie durch Fliehkräfte in gewissem Maße abgesaugt werden. (Bei der radialen Turbine müßte dies entgegengesetzt zur Strömung geschehen.) Die Dicke der Schaufel am Austritt wirkt offenbar im gleichen Sinne wie der dort vorhandene Totraum.

Die Folge hinsichtlich der Schaufelarbeit ist aber bei Pumpen und Turbinen entgegengesetzt, wie nachstehende Überlegung zeigt, die an der Axialschaufel Abb. 15 durchgeführt werden soll. Diese ist von unten nach oben angeströmt. Die Pumpenschaufel ist nach der ausgezogenen Linie, die Turbinenschaufel nach der gestrichelten Linie, also entgegengesetzt gekrümmt. Beide Schaufelsysteme bewegen sich dann im Sinne des Pfeils.

Die Austrittsneigung und Schaufelteilung sind für beide Schaufelformen absichtlich gleich gewählt, damit die Austrittsverhältnisse verglichen werden können. In beiden Fällen bildet sich auf der konvexen Schaufelseite des Austrittsendes der in Anlehnung an Abb. 14 besprochene Druckanstieg und dadurch der in der Zeichnung eingetragene Totraum x bei der Pumpe, der Totraum y bei der Turbine. (Der Totraum ist bei der Turbinenschaufel allerdings weniger ausgedehnt als bei der Pumpenschaufel.)

Diese Toträume (ebenso wie die endliche Dicke des Schaufelendes) bewirken eine Verengung des Querschnitts, also ein Anwachsen der Austrittsgeschwindigkeit w_2 kurz vor dem Austritt und damit ihrer Meridiankomponente $w_{2m} = w_2 \sin \beta_2 = c_{2m}$ in gleicher Weise wie ihrer Umfangskomponente w_{2u} gegenüber den bei Strömung ohne Totraum errechneten Werten[1]. Ohne Totraum gilt die Meridiankomponente c_{3m}. Dieser Wert c_{3m} muß sich aber aus Kontinuitätsgründen hinter dem

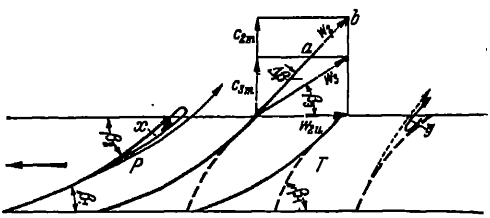


Abb. 15. Unterschiedliche Wirkung des Totraumes im Pumpen- u. Turbinenkanal.

[1] Bei der hier vorgenommenen Kombination einer Turbinen- und Pumpenschaufel mit *gleicher* Austrittsrichtung und *gleicher* Austrittskante wäre bei der Turbine das Fußzeichen 1 statt 2 und 0 statt 3 angebracht, was aber bei der obigen Betrachtung im Interesse der Einfachheit nicht beachtet wurde.

Gitter einstellen, weil dort die Toträume (auch die von der endlichen Schaufeldicke herrührenden Verengungen) verschwunden sind. Die Umfangskomponente c_{2u} und also auch w_{2u} wird dagegen durch das Aufhören dieser verengenden Einflüsse nach dem Impulssatz nicht verändert (weil dazu nach (4, 2) ein zusätzliches Drehmoment aufgewendet werden müßte, das im Austrittsraum nicht zur Verfügung steht). Deshalb muß der Abströmwinkel sich gegenüber dem Schaufelwinkel um $\Delta\beta$ verkleinern. Diese Richtungsänderung bedeutet offenbar beim Pumpengitter eine Verkleinerung der Ablenkungswirkung, also eine Vergrößerung der Minderleistung gegenüber dem Betrag, wie ihn die dünne Schaufel in der idealen Flüssigkeit nach Abb. 14 herbeiführt. Der (gestrichelt gezeichnete) Turbinenkanal T hat aber entgegengesetzte Krümmung. Dort bedeutet die Winkeländerung $\Delta\beta$ eine Vergrößerung der Ablenkungswirkung im Sinne der Schaufelkrümmung also eine Mehrleistung.

Es ist also die Tatsache zu verzeichnen, daß die auf der Rückseite der Schaufel auftretende Totraumbildung in der beschleunigten Gitterströmung (Turbine) wie eine Übertreibung der Schaufelwinkel wirkt, während sie in der verzögerten Gitterströmung (Pumpe) die wirksame Winkeländerung verkleinert. Bei Turbinen hebt sie als verkappte Zusatzkrümmung erfahrungsgemäß die Minderleistung der Potentialströmung (mindestens bei den Langsamläufern) weitgehend auf[1], während sie bei den Pumpen die Minderleistung verstärkt. Dadurch wird die Tatsache verständlich, warum der Turbinenbau die Folgen der endlichen Schaufelzahl von jeher nicht oder nur ausnahmsweise zu beachten brauchte, während der Pumpenbau sie von Anfang an berücksichtigen mußte, wenn er keine Fehlkonstruktion liefern wollte.

Wir brauchen also im Turbinenbau auch am Schaufelaustritt die Endlichkeit der Schaufelzahl in der Regel nicht zu berücksichtigen, weil wir gleichzeitig die Totraumbildung an diesem Schaufelende unberücksichtigt lassen und beide Wirkungen einander weitgehend aufheben. Diese wesentliche Vereinfachung ist bei Dampfturbinen ebenso wie bei den langsamläufigen Wasserturbinen üblich und zulässig, sofern die Schaufeln verhältnismäßig eng stehen. Messungen hinter geradlinigen Gittern von Turbinenschaufeln zeigen, daß die Strömung hier bisweilen sogar eine größere Umlenkung ausführt, als durch die Schaufelwinkel vorgeschrieben wird. Bei diesen Schaufelarten überwiegt also die Totraumbildung allein den Einfluß des endlichen Schaufelabstandes. Deshalb berücksichtigt man bei den verhältnismäßig eng gestellten Schaufeln, wie sie bei Dampfturbinen und langsamläufigen Wasserturbinen vorliegen, zwar die durch die endliche Schaufeldicke verursachte Verengung gesondert, vernachlässigt aber die Auseinanderstellung der

[1] Vgl. K. Röder: Z. VDI Bd. 85 (1941) S. 547 linke Spalte; ferner [*V, 15*] und [*V, 16*]; ferner Proceedings Inst. Mech. Eng. London, Vol. 1 (1924) S. 469. Bei der Versuchsauswertung ist darauf zu achten, daß der maßgebliche Winkel sich auf achsensymmetrische Strömung mit ausgeglichener Geschwindigkeit (ohne Dellen) bezieht.

Schaufeln. Nur bei verhältnismäßig weiter Schaufelteilung oder weitgehender Einschränkung der Toträume durch sehr sorgfältige Ausbildung der Schaufelprofile muß man die Schaufelwinkel etwas übertreiben (s. S. 150ff. u. 262 ff.).

Der Strömungsmechanismus nach Abb. 15 geht stillschweigend von der Vorstellung unendlich dicht stehender Schaufeln aus, insofern, als die Geschwindigkeit w_2 beim Verlassen des Schaufelkanals tangential zur Schaufel angenommen ist. Infolge dieser Einschränkung kommt nicht der ganze Einfluß des Totraumes zum Ausdruck. Dies zeigt sich beispielsweise darin, daß im Fall $\beta_2 = 90°$ die obige Darstellung keinen Beitrag des Totraumes zur Minderleistung erkennen läßt und im Fall $\beta_2 > 90°$ sich sogar eine Mehrleistung ergibt, während tatsächlich bei diesen Winkeln (die allerdings nur beim Pumpenrad und nicht beim Turbinenrad denkbar sind) die Minderleistung immer noch größer beobachtet wird, als sich aus dem Mechanismus der reibungsfreien Strömung ergeben würde. Hier ist als weiterer Einfluß zu berücksichtigen, daß der Totraum die Strömung schon innerhalb des Kanals in dem Sinne beeinflußt, daß die Richtungsänderung verkleinert wird, also der Abströmwinkel stets — und zwar auch im Fall $\beta_2 > 90°$ — kleiner ist als der Schaufelwinkel β_2. Neben die obige Ablenkungswirkung des Totraumes tritt also eine weitere, deren Einfluß mit dem Ablenkungswinkel der Schaufel wächst und somit um so größer ist, je größer β_2. Sie stellt bei Winkeln $\beta_2 > 90°$ den einzigen Beitrag des Totraumes zur Minderleistung dar.

Die Berechnung der Turbinenschaufel ist somit im Grunde einfacher als die der Pumpenschaufel. Überhaupt wirkt sich der Umstand, daß es sich in der Pumpe um eine verzögerte Strömung handelt, die infolge der Grenzschichtverhältnisse zu labilem Verhalten neigt (und bei Überschall den Verdichtungsstoß ergibt), dahin aus, daß die Pumpe höhere Anforderungen an die Schaufelausbildung als die Turbine stellt.

Neuerdings hat N. Scholz[1] gezeigt, daß auch die Dicke im *mittleren* Teil der (nach den Enden zugeschärften) Schaufel eine ähnliche Wirkung hat, wie sie im Vorstehenden für die Dicke am Schaufelende beschrieben wurde, also die Ablenkung in der verzögerten Strömung verkleinert und in der beschleunigten Strömung vergrößert.

7. Rechnerische Berücksichtigung des Einflusses der Endlichkeit der Schaufelzahl.

Infolge der Verschiedenheit von Druck und Geschwindigkeit über eine Schaufelteilung beziehen sich die Fußzeichen 0 und 3 nicht mehr auf einen achsensymmetrischen Strömungszustand. Aus Gründen der Anschaulichkeit müssen wir aber einen solchen außerhalb des Laufkanals in unseren Rechnungen zugrunde legen und nehmen dafür wie S. 22 denjenigen, der nach erfolgtem Ausgleich, also in genügender Entfernung vom Rad, vorhanden ist und den wir uns bis zum Rad fortgesetzt denken. Die Geschwindigkeitsdreiecke enthalten also Mittelwerte der Geschwindigkeiten. Die Fußzeichen 1 und 2 gelten nach wie vor für die gedachte schaufelkongruente Strömung, während die Fußzeichen 0 und 3 eine vermittelte Strömung angeben.

a) Druckkante. Die Minderleistung infolge Auseinanderstellung der Schaufeln wirkt sich dahin aus, daß das Geschwindigkeitsdreieck $A_2 B_2 C_2$,

[1] Bericht des Instituts für Strömungsmechanik der Techn. Hochschule Braunschweig Nr. 51/14.

das S. 8ff. für die schaufelkongruente Strömung abgeleitet worden ist, übergeht in $A_2' B_2 C_2$ (Abb. 16). Dabei liegen die Dreiecksspitzen A_2 und A_2' aus Kontinuitätsgründen auf einer Parallelen zu u_2, weil der Förderstrom, und damit auch die Meridiankomponente $c_{2\mathrm{m}}$ gleich bleiben. Die Minderleistung kommt darin zum Ausdruck, daß die Umfangskomponente um

$$\overline{A_2 A_2'} = c_{2u} - c_{2u}'$$

abgenommen hat, bzw. der Schaufelwinkel β_2 um $\beta_2 - \beta_2'$ übertrieben ist.

Wir müssen nun aber noch berücksichtigen, daß diese Strömung durch die endliche Dicke der Schaufeln eingeengt wird. Ist $t_2 = \pi D_2/z$

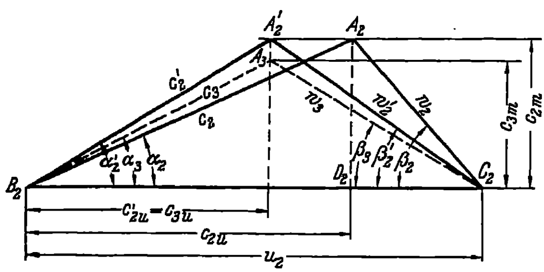


Abb. 16. Geschwindigkeitsplan für die Druckkante bei endlicher und unendlicher Schaufelzahl.

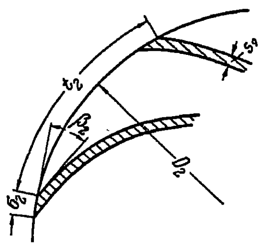


Abb. 16a. Schaufelform an der Druckkante.

die Schaufelteilung, d. h. die Bogenlänge zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schaufelspitzen und σ_2 die in der Umfangsrichtung gemessene Schaufeldicke (Abb. 16a), also

$$\sigma_2 = \frac{s_2}{\sin \beta_2}, \tag{7, 1}$$

wo s_2 die Wandstärke der Schaufel ist, so muß sich die Meridiankomponente $c_{2\mathrm{m}}$ außerhalb des Rades verkleinern auf

$$c_{3\mathrm{m}} = c_{2\mathrm{m}} \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}. \tag{7, 2}$$

Die Umfangskomponente c_{2u}' ändert sich durch das Aufhören der Verengung nicht, so daß $c_{2u}' = c_{3u}$, denn nach Abschn. 4 würde eine Änderung von c_u ein Drehmoment verlangen, zu dessen Auftreten an den Schaufelspitzen die Möglichkeit fehlt. Für die Strömung außerhalb des Rades ist also das Dreieck $A_3 B_2 C_2$ maßgebend, dessen Spitze A_3 senkrecht unter A_2' liegt. Der Übergang beider Strömungszustände verlangt — wie oben erwähnt — eine gewisse Wegstrecke, die aber im Geschwindigkeitsplan nicht sichtbar ist.

b) Saugkante. Die gleiche Betrachtung läßt sich für die Saugkante anstellen. Nehmen wir einen beliebigen Strömungswinkel $\alpha_0 \neq 90°$ an, und gilt außerhalb des Schaufelkanals das Dreieck $A_0 B_1 C_1$ (Abb. 16b), so geht dieses Dreieck infolge der Schaufelverengung über

auf $A_1' B_1 C_1$, weil dessen Höhe beträgt

$$c_{1\,m} = c_{0\,m} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}, \tag{7, 3}$$

dabei ist sinngemäß $t_1 = \pi D_1/z$ und $\sigma_1 = \frac{s_1}{\sin \beta_1}$ (Abb. 16c). (7, 4)

Die Auseinanderstellung der Schaufeln bedingt, daß die Dreiecksspitze A_1' auf der Parallelen zu u_1 nach A_1 wandert, also der Schaufelwinkel

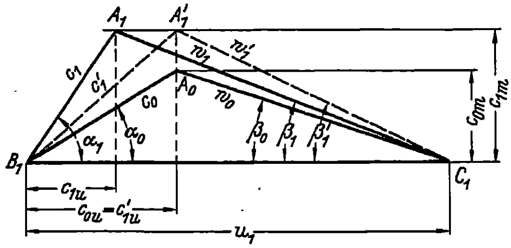


Abb. 16 b. Geschwindigkeitsplan für die Saugkante bei endlicher und unendlicher Schaufelzahl.

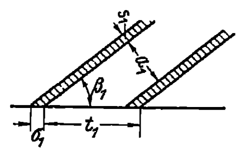


Abb. 16 c. Schaufelform an der Saugkante.

sich von β_1' auf β_1 verkleinert, wie dieses nach den früheren allgemeinen Überlegungen zu Abb. 14 verlangt werden muß.

c) Schaufelarbeit. Die wirkliche Schaufelarbeit beträgt nach Abschn. 4 (S. 24):

$$H_{\text{th}} = \frac{1}{g} (u_2 c_{2u}' - u_1 c_{0u}) \tag{7, 5}$$

$$= \frac{1}{g} (u_2 c_{3u} - u_1 c_{0u}) \, . \tag{7, 6}$$

Bei Annahme unendlicher Schaufelzahl ist das Dreieck $A_2 B_2 C_2$ zuständig und es entsteht die Schaufelarbeit

$$H_{\text{th}\,\infty} = \frac{1}{g} (u_2 c_{2u} - u_1 c_{0u}), \tag{7, 7}$$

die eine reine Rechnungsgröße ist.

Für den Normalfall

$$\alpha_0 = 90^\circ \text{ also } c_{0u} = 0$$

wird, wie in (5,1)

$$H_{\text{th}} = \frac{u_2}{g} c_{2u}' = \frac{u_2}{g} c_{3u} \tag{7, 8}$$

$$H_{\text{th}\,\infty} = \frac{u_2}{g} c_{2u} \, . \tag{7, 9}$$

Bei der *Turbine* können wir nach Abschn. 6 die Auseinanderstellung der Schaufeln in einem weiten Bereich der Bauarten unberücksichtigt lassen, so daß der Punkt A_2' nach A_2 und A_1 nach A_1' rückt. Nur in diesem Fall ist also $H_{\text{th}\,\infty} = H_{\text{th}}$.

d) Berechnung der Minderleistung bei Pumpen. Bei der *Pumpe* ist die gleiche Vereinfachung in keinem Fall zulässig. Der Fehler würde

mindestens 30%, in den meisten Fällen weit mehr betragen. Nur am Eintritt können wir nach den Ausführungen des vorausgegangenen Abschnitts von der Berücksichtigung einer Ablenkung absehen und das Dreieck $A_1 B_1 C_1$ mit $A_1' B_1 C_1$ zusammenfallen lassen. Häufig ist hier sogar eine negative Übertreibung, d. h. eine Vergrößerung von β_1 gegenüber β_1' zweckmäßig.

Wie ist hier nun die Minderleistung $H_{th\infty} - H_{th}$, oder der Wert $\overline{A_2 A_2'} = c_{2u} - c_{3u}$ zu berechnen? Die auf der Annahme der reibungsfreien Flüssigkeit beruhenden Verfahren[1] der mathematischen Hydromechanik sind zwar grundsätzlich wertvoll. Sie sind aber sehr zeitraubend und führen infolge der Vernachlässigung der Zähigkeitswirkungen meist nicht zu brauchbaren Ergebnissen, so daß sie nur für allgemeine Betrachtungen (Abb. 142 und 150a) herangezogen werden können und bei Pumpen nie eine Berechnungsgrundlage bilden. Aus der großen Zahl von Näherungsverfahren sei hier dasjenige herangezogen, welches auf alle Schaufelformen anwendbar ist, also eine einheitliche Behandlung ermöglicht. Es ist in [*III*, *1*] auf Grund der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung des Schaufeldruckes über die Schaufel abgeleitet und liefert die einfache Formel

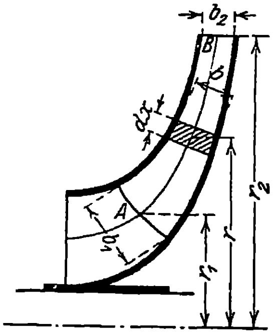


Abb. 17. Bezeichnungen am Radquerschnitt.

$$H_{th\infty} = H_{th}(1 + p), \tag{7,10}$$

worin

$$p = \psi' \frac{r_2^2}{z S}. \tag{7,11}$$

Darin ist

r_2 der Halbmesser an der Druckkante des Laufrades,
z die Schaufelzahl,
S das statische Moment des Stückes AB der mittleren Flußlinie zwischen Ein- und Austrittskante in bezug auf die Drehachse (Abb. 17),

nämlich

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r\, dx \tag{7, 12}$$

ψ' eine Erfahrungszahl, die in ausgesprochenen Radialrädern mit $r_1/r_2 < 1/2$ und anschließenden Leitschaufeln ermittelt worden ist [*V*, *2* oder *7* oder *8*] und beträgt

$$\psi' = 0{,}55 \text{ bis } 0{,}68 + 0{,}6 \sin\beta_2. \tag{7, 13}$$

Dieser Wert ψ' gilt zunächst nur für normale Radialräder mit rückwärts gekrümmten Schaufeln und einem Radienverhältnis $r_1/r_2 < 1/2$. Spätere Versuche mit Radialschaufeln anderer Form, nämlich solchen, die in radialer Richtung kürzer sind und deshalb Vorwärtskrümmung haben, also den Axialschaufeln ähneln, ergaben ψ'-Werte, die größer sind [*V*, *10* und *25*].

[1] Busemann, A.: ZAMM 5 (1928); W. Spannhake: Mittlg. d. Inst. f. Strömungsmaschinen, Techn. Hochsch. Karlsruhe 1 (1930). — A. Betz u. J. Flügge-Lotz: Ing.-Archiv Bd. 9 (1938) S. 486; vgl. ferner [*IV*, *1*]. — W. Traupel: Sulzer Techn. Rundschau 1945 Nr. 1.

Die Ursache hierfür muß hauptsächlich in verstärktem Auftreten von Zähigkeitswirkungen, also von Toträumen gesehen werden, weil einerseits die Schaufelzahl und damit die Zahl der Einschnürungsstellen am Eintritt gestiegen und andererseits die am Eintritt auftretenden Störungen nach dem Austritt hin noch nicht abgeklungen sind. Diese Einflüsse sind rechnerisch nicht einwandfrei zu erfassen. Man berücksichtigt sie überschläglich, indem man den Wert der Gl. (7, 13) noch mit dem Faktor $0{,}4 + 1{,}2\, r_1/r_2$ vervielfacht, also mit folgendem berichtigten Wert rechnet

$$(\psi')_{\text{korr}} = (0{,}4 + 1{,}2\, r_1/r_2)\, \psi'. \tag{7, 14}$$

Bei Axialschaufeln[1], wo $r_1/r_2 = 1$, ist also ψ' mit 1,6 zu multiplizieren und bei den kurzen Radialschaufeln mancher Ventilatoren, wo $r_1/r_2 = 0{,}9$, mit 1,5. Bei den Zentripetalschaufeln [*V, 24*], wo die Beaufschlagung radial einwärts erfolgt, scheint diese Regel ebenfalls anwendbar zu sein.

Für die gewöhnlichen Radialschaufeln mit $r_1/r_2 = 1/2$ erhält man den Berichtigungsfaktor 1 wie zu erwarten. Bei ausgesprochenen Zentrifugalrädern mit $r_1/r_2 < 1/2$ verwenden wir wie bisher den ungeänderten Wert der Gl. (7, 13) unabhängig von dem jeweils vorliegenden Radienverhältnis, obwohl der Berichtigungsfaktor von 1 verschieden ist, weil die damit gemachten Erfahrungen befriedigen. Das gleiche gilt für axiale und halbaxiale Schaufeln, die in der Flußrichtung lang sind, wie das bei geringer Schaufelzahl in der Regel der Fall ist.

Nach Gl. (7, 11) ist der zu H_{th} zu machende Zuschlag um so kleiner, je größer die Schaufelzahl z und das Verhältnis der tragenden Schaufellänge zum Schaufelradius ist, das durch S/r_2^2 dargestellt wird. Dieses Ergebnis ist einleuchtend. Daß in Gl. (7, 13) nur der Austrittswinkel β_2 erscheint und nicht etwa ein mittlerer Schaufelwinkel, ist dadurch bedingt, daß die Eintrittswinkel β_1 erfahrungsmäßig nur wenig schwanken (s. S. 92 ff.) und außerdem der Einfluß des Austrittsverlaufs weit überwiegt.

Die Werte ψ' der Gl. (7, 13) gelten nur für Pumpen mit Austrittsleitschaufeln, die dicht an den Laufradumfang herangeführt sind. Vergrößert sich der Zwischenraum zwischen Lauf- und Leitrad, so wächst die Minderleistung, also auch ψ' [*V, 2* u. *7*]. Ist ein Spiralgehäuse an Stelle von Leitschaufeln verwendet, so tritt ebenfalls eine Vergrößerung von ψ' ein [*V, 4*].

Mit einem erheblichen Anwachsen der Minderleistung ist sinngemäß zu rechnen, wenn ein schaufelloser Ringraum als einzige Leitvorrichtung (nach Abschn. 37 S. 228 ff.) verwendet wird, und zwar ist der Unterschied um so größer, je kleiner der Winkel α_3 der Absolutgeschwindigkeit c_3 gegen die Umfangsrichtung ist. Bei Winkeln $\alpha_3 < 10°$ kann der Anstieg von ψ' mehr als 30 % betragen [*V, 2* und *7*], während bei Winkeln $\alpha_3 \approx 20°$ und mehr, wie sie bei Kreiselverdichtern angestrebt werden, der Unterschied nur gering ist.

---

[1] Hier ist auch die S. 265 angegebene Faustregel im Gebrauch. In [*V, 34*] findet sich ein auf der Heranziehung der Nullauftriebsrichtung beruhendes Verfahren, das für die Ermittlung der Kennlinie Vorteile verspricht.

Diese Beobachtungen zeigen, daß die Leitvorrichtung das Strombild im vorausgegangenen Laufkanal sehr stark beeinflußt und es aussichtslos sein würde, die Minderleistung etwa durch Rechnungen unter Zugrundelegung der idealen Flüssigkeit oder durch Versuche an isolierten Schaufelgittern ermitteln zu wollen. Nur durch Anlehnung an die Erfahrung ist hier die wünschenswerte Einsicht in die Vielfalt der Erscheinungen zu erhalten.

Beim *Radialrad* ist in Gl. (7, 12) $dx = dr$, also $S = \int_{r_1}^{r_2} r\,dx = {}^1/_2 \cdot (r_2^2 - r_1^2)$ und nach Gl. (7, 11)

$$p = 2\frac{\psi'}{z}\frac{1}{1-(r_1/r_2)^2} \qquad (7, 15)$$

Im Regelfall $\frac{r_1}{r_2} < 0{,}5$ wird

$$p = \frac{8}{3}\frac{\psi'}{z}, \qquad (7, 16)$$

welchen Ausdruck wir für alle Radialschaufeln mit $r_1/r_2 \lesseqgtr {}^1/_2$ unverändert verwenden können, weil im Bereich dieser normalen Schaufellänge Änderungen von r_1/r_2 wenig ausmachen und es außerdem fraglich ist, ob in diesem Fall eine Verlängerung der Schaufel nach innen sich auf die Minderleistung auswirkt [*V*, *4*]. Mit $r_1/r_2 > {}^1/_2$ tritt an Stelle von ψ' der Wert $(\psi')_{\text{korr}}$ der Gl. (7, 14).

Es gibt eine Sonderform der Radialschaufel, die nach einem Radius verläuft und am Eintritt längs einer kurzem Strecke auf Stoßfreiheit in axialer Richtung abgebogen ist (Abb. 61a). Bei dieser für extrem hohe Umfangsgeschwindigkeiten (also Verdichter) geeigneten Schaufel ist nach [*V*, *26*] ψ' etwa gleich 1,8, also etwa um 50 % größer als Gl. (7, 13) mit $\beta_2 = 90°$ ergibt. Der Grund kann auch hier in der verstärkten Totraumbildung gesehen werden, zudem die Absaugewirkung durch Fliehkräfte fehlt, weil jetzt die Umfangsgeschwindigkeit der Grenzschicht die gleiche ist, wie die der Durchflußströmung.

Wird trotz ausreichender radialer Erstreckung der Laufschaufeln ihre Eintrittskante in den axialen Einlauf vorgezogen, so empfiehlt es sich, für r_1 den (zum äußeren Faden gehörigen) Wert $D_s/2$ zu nehmen (Abb. 26) (im Gegensatz zu Abb. 17), weil nach [*V*, *4*] bei diesen langen Radialschaufeln die axiale Fortsetzung keine Verkleinerung der Minderleistung bringt (aber die Saugfähigkeit, den Wirkungsgrad und das betriebliche Verhalten bessert).

Beim Axialrad (Abb. 133) ist $r_1 = r_2 = r$, also $S = r \cdot \overline{AB} = r\,e$ und nach Gl. (7, 11), weil jetzt $(\psi')_{\text{korr}}$ für ψ' zu setzen ist

$$p = \frac{(\psi')_{\text{korr}}}{z}\frac{r}{e} = \frac{1{,}6\,\psi'}{z}\frac{r}{e}. \qquad (7, 17)$$

Bei der (in Abb. 6 und auf S. 113 ff. beschriebenen) *doppelt gekrümmten* Schaufel wertet man das Integral von Gl. (7, 12) in einfacher Weise dadurch aus, daß man kleine aber gleiche Strecken Δx auf $A\,B$ abträgt und die zugehörigen Halbmesser addiert. Dann ist $S = \Delta x \, \Sigma\, r$. Für jeden Stromfaden sind r_1 und r_2 die Anfangs- und Endhalbmesser.

Zu beachten ist, daß ψ' mit β_2 gemäß Gl. (7, 13) wächst.

Bei Axialrädern weiter Schaufelteilung (Propellern) muß die Behandlung in Anlehnung an die bei Flugzeugtragflügeln übliche Betrachtungsweise erfolgen (s. S. 267 ff.).

8. Bedeutung des Spaltdruckes, Erläuterung von Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$, Laufzahl u/C und Druckziffer ψ.

a) Die Spaltdruckhöhe H_p. Bei der Betrachtung des Arbeitsvorganges (S. 2) haben wir gesehen, daß im „Spalt" zwischen Leit- und Laufrad ein Überdruck H_p gegenüber dem Saugmund des Rades zu erwarten ist. Wir drücken ihn wieder in Meter Flüssigkeitssäule der Arbeitsflüssigkeit, d. h. als Druckhöhe aus und bestimmen H_p aus der Energiebilanz des Rades. Der ganze Unterschied an nutzbarer Energie am äußeren und inneren Umfang des Rades beträgt $H_{\text{th}} \mp Z_u$, wobei Z_u die Verlusthöhe[1] des Laufrades bedeutet und nicht zu verwechseln ist mit Z_h. (Das obere Vorzeichen gilt wieder für die Pumpe, das untere für die Turbine.) Dieser nutzbare Energiezuwachs kann aber nur durch die gesuchte Spaltdruckhöhe H_p zuzüglich der Zunahme an kinetischer Energie $(c_3^2 - c_0^2)/2\,g$ dargestellt sein. Daraus folgt

$$H_p + \frac{c_3^2 - c_0^2}{2g} = H_{\text{th}} \mp Z_u$$

oder

$$H_p = H_{\text{th}} - \frac{c_3^2 - c_0^2}{2g} \mp Z_u\,. \tag{8, 1}$$

Darin ist
$$H_{\text{th}} = \frac{1}{g}\,(u_2\, c_3 \cos\alpha_3 - u_1\, c_0 \cos\alpha_0)\,.$$

Weil nun bei Anwendung des Cosinussatzes auf die Geschwindigkeitsdreiecke $A_0\, B_1\, C_1$ und $A_3\, B_2\, C_2$ an der Saug- und Druckkante (Abb. 16 und 16b)

$$2u_1\, c_0 \cos\alpha_0 = u_1^2 + c_0^2 - w_0^2$$

$$2u_2\, c_3 \cos\alpha_3 = u_2^2 + c_3^2 - w_3^2\,,$$

so ergibt sich
$$H_{\text{th}} = \frac{c_3^2 - c_0^2 + u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_3^2}{2g}\,. \tag{8, 2}$$

Man nennt diese Beziehung die *Durchflußgleichung* der Strömungsmaschinen. Aus ihr folgt gemäß Gl. (8, 1)

$$H_p = \frac{u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_3^2}{2g} \mp Z_u\,. \tag{8, 3}$$

Diese Gleichung kann man unmittelbar anschreiben, wenn man die Energiegleichung für die Relativströmung (6, 1) benutzt.

Für den Regelfall $\alpha_0 = 90°$ ist nach Abb. 13 $w_0^2 - u_1^2 = c_0^2$, so daß

$$H_p = \frac{u_2^2 - w_3^2 + c_0^2}{2g} \mp Z_u\,. \tag{8, 4}$$

---

[1] Das Fußzeichen u (= umlaufend) soll hier dartun, daß die betreffende Größe sich auf das Laufrad bezieht. Bei Geschwindigkeiten kennzeichnet dieses Fußzeichen aber nach wie vor die Umfangskomponente.

Dieser Ausdruck läßt sich vereinfachen, wenn man $c_0 = c_{3m}$ annimmt, also setzt (Abb. 16)

$$c_0^2 = c_{3m}^2 = w_3^2 - (u_2 - c_{3u})^2,$$

wobei nach kurzer Umformung sich ergibt

$$H_p = \frac{c_{3u}}{2g}(2\,u_2 - c_{3u}) \mp Z_u$$

oder nach (5, 1)

$$H_p = H_{\text{th}}\,(1 - \frac{c_{3u}}{2u_2}) \mp Z_u. \tag{8, 5}$$

In dieser Gleichung kann man den rechnerisch nicht bestimmbaren Reibungsverlust Z_u näherungsweise in das erste Glied hineinnehmen, wenn man dort H_{th} durch H ersetzt. Dieser Maßnahme liegt die Annahme zugrunde, daß die Schaufelverluste sich auf Leit- und Laufrad im Verhältnis der Druckgefälle verteilen (was bei sehr starker Ungleichheit dieser Druckunterschiede nicht mehr zutrifft). Man erhält dann die sehr einfache Beziehung

$$H_p \approx H\,(1 - \frac{c_{3u}}{2u_2}), \tag{8, 6}$$

die für Pumpen und Turbinen gleichlautend ist. In ähnlicher Weise, wenn auch weniger gut angenähert, erhält man statt (Gl. 8, 1)

$$H_p \approx H - \frac{c_3^2 - c_0^2}{2g}, \tag{8, 7}$$

wenn man in Gl. (8, 1) Z_u mit Z_h vertauscht, also den Widerstand im Leitrad vernachlässigt.

b) Gleich- und Überdruckwirkung. Die nachstehenden Überlegungen sollen am Beispiel der Turbine durchgeführt werden, weil sie dort anschaulicher darzustellen sind als bei Pumpen. Je nach der Größe von H_p unterscheidet man 2 Hauptgruppen von Turbinen.

α) *Turbinen mit $H_p = O$*, wobei also gleicher Druck am Ein- und Austritt des Laufrades herrscht und demnach die ganze verfügbare Fallhöhe H im Leitrad in die Geschwindigkeit c_3 umgesetzt ist. Es sind dies die *Gleichdruck-* oder *Freistrahl-Turbinen*. Abb. 18 veranschaulicht den zugehörigen Verlauf von Druck h (in Meter Flüssigkeitssäule) und Absolutgeschwindigkeit c durch Leit- und Laufrad. Der Wert von c_3 im Spalt ist hier offenbar der größtmögliche (sofern der Fall des Unterdruckes ausgeschlossen ist).

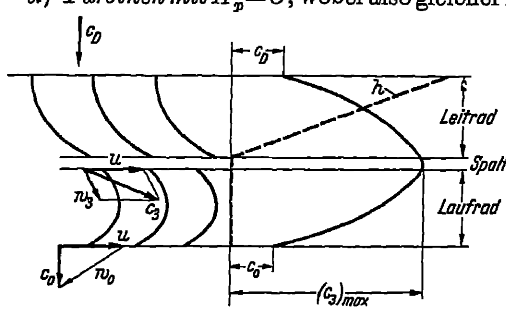
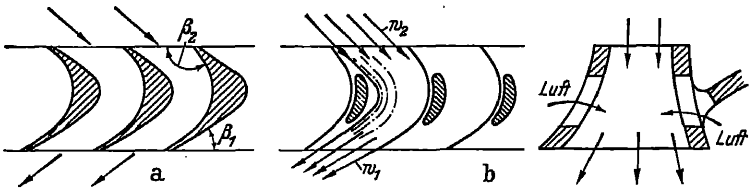


Abb. 18. Druck- und Geschwindigkeitsverlauf im Leitrad und Laufrad einer Gleichdruckturbine.

Bei axialer Beaufschlagung, also $u_1 = u_2$, ist in Verbindung mit Gleichdruck nach (8, 3) $w_3 = w_0$, sofern die Reibung Z_u im Laufkanal vernachlässigt wird. Der Laufkanal hat dann überall gleiche Relativgeschwindigkeit, so daß die Strömung auch überall gleichen Querschnitt beansprucht. Die zugehörige Schaufel muß, wenn sie Arbeit leisten, also die Strömung ablenken soll, offenbar stark gekrümmt sein. Sie kann nur eine sogenannte Hakenschaufel sein ($\beta_2 > 90°$), zudem dann gleicher Kanalquerschnitt am Ein- und Austritt zu erzielen ist. Da auch über die ganze Kanallänge gleicher Strömungsquerschnitt verlangt wird, so ist entweder die Schaufel in der Mitte zu verdicken gemäß Abb. 19a (wie das bei Dampf- und Gasturbinen nötig ist), oder man hilft sich (wie bei Wasseturbinen) in einfachster Weise, indem man der Strömung im Laufkanal durch Luftzufuhr (Abb. 19b u. 74) eine freie



für Gase für Wasser
Abb. 19 a u. b. Gleichdruckschaufel.

Oberfläche gibt. Dadurch wird der Kanal zwangsweise zu einem solchen gleichen Druckes wie ein offener Kanal, und man kann auch die Schaufel gleicher Dicke, z. B. aus Blech, verwenden. Außerdem wird die Kanalreibung herabgesetzt und die Reibung an den Radwänden verschwindet ganz, weil das Rad (wie ein Wasserrad) im Luftraum umläuft. Dies ist ein wesentlicher Vorteil des Gleichdruckes der Wasserturbine gegenüber der Dampf- und Gasturbine.

Gleichdruckturbinen können *teilweise* (*partiell*) beaufschlagt werden, d. h. nur ein Teil des Laufradumfangs braucht vom Treibstrahl beschickt und dementsprechend mit Leitkanälen besetzt zu sein (Abb. 5 und 5 c). Diese Maßnahme ist bei kleinem Volumenstrom oder großer Fallhöhe H notwendig, weil dann auch kleine Strömungsquerschnitte verwirklicht werden müssen, die nicht zur Besetzung des ganzen Radumfangs ausreichen.

Nach der Hauptgleichung ist für den Fall $\alpha_0 = 90°$

$$u_2 = \frac{g\,H_{th}}{c_3 \cos \alpha_3}. \tag{8, 8}$$

Je größer die Geschwindigkeit c_3 im Spalt, um so kleiner ist also die Umfangsgeschwindigkeit (weil $\cos \alpha_3$ seinen Wert wenig ändert). Da nun c_3 bei Gleichdruck seinen Größtwert hat, so erhält hier u_2 den kleinstmöglichen Wert. Hohe Strömungsgeschwindigkeiten und kleine Radgeschwindigkeiten gehören demnach zusammen. *Gleichdruckturbinen sind also Langsamläufer*, d. h. sie laufen mit kleinster Drehzahl $n = 60\, u_2/\pi\, D_2$, und zwar nicht bloß wegen des verkleinerten u_2, sondern

auch deshalb, *weil die partielle Beaufschlagung eine beliebige Vergrößerung des Raddurchmessers D_2 erlaubt.*

β) *Turbinen mit $H_p > O$*, wobei also im Leitrad ein um H_p verkleinerter Teil des Druckgefälles in Geschwindigkeit umgesetzt wird (Abb. 20), also c_3 nicht seinen größtmöglichen Wert annimmt. Es sind dies die *Überdruck- oder Reaktions-* (*oder Preßstrahl-*) *Turbinen*. Der Überdruck H_p preßt die Strömung in den Laufkanal hinein.

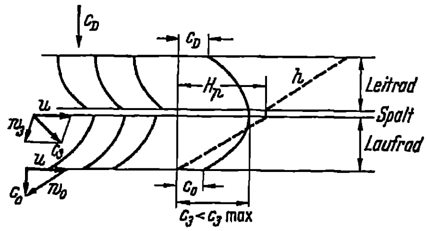
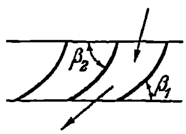


Abb. 20. Druck- und Geschwindigkeitsverlauf im Leit- und Laufrad einer Überdruckturbine.

Gl. (8, 8) gibt jetzt ein vergrößertes u_2. *Überdruckturbinen sind also schnelläufiger als Gleichdruckturbinen*, zudem partielle Beaufschlagung grundsätzlich nicht oder nur bei schwachem Überdruck anwendbar ist. Denn die nicht beaufschlagten Laufkanäle würden die Druck- und Saugseite des Rades kurzschließen, also den Überdruck zum Verschwinden bringen oder mindestens schwächen.


Abb. 21. Überdruckschaufel

Für $u_1 = u_2$, $Z_u = 0$ ist nach (8, 3) jetzt $w_0 > w_3$. Man hat also einen sich verengenden Laufkanal, d. h. Kanalformen nach Abb. 21, die also (in der Regel) keine Hakenschaufeln mehr sind. Dies folgt auch aus der geänderten Form des Geschwindigkeitsdreieckes für die Druckkante (Abb. 21a). Das verkleinerte c_3 ($\approx c_2$) gibt nämlich zusammen mit dem vergrößerten u_2 ein verkleinertes β_2. Die Kanalform hat also schwächere Krümmung. Deshalb ist auch Z_u kleiner als bei Gleichdruck und der innere Wirkungsgrad müßte also besser sein als beim Gleichdruck nach Abb. 5 oder 19, wenn nicht der Spaltdruck das Auftreten eines Spaltverlustes bedingen würde, der bei Gleichdruck fehlt. Ferner wird die Radreibung vergrößert, weil u_2 größer geworden ist, und es entsteht ein Achsschub, für dessen Aufnahme oder Ausgleich Sorge zu tragen ist.

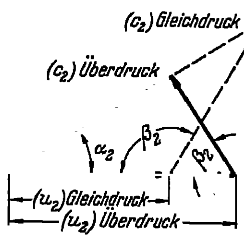


Abb. 21 a. Geschwindigkeiten bei Gleich- und Überdruck an der Druckkante, - - - - - Gleichdruck, ———— Überdruck.

c) **Reaktionsgrad.** Zur Kennzeichnung der Reaktion benutzt man den Begriff

$$\text{Reaktionsgrad } r = \frac{\text{Laufradgefälle } H_p}{\text{Fallhöhe } H},$$

der bei Gleichdruck Null, bei Überdruck > 0 ist und bis 1 (in Sonderfällen darüber hinaus) wachsen kann. Er beträgt nach (8, 6) im Fall $\alpha_0 = 90°$ näherungsweise

$$r = 1 - \frac{c_{3u}}{2u_2} = 1 - \frac{g H_{th}}{2u_2^2}. \tag{8, 9}$$

Im Fall axialer Beaufschlagung erhält diese Gleichung gemäß S. 242 die einfache Form, die auch für $\alpha_0 \neq 90°$ gilt:

$$\mathfrak{r} = \frac{w_{\infty u}}{u}. \tag{8, 10}$$

Nach den Darlegungen zu Abb. 19b arbeitet der Gleichdruck bei Wasserturbinen mit besserem Wirkungsgrad als bei Dampf- und Gasturbinen. Insbesondere trifft dies für die partielle Beaufschlagung zu, weil die nicht beaufschlagten Laufkanäle bei Dampf oder Gas in der Treibflüssigkeit waten, dagegen bei Wasser im Luftraum laufen. Trotzdem hat der Gleichdruck wegen seiner Langsamläufigkeit vor allem Bedeutung bei Dampfturbinen, weil hier das zu verarbeitende Gefälle H sehr groß ist und deshalb die Notwendigkeit besteht, die Umfangsgeschwindigkeit nicht zu stark anwachsen zu lassen. Bei Wasserturbinen sind die Fallhöhen wesentlich kleiner und der Gleichdruck (in der Form des Peltonrades nach Abschn. 26 S. 153 ff.) nur bei extrem großen Fallhöhen oder kleinen Wasserströmen, welche partielle Beaufschlagung fordern, am Platz.

Bei *Pumpen* findet nur der Überdruck Verwendung, weil die Drucksteigerung sich in umlaufenden Kanälen dank der unterstützenden Wirkung der Fliehkräfte, welche eine absaugende Wirkung auf Toträume ausüben, günstiger vollzieht als in ruhenden Kanälen. Partielle Beaufschlagung muß hier schon deshalb vermieden werden, weil dadurch der Strahl aufgelöst, also die Verlangsamung im Leitrad erschwert würde, was untragbare zusätzliche Verluste zur Folge hätte.

d) Laufzahl und Druckziffer. Mit dem Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ steht nach dem Vorstehenden in enger Beziehung die *Laufzahl* u_2/C, wo $C = \sqrt{2gH}$ die *Fallhöhengeschwindigkeit* bedeutet. Bei Pumpen bevorzugt man die „*Druckziffer*“

$$\psi = \frac{2gH}{u_2^2} = \frac{C^2}{u_2^2},$$

welche also der reziproke Wert des Quadrates der Laufzahl ist. Dabei wollen wir beachten, daß wegen der Reibung ein und dasselbe Rad verschiedene Werte für die Laufzahl oder Druckziffer liefert, je nachdem es in einer Turbine oder Pumpe läuft. Deshalb müssen wir bei ihrer Bestimmung zwischen Turbinen und Pumpen unterscheiden.

α) *Laufzahl der Turbine.* Hier ist

$$H_{\text{th}\,\infty} \approx H_{\text{th}} = \eta_h H = \eta_h \frac{C^2}{2g}$$

und, wenn die Geschwindigkeit vor dem Laufrad vernachlässigt wird,

$$c_2 \approx c_3 = \varphi\sqrt{2g(H - H_p)} = \varphi\, C\sqrt{1 - \mathfrak{r}}.$$

Der Beiwert φ berücksichtigt vor allem die Reibung in den Leitschaufeln. Verwendet man diese Gleichung mit der für $\alpha_0 = 90°$ geltenden Hauptgleichung

$$g\,H_{\text{th}\,\infty} = u_2\, c_2 \cos\alpha_2, \tag{8, 11}$$

so folgt als Beziehung zwischen Laufzahl und Reaktionsgrad[1]

$$\frac{u_2}{C} = \frac{\eta_h}{2\varphi}\frac{1}{\sqrt{1-\mathfrak{r}}}\frac{1}{\cos\alpha_2}, \qquad (8,12)$$

also für Reaktion $\mathfrak{r} = 0$ (Gleichdruck) Reaktion $\mathfrak{r} = 0{,}5$

$$\frac{u_2}{C} = \frac{1}{2}\frac{\eta_h}{\varphi\cos\alpha_2} \qquad \frac{u_2}{C} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\eta_h}{\varphi\cos\alpha_2} \qquad (8,13)$$

Überschläglich kann $\frac{\eta_h}{\varphi\cos\alpha_2} \approx 1$ gesetzt werden, so daß die Laufzahl bei Gleichdruck rund $1/2$ und bei 50% Reaktion rund $1/\sqrt{2}$ beträgt.

Die Laufzahl wächst also mit dem Reaktionsgrad, wie nach den Überlegungen unter b) nicht anders zu erwarten war. Zu beachten ist aber, daß die Gleichungen für senkrechten Austritt gelten. Deshalb sind sie zunächst nur für Wasserturbinen brauchbar. Bei Dampf- und Gasturbinen wird meist mit $\alpha_0 > 90°$ also mit negativem c_{0u} oder Gegendrall an der Saugkante gearbeitet, um die Laufzahl zu senken und die Radreibung (die besonders bei den sog. Kammerstufen, (s. S. 312ff.) wichtig ist) zu verringern. Daß ein Gegendrall bei gleichbleibendem H_{th} die Umfangsgeschwindigkeit verkleinert, ist ohne weiteres aus der allgemeinen Form der Hauptgleichung Gl. (7, 6) oder auch daraus zu ersehen, daß die Strömung mit Gegendrall austritt, wenn man ein gegebenes Rad abbremst. Da die Dampfturbine in der Regel mehrstufig ist, wird die Auslaßenergie in der folgenden Stufe verwertet, so daß das Hinzukommen einer Umfangskomponente keinen wesentlichen Nachteil bringt. Dort wird für $\mathfrak{r} = 0$, also Gleichdruck gesetzt

$$\left.\frac{u}{C}\right|_{\mathfrak{r}=0} = 0{,}38 \text{ bis } 0{,}47 \equiv k' \qquad (8,14)$$

wobei nur der obere Grenzwert senkrechten Austritt liefert. Bei Verwendung dieser Zahl k' kann man nach (8, 12) allgemein schreiben

$$\frac{u}{C} = \frac{k'}{\sqrt{1-\mathfrak{r}}}, \qquad (8,15)$$

oder weil auch das Vorhandensein einer Vorgeschwindigkeit einbezogen werden soll (Zwischenstufe), kann näherungsweise gesetzt werden

$$\frac{u}{C} = k'(1 + 0{,}8\,\mathfrak{r}), \qquad (8,16)$$

welcher Wert für $\mathfrak{r} < 1/2$ mit dem vorher genannten praktisch übereinstimmt. Gl. (8, 14) bis (8, 16) sind für Dampf- und Gasturbinen wichtig, weil hier an die obere Grenze der Radbeanspruchung durch Fliehkräfte gegangen werden muß und deshalb u/C zu senken ist. Die Turbine gilt als um so besser, je größer k' innerhalb der in (8, 14) angegebenen Grenze gewählt wird (s. S. 330ff.). Jedoch geben bei kleinen und mittleren Leistungen, wo die Radreibung vergrößerte Bedeutung hat, die entsprechend verkleinerten k'-Werte den besten Wirkungsgrad.

[1] Die Beziehung zwischen Laufzahl und Schaufelwinkel β_2 ist die später abgeleitete Gl. (10, 5).

β) Druckziffer der Pumpe. Für $\alpha_0 = 90°$ und $c_{2m}/c_0 = 1$ ergibt sich mit $H_{\text{th}} = H/\eta_h$ unmittelbar aus dem zweiten Ausdruck von Gl. (8, 9) folgender Näherungswert

$$\psi \approx 4\,\eta_h\,(1 - \mathfrak{r})\,. \tag{8, 17}$$

Bei Radialpumpen ist aber der Begriff Reaktionsgrad wenig gebräuchlich, weil dieser hier meist hoch, nämlich größer als 0,5, ist. Wichtig ist die Abhängigkeit vom Außenwinkel β_2, die im übernächsten Abschnitt näher behandelt wird. In Abb. 21 b ist der sich aus der Hauptgleichung für $\alpha_0 = 90°$ ergebende Verlauf von ψ in Abhängigkeit von β_2 für 2 Grenzfälle des Parameters $\xi = c_{2m}/\sqrt{2\,g\,H}$ dargestellt, wobei

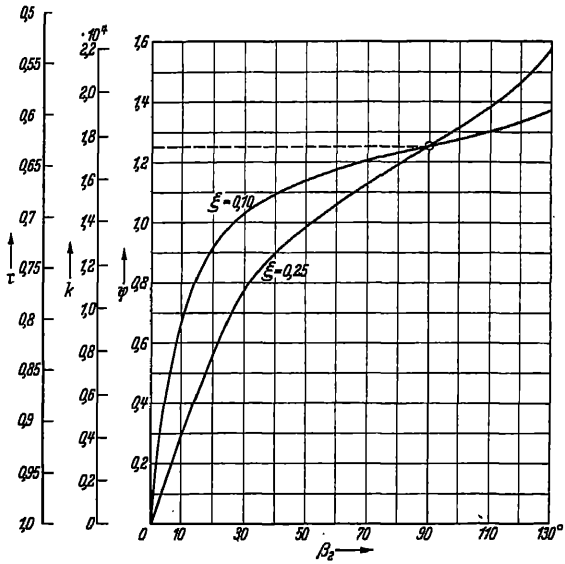


Abb. 21 b. Druckziffer ψ, Konstante k und Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ für 2 Grenzwerte des Parameters $\xi = c_{2m}/\sqrt{2\,g\,H}$.

$p = 0{,}36$, $\eta_h = 0{,}85$ gesetzt ist. Die obere Kurve (d. h. der kleinere ξ-Wert) berücksichtigt die Verhältnisse der Wasserförderung, die untere die der Luftförderung. Im Ordinaten-Maßstab ist auch der Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ und ein Wert k angegeben, dessen Definition aus der folgenden, bei Überschlagsrechnungen viel benutzten Gleichung

$$H = k\,n^2\,D_2^2 \tag{8, 18}$$

sich ergibt, weil $u_2 \sim n\,D_2$.

Bei Radialpumpen liegt ψ in der Regel zwischen 0,9 und 1,1, kann also überschläglich gleich 1 genommen werden. Bei Axialpumpen ist ψ wesentlich kleiner (weil hier u_2 auf den äußeren Durchmesser bezogen wird, aber an der Nabe viel kleiner ist).

9. Elementare Erläuterung der Kräftewirkung zwischen Strömung und Schaufel.

Obwohl aus der Strömungslehre bekannt ist, daß die Schaufelkraft durch Vereinigung einer Durchfluß- und einer Zirkulationsströmung zustande kommt, wollen wir uns die Kräftewirkung auch durch folgende elementare Betrachtung veranschaulichen, die für die meisten Fälle ausreicht.

Neben der Reibung, die wir außer Betracht lassen, sind offenbar nur Massenkräfte als treibende Kräfte wirksam. Betrachten wir zunächst das geradlinige, also axiale Schaufelgitter (Abb. 18 oder 20) von einem Punkt aus, der sich mit den Schaufeln bewegt, so daß sich uns die Relativströmung darbietet, so erkennen wir, daß Schaufelkräfte entstehen

a) durch die *Schaufelkrümmung*, also die *Richtungsänderung der Relativgeschwindigkeit*, weil die gekrümmten Bahnen Fliehkräfte hervorrufen, deren in der Bewegungsrichtung des Gitters liegende Komponenten die treibenden Kräfte darstellen, — *Ablenkungswirkung* —.

b) durch die *Änderung des Betrages der Relativgeschwindigkeit*, wenn sich der Schaufelkanal verengt (oder erweitert). Dadurch entsteht (auch bei gerader Schaufel) ein Rückdruck wie bei der Rakete oder dem feuernden Geschütz.

Diese beschleunigte Strömung ist bei dem sich geradlinig bewegenden Gitter nur denkbar, wenn eine *Überdruck-* oder *Reaktionswirkung* vorliegt, während die zuerst besprochene reine Ablenkungswirkung auch bei gleichbleibender Geschwindigkeit, also gleichbleibendem Druck vorhanden sein kann und bei der *Gleichdruckturbine* (im Fall axialer Beaufschlagung) die einzige Ursache für die Entstehung einer treibenden Kraft bildet. Daraus wird wieder verständlich, warum die Gleichdruckschaufel eine so starke Richtungsänderung aufweist, d. h. als Hakenschaufel ausgebildet werden muß. Abb. 22 zeigt anschaulich, daß bei der Gleichdruckturbine die Auslaßgeschwindigkeit c_1, also der Auslaßverlust, tatsächlich um so kleiner wird, je größer der Umlenkungswinkel $|\beta_2 - \beta_1|$ der Schaufel ist. Wegen des Gleichdruckes ist in diesem Bild stets $w_1 = w_2$ genommen[1].

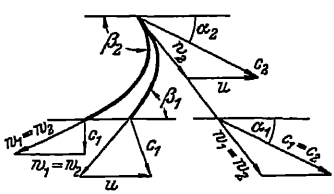


Abb. 22. Abnahme des Auslaßverlustes mit wachsender Schaufelkrümmung am Beispiel des Gleichdruckes, wobei also $w_2 = w_1$.

In Abb. 22a sind die Geschwindigkeitsdreiecke für eine gerade Schaufel, die in dem sich gemäß der Nebenfigur verengenden Rotationshohlraum liegt, angegeben. Hier fehlt die Ablenkungswirkung nach *a*. Aber infolge der Vergrößerung von w_2 auf w_1, also durch Reaktions-

[1] Abb. 22 zeigt aber auch, daß mit wachsender Richtungsänderung die Meridiankomponente $c_1 \sin \alpha_1$ kleiner, also an der Saugkante die Länge der Schaufel (senkrecht zur Zeichenebene) größer wird. Die dadurch bedingte Divergenz der Schaufelbegrenzung im Meridianschnitt darf nicht zu groß werden.

virkung, ist trotzdem ein Drallunterschied $r\ (c_2 \cos\alpha_2 - c_1 \cos\alpha_1)$ und lamit nach (4, 4) eine endliche Schaufelarbeit H_{th} vorhanden.

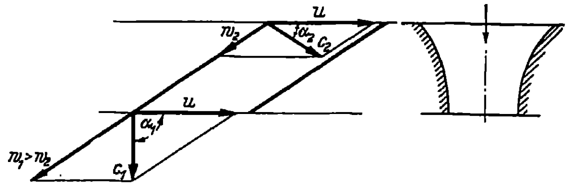


Abb. 22 a. Gerade, axiale Überdruckschaufel.

c) Lassen wir nun den Achsenabstand der strömenden Teilchen sich ndern, betrachten wir beispielsweise das Radialrad (Abb. 35), so :ommen offenbar noch *Coriolisbeschleunigungen* hinzu, weil die Teilchen n Zonen verschiedener Umfangsgeschwindigkeit ler Schaufel kommen. Bei der geraden radialen ;chaufel nach Abb. 23 bilden sie die einzige Jrsache für ein treibendes Moment, weil Ablen-:ungskräfte im Sinn *a* fehlen und Massenkräfte m Sinn *b* durch die Drehachse gehen, also :einen Hebelarm haben.

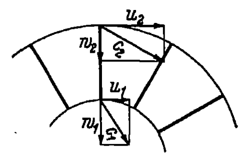


Abb. 23. Schaufeldruck nur durch Corioliskräfte.

10. Wahl des Schaufelwinkels β_2, Verwendungsgebiete der verschiedenen Schaufelformen.

Die Überlegungen in den beiden vorausgegangenen Abschnitten ührten zu ganz verschiedenen Schaufelformen mit ganz verschiedenen Ligenschaften, nämlich der hakenförmigen Gleichdruck- und der flachen Jberdruckschaufel. Die Verschiedenheit dieser Schaufelformen ist ledig-ich durch einen Wechsel des Schaufelwinkels β_2 bedingt, weil β_1 sich venig ändert. Wir wollen diesen großen Einfluß von β_2 jetzt noch näher u erfassen suchen. Wir sahen, daß dieser Einfluß vor allem in einer Verschiedenheit der zu einer bestimmten Gefällshöhe H notwendigen Jmfangsgeschwindigkeit u_2, also der Laufzahl oder Druckziffer, zum usdruck kommt.

In Abb. 24 sind bei festgehaltener Umfangsgeschwindigkeit $u_2 = \overline{B_2 C_2}$ ier Werte von $c_2 \cos\alpha_2 = c_{2u}$ angenommen, entsprechend den 4 Spitzen E, F, G und J des Geschwindigkeitsdreiecks, wobei $\overline{EF} = \overline{FJ} = u_2$ ewählt sei. Offenbar wechselt der Winkel β_2 von dem stumpfen Winkel $B_2\ C_2\ E$ über den Wert 90° beim Winkel $B_2\ C_2\ F$ bis zu dem kleinen Vinkel $B_2\ C_2\ J$. Für den Fall der axialen Beaufschlagung sind bei E, F, G, J die zugehörigen Schaufelformen unter Gleichhaltung des Vinkels β_1 der Saugkante eingezeichnet. Da wir Drallfreiheit im Saug-aum, also $\alpha_0 = 90°$ zugrunde legen, so ist nach Gl. (7, 9) $H_{\text{th}\,\infty}$ (und bei leichem p und η_h auch H) proportional zu c_{2u}, also der Reihe nach u den Strecken $\overline{JE}$, $\overline{JF}$, $\overline{JG}$, Null. Wir erhalten also eine Gerade M unter der Figur, wenn wir den Verlauf von $H_{\text{th}\,\infty}$ oder H unter en Dreieckspitzen J bis E auftragen. Diese gibt unter den gleichen Voraussetzungen auch den Verlauf der Druckziffer $\psi = (C/u_2)^2$ an.

Die Schaufel zu Punkt J ist offenbar wirkungslos. (Das Dreieck $B_2\,C_2\,J$ ist im Fall $u_1 = u_2$, also axialer Beaufschlagung und $c_0 = c_{2m}$ identisch mit dem Geschwindigkeitsplan der Saugkante). Der Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ verläuft nach (8, 9) ebenfalls linear zu $c_{3u} \approx c_{2u}$ und gibt die Gerade

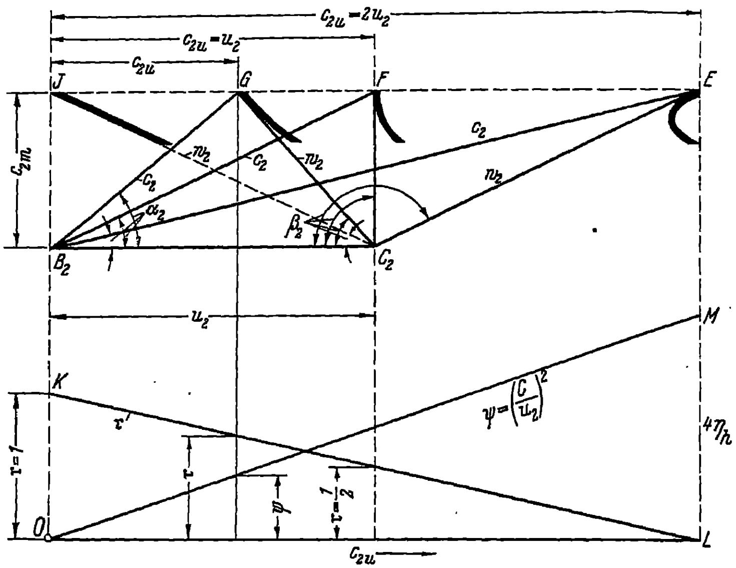


Abb. 24. Schaufelarbeit H_{th} (Druckziffer ψ) und Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ bei verschiedenen Schaufelwinkeln β_2 und $\alpha_0 = 90°$ OM = Linie der H_{th} oder ψ, KL = Linie der $\mathfrak{r}$.

LK. Daß er von rechts nach links, d. h. mit wachsendem β_2 fällt, wird dadurch verständlich, daß die Geschwindigkeit c_2, die ja dem Leitradgefälle entspricht, stark wächst. Mit dem Anwachsen von c_2 hängt eine Zunahme der Reibung und — bei Gasströmung — der MACH-Zahl c_2/a zusammen (a = Schallgeschwindigkeit). Im einzelnen ist

für die Dreiecksspitzen		E	F	G	J	
$c_{2u} = c_2 \cos\alpha_2$	=	$2u_2$	u_2	$< u_2$	0	
β_2	=	stumpf	90°	spitz	sehr spitz	
$\mathfrak{r}$ (nach 8, 9)	=	0	$^1/_2$	$> {^1/_2}$	1	(10, 1)
axiale Schaufelform	=	hakenförmig	flacher werdend		geradlinig	

Der Absolutwert des Spaltdrucks oder der Wert $\mathfrak{r}\,\psi$ wird am größten für $\beta_2 = 90°$.

Da diese Betrachtung keineswegs auf axiale Beaufschlagung beschränkt ist, sind auch für radiale Beaufschlagung in Abb. 25 die zu den 3 Punkten E, F, G gehörigen Schaufelformen in c, b, a angegeben, wobei ersichtlich ist, daß für E und F die Schaufel nach wie vor positiv gekrümmt, im Fall G aber trotz positiver Arbeitsleistung negativ gekrümmt ist.

Die Schaufel ist also um so weniger positiv gekrümmt, je größer der Reaktionsgrad ist, wie wir schon in den beiden vorausgegangenen Abschnitten sahen.

Man erkennt den großen Einfluß des Winkels β_2 auf die Arbeitsleistung und die Schnelläufigkeit und überhaupt das Verhalten der Strömungsmaschine.

Noch klarer wird dieser große Einfluß, wenn ein bestimmter Betriebsfall, also feste Werte von H, n und V ins Auge gefaßt werden. Wegen

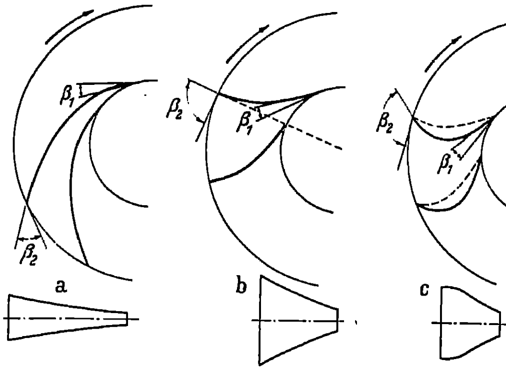


Abb. 25. Die zu E, F, G Abb. 24 gehörigen Schaufelformen im Fall radialer Beaufschlagung. Darunter die Kanalform bei rektifizierter Kanalachse.

des gleichen n ist der Raddurchmesser offenbar proportional zur Umfangsgeschwindigkeit, und man erhält die in Abb. 25a angegebenen 3 Radformen a, b und c mit gleicher Leistung und Drehzahl.

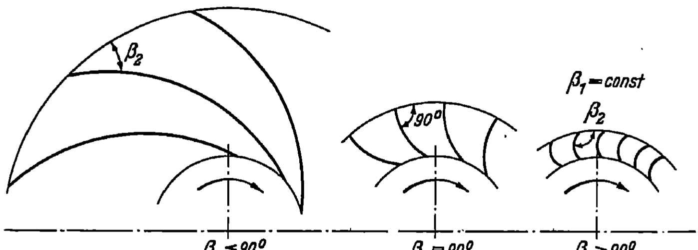


Abb. 25a. Drei Schaufelräder gleicher H, V, n (also gleicher Leistung) und gleichen Winkels β_1.

Man kann den Zusammenhang zwischen u_2 und β_2 auch analytisch darstellen, wenn in Gl. (7, 9) gemäß Abb. 8a S. 9 gesetzt wird

$$c_{2u} = \overline{B_2C_2} - \overline{D_2C_2} = u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 \tag{10,2}$$

Man erhält dann eine in u_2 quadratische Gleichung, aus welcher sich ergibt

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2}\right)^2 + g H_{\text{th}\infty}} \tag{10,3}$$

oder, wenn die allgemeine Form der Hauptgleichung (7, 7) benutzt, also ein endliches c_{0u} zugelassen wird,

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{2m}}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2}\right)^2 + g\,H_{\mathrm{th}\,\infty} + u_1\,c_{0u}}\,. \qquad (10,4)$$

In diesen beiden Gleichungen sieht man den oben abgeleiteten Einfluß von β_2 auf u_2 bestätigt[1]. Man erkennt aber weiter, daß abnehmendes c_{2m} die notwendige Umfangsgeschwindigkeit ebenfalls abnehmen läßt, sofern $\beta_2 < 90°$ (was auch aus Abb. 24 abzulesen ist, da c_{2u} wächst). Allerdings kann man davon nur in beschränktem Umfang Gebrauch machen.

Bei den einzelnen Strömungsmaschinen nützt man den starken Einfluß des Winkels β_2 jeweils in dem Sinne aus, daß trotz der Verschiedenheit des Energieträgers oder der Richtung der Energieumsetzung eine für Elektromaschinen passende Drehzahl und ein optimaler Wirkungsgrad erzielt werden.

a) **Bei Wasserturbinen** hat man wegen der hohen Wichte γ des Wassers mit Ausnahme der ganz großen Gefällshöhen Schwierigkeit, ausreichend hohe Drehzahlen zu erhalten. Infolgedessen wird die Überdruckwirkung vor der langsamläufigen Gleichdruckwirkung grundsätzlich bevorzugt, obwohl diese bei Wasserströmung viel günstiger ist als bei Gasströmung (s. S. 43). Nur bei sehr großem H oder kleinem V in Verbindung mit partieller Beaufschlagung ist Gleichdruck beliebt (in der Form des PELTON-Rades, s. S. 153ff.).

Im Fall voller Beaufschlagung (FRANCIS-Turbine) bevorzugt man Reaktionsgrade von 0,5 und mehr, somit Winkel β_2 von 90° und weniger. Man beschränkt sich also bei voller Beaufschlagung auf den Bereich der Dreiecksspitzen links des Punktes F in Abb. 24. Bei großer Fallhöhe wählt man den Winkel β_2 an der oberen Grenze, also bei 90°, weil die Erlangung einer genügend hohen Drehzahl gesichert ist und dieser Winkel die kürzesten Kanäle (Abb. 25) sowie ein günstiges Verhalten bei Teillast (s. S. 193ff.) ergibt. Hakenschaufeln (d. h. $\beta_2 > 90°$) werden vermieden. Andererseits wird nur bei kleinen Fallhöhen zur Gewinnung einer genügend großen Drehzahl β_2 weit unter 90° verkleinert. Die untere Grenze von β_2 ist hier dadurch gegeben, daß keine negative Schaufel-

[1] Man kann beide Gleichungen auch dimensionslos schreiben und erhält nach kurzer Umformung die Laufzahl

$$\frac{u_2}{C} = \frac{\xi_2}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2} + \sqrt{\left(\frac{\xi_2}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2}\right)^2 + \frac{1+p}{2}\,\eta_h^{\mp 1}} \qquad (10,5)$$

bzw.

$$\frac{u_2}{C} = \frac{\xi_2}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2} + \sqrt{\left(\frac{\xi_2}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2}\right)^2 + \frac{1+p}{2}\,\eta_h^{\mp 1} + \omega\,\frac{K_0}{C^2}} \qquad (10,6)$$

Hierin ist $C = \sqrt{2g\,H}$, $\xi_2 = c_{2m}/C \approx \varepsilon$, p für Turbinen ≈ 0, für Pumpen aus Gl. (7, 11) zu bestimmen. Das obere Vorzeichen des Exponenten von η_h bezieht sich wieder auf die Pumpe, das untere auf die Turbine. $K_0 = r_1\,c_{0u}$ ist der saugseitige Drall.

krümmung (Abb. 25 und 25a, Fall a) entsteht. Beim ausgesprochenen Radialrad nimmt man also stets β_2 gleich oder wenig kleiner als 90° (Abb. 119). Beim ausgesprochenen Axialrad, der KAPLAN-Turbine (Abb. 112ff.), die nur für kleine Fallhöhen bestimmt ist, sind durchgängig kleine Winkel β_2 angebracht. An der Flügelspitze entstehen dann zwangsläufig Winkel β_2, die fast gleich β_1 sind, also der Form J (Abb. 24) nahekommen.

b) Bei Dampfturbinen liegt der Fall insofern entgegengesetzt, als man wegen der geringen Dichte des Dampfes und der dadurch bedingten großen Fallhöhe H stets mit hohen Umfangsgeschwindigkeiten zu kämpfen hat. Hier beschränkt man sich auf den Bereich kleiner Laufzahlen oder mäßiger Reaktionsgrade. Es sind dies die Schaufelformen rechts von F in Abb. 24, d. h. mit $\beta_2 \gtrless 90°$. Deshalb wird auch bei voller Beaufschlagung der Gleichdruck mindestens ebensoviel verwendet, wie der Überdruck. Mit letzterem geht man in der Regel nicht über $\mathfrak{r} = 0{,}5$ (bezogen auf den mittleren Schaufeldurchmesser) hinaus. Man muß hier sogar zur weiteren Senkung der Umfangsgeschwindigkeit vom senkrechten Austritt, also $\alpha_0 = 90°$ etwas abweichen und den Dampf mit Gegendrall, also negativem c_{0u} und $\alpha_0 > 90°$ austreten lassen, wie auf S. 44 bereits besprochen ist.

Die *Gasturbine* unterscheidet sich strömungstechnisch von der Dampfturbine im wesentlichen dadurch, daß sie ein viel kleineres Gefälle verarbeitet. Bei einem Eintrittsdruck von 6 at und einem Austrittsdruck von 1 at liegt ein Druckverhältnis von 6 vor, während eine Kondensationsdampfturbine bei 50 at Kesseldruck und 95% Luftleere entsprechend 0,05 at das Verhältnis 50/0,05 = 1000 verarbeitet. Deshalb besteht bei Gasturbinen die Notwendigkeit der Senkung der Geschwindigkeit nicht in gleichem Maße wie bei der Dampfturbine und verwendet man auch Reaktionsgrade über 0,5, also auch schwach gekrümmte Schaufeln (wie bei der KAPLAN-Turbine), weil diese einen besseren Schaufelwirkungsgrad ergeben als stark gekrümmte Schaufeln. In Fällen, wo man rasch auf tiefere Temperaturen kommen muß, was meist für die erste Stufe zutrifft, ist es aber naheliegend, bei der Hakenschaufel, also kleinen Reaktionsgraden zu bleiben.

c) Bei Pumpen muß darauf Bedacht genommen werden, daß die Verlangsamung einer Strömung mäßige Kanalerweiterungen und geringe Kanalkrümmungen verlangt. Außerdem vollzieht sie sich günstiger im umlaufenden als im ruhenden Kanal, weil die Grenzschicht größeren Fliehkräften unterliegt als die gesunde Strömung und deshalb abgeschleudert, also in gewissem Sinne abgesaugt wird. Beide Gesichtspunkte verlangen kleine Winkel β_2. Diese ergeben bei radialer Beaufschlagung negativ (also rückwärts) gekrümmte Schaufeln a (Abb. 25 und 25a). Die erhöhte Umfangsgeschwindigkeit, die erhöhte Radreibung und (bei vorgeschriebener Drehzahl) auch erhöhte Durchmesser, also erhöhte Herstellungskosten bedeutet, nimmt man in Kauf, ebenso wie den erhöhten Spaltverlust und den vergrößerten Achsschub, die beide durch den hohen Reaktionsgrad bedingt sind, weil der Wirkungs-

grad sich trotzdem um einige Prozente erhöht. Ein weiterer wesentlicher Grund für die Bevorzugung dieser kleinen Winkel β_2 liegt in dem günstigen betrieblichen Verhalten (s. S. 169ff.).

Üblich sind bei Pumpen Winkel $\beta_2 = 15$ bis $70°$, wobei die kleineren Werte vorwiegend für Wasserförderung, die größeren für Gasförderung gelten. Bei Gasförderung muß man notgedrungen die größeren β_2 nehmen, weil hier wegen der kleinen Wichte größere H vorliegen, also größere Umfangsgeschwindigkeiten verlangt werden, die man zu senken bestrebt ist. Dazu kommt, daß die steile Radialschaufel gegen Fliehkräfte fester ist als die flache, und die Rücksicht auf Überschall auch größere Winkel β_1 verlangt (s. S. 88ff.). Man geht hier nicht unter $\beta_2 = 50°$, während man bei Wasserförderung selten über $40°$ hinausgreift und kleine Winkel besonders dann wählt, wenn stabile Kennlinien gefordert werden (s. S. 180f.).

Bei Ventilatoren findet man neben diesen spitzen Winkeln auch den stumpfen Winkel β_2, also die Hakenschaufel, weil die Rücksicht auf den Wirkungsgrad zurücktritt und die Herstellung verbilligt wird.

d) **Zusammenfassung.** Die abgeleiteten Schaufelformen finden wie folgt Verwendung:

Die Axialschaufel in der Form E, Abb. 24 (Hakenschaufel) für das partiell beaufschlagte Turbinenrad bei Wasser oder Dampf, in der Form zwischen E und F für die Dampfturbine, in der Form G für die Axialpumpe und Kaplan-Turbine. In letzterem Fall kann β_2 nahe an β_1 heranrücken, so daß die Schaufel sehr flach (tragflügelartig) also die Laufzahl sehr hoch wird und nur mäßige Fallhöhen in Frage kommen. (Auch Propeller für Flugzeuge und Schiffe, ebenso Windräder haben diese letztere schnelläufige Schaufelform).

Die Radialschaufel in der Form a, Abb. 25 oder 25a (d. h. mit $\beta_2 < 90°$) für die Kreiselpumpe und den Kreiselverdichter, in der Form b für die radiale Dampfturbine (s. S. 348ff.) und die Francis-Turbine, welche letztere den Winkel $\beta_2 \gtrless 90°$ bevorzugt. Radialschaufeln mit $\beta_2 > 90°$ (Form c) kommen bei Turbinen heute so gut wie nicht und bei *Pumpen* nur in Ventilatoren, also bei kleinen Förderdrücken vor.

Man sieht, daß es für jede mögliche Schaufelform in der Praxis eine Verwendung gibt.

11. Die spezifische Drehzahl.

Eine wichtige Radform ist das Radialrad, weil es einen einfachen und verlustarmen Übergang zum Saugrohr gestattet. Bei der Turbinenströmung ermöglicht es die in Abb. 2 und 3 gezeigte Regelung durch Drehung der Leitschaufeln. Seine Grundform ersieht man in den ganz gezeichneten Linien der Abb. 26. Aus ihr lassen sich verschiedene Ausführungsformen einschließlich des Propellers entwickeln. Ebenso wichtig ist das Axialrad, weil es zur Aufnahme hoher Fliehkräfte viel besser geeignet ist und deshalb bei Dampf- und Gasturbinen fast ausschließlich angewandt wird. Wir werden uns zunächst mit dem

Radialrad beschäftigen. Unsere Überlegungen wollen wir uns dadurch vereinfachen, daß wir von dem im vorausgegangenen Abschnitt festgestellten großen Einfluß des Schaufelwinkels β_2 auf die Radform ebenso entsprechend von dem des Winkels β_1 zunächst absehen, also gleichbleibende Winkel an den Schaufelenden annehmen.

Dann sind die Geschwindigkeitsdreiecke ähnlich. Also ist nach der Hauptgleichung u_2 oder $n\,D_2$ proportional zu $\sqrt{H}$, während die saugseitigen Abmessungen im wesentlichen nur von dem verlangten Mengenstrom V abhängen und mit diesem wachsen.

Die für die Formgebung des Rades nötigen Daten sind n, V und H. Nehmen wir zunächst V und H als fest an, wie das bei der Bearbeitung einer bestimmten Anlage der Fall ist und lassen die Drehzahl variieren, so bleibt u_2 bestehen, weil H bleibt. Demnach ändert sich D_2 umgekehrt proportional mit der Drehzahl. Das Radialrad nach Abb. 26, welches das größtzulässige $D_2 = 2$ bis 3 D_s hat, stellt deshalb eine langsamläufige Bauart dar. Lassen wir nun die Drehzahl wachsen, so wandert die äußere Schaufelkante nach innen, beispielsweise bis zu dem verkleinerten Durchmesser D_2' in Abb. 26. (Dabei kann der Wandungsverlauf bestehen bleiben, wenn der Radquerschnitt für ein konstantes c_m, also gleichbleibendes Produkt $D\,b$ gezeichnet ist.) Würde man dabei die Saugkante der Schaufel bestehen lassen, also die Schaufel zwischen die Durchmesser D_1 und D_2' legen, so würde sie im Vergleich zu ihrer Breite zu kurz werden, was verlustreiche Sekundärbewegungen zur Folge hätte [*III*, *1*]. Deshalb muß die Saugkante ebenfalls nach innen gerückt werden, wobei sie in den axialen Saugmund des Rades übertritt. Neben die durch die Schaufelwinkel β_2 und β_1 bedingte Krümmung tritt jetzt noch die Krümmung der Flußlinie, so daß die Schaufel doppelt gekrümmt ist.

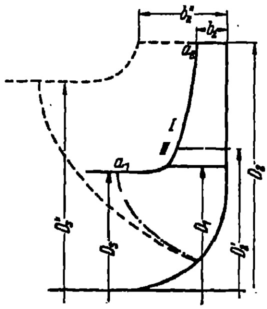


Abb. 26. Das Radialrad und einige Entwicklungsformen.

Das Rad wird dann die strichpunktierte Form II annehmen, die wir als *mittelläufig* bezeichnen können. Wächst die Drehzahl weiter, so kann sich die Druckkante offenbar nur dadurch der Achse nähern, daß sie sich schräg stellt (Abb. 27). Es entsteht also Form III, der *Schnelläufer*, wobei infolge der Schrägstellung nur der Mittelwert des Außendurchmessers kleiner wird. Bei weiterschreitender Schrägstellung der Druckkante erhält man als Extremform IV das Axialrad bzw. den Propeller, bei welchem die Druckkante nahezu radial steht.

Die angegebenen 4 Radformen können wir auch entwickeln, wenn wir die Drehzahl n und die Förderhöhe H festhalten und nur den Mengenstrom V allmählich vergrößern. Nur bleibt dann die Druckkante unverändert, während D_s wachsen muß. In Abb. 26 ist auf diese Weise der gestrichelt gezeichnete Umriß des Mittelläufers entstanden. Hand in Hand mit dem Anwachsen des Saugdurchmessers D_s geht eine

Verbreiterung des Rades. Man erkennt, daß die so entwickelten Radumrisse den zuerst erhaltenen in allen Teilen ähnlich sind.

Schließlich würden offenbar die gleichen Radformen entstehen, wenn wir n und V unverändert und H abnehmen ließen.

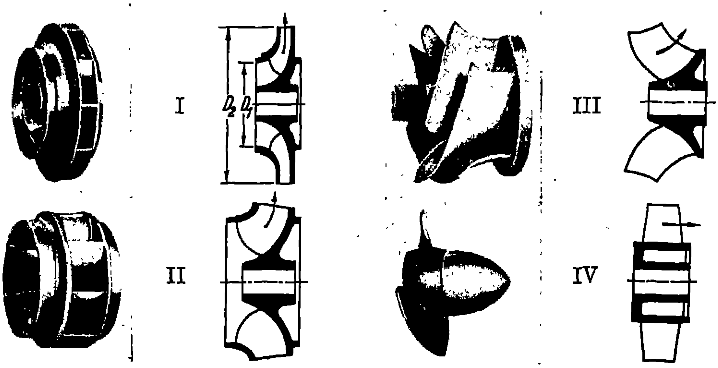


Abb. 27. Übersicht über die Radformen I bis IV.

Die Eigenschaften der entwickelten Radformen I bis IV lassen sich also folgendermaßen kennzeichnen:

Radform I (Radialrad)	kleine Drehzahl oder kleine Schluckfähigkeit oder große Gefällshöhe.
Radform II (FRANCIS-Rad)	Mittlere Drehzahl oder mittlere Schluckfähigkeit oder mittlere Gefällshöhe.
Radform III (Schraubenrad)	große Drehzahl oder große Schluckfähigkeit oder kleine Gefällshöhe.
Radform IV (Propellerpumpe bzw. KAPLAN-Turbine)	größte Drehzahl oder größte Schluckfähigkeit oder kleinste Gefällshöhe.

Angesichts der Verschiedenheit der Radformen ergibt sich das Bedürfnis nach einer einfachen Kennzeichnung. Man findet eine solche, wenn man von der zuerst verfolgten Verschiedenheit der Drehzahl bei festen Werten V und H ausgeht und kommt zum Begriff „*Spezifische Drehzahl*". Hierunter wollen wir *die Drehzahl eines dem ausgeführten Rade in allen Teilen geometrisch ähnlichen Rades verstehen, das so bemessen ist, daß es bei der Gefällshöhe von 1 m den Durchfluß von 1* m^3/s *liefert.*

Diese Kennzahl leiten wir auf Grund folgender Überlegung ab:

Lassen wir zunächst das Rad unverändert und gehen unter Beibehaltung der Stoßfreiheit auf die Gefällshöhe $H_1 = 1$ m über, so ist, weil die Geschwindigkeitsdreiecke ähnlich bleiben, die Förderhöhe nach der Hauptgleichung proportional zum Produkt zweier Geschwindigkeiten oder proportional zum Quadrat der Drehzahl. Der Durchfluß ändert sich proportional zur ersten Potenz einer Geschwindigkeit, also zur Wurzel

aus H und die Leistung proportional zu $V\,H$ also zu $\sqrt{H}\,H$ (falls γ konstant ist).

Wir erhalten damit, wenn wir gleichbleibende Wirkungsgrade voraussetzen, folgende neuen Betriebsgrößen:

$$n_1 = n\frac{\sqrt{H_1}}{\sqrt{H}} = \frac{n}{\sqrt{H}} = \text{relative Drehzahl} \tag{11, 1}$$

$$V_1 = V\frac{\sqrt{H_1}}{\sqrt{H}} = \frac{V}{\sqrt{H}} = \text{relativer Durchfluß} \tag{11, 2}$$

$$N_1 = N\frac{\sqrt{H_1}\,H_1}{\sqrt{H}\,H} = \frac{N}{\sqrt{H}\,H} = \text{relative Leistung.} \tag{11, 3}$$

Wenn wir nun von diesem relativen Durchfluß V_1 auf 1 m^3/s kommen wollen, obwohl wir die Gefällshöhe $H_1 = 1$ m, also auch die Geschwindigkeitspläne beibehalten müssen, so ist dies nur möglich, wenn das Laufrad alle seine Abmessungen verändert. Der Durchfluß ist dann wegen der Gleichheit der Geschwindigkeiten proportional zum Querschnitt, d. h. dem Quadrat der Längen, also z. B. des Durchmessers. Die Drehzahl ändert sich aber umgekehrt proportional zum Durchmesser, damit die Umfangsgeschwindigkeit gleich bleibt. Die neuen Größen, deren Fußzeichen q sein soll, erfüllen also die Gleichungen:

$$V_1 : 1 = D^2 : D_q^2 = n_q^2 : n_1^2$$

also

$$n_q = n_1\sqrt{V_1} = \frac{n}{\sqrt{H}}\sqrt{\frac{V}{\sqrt{H}}}$$

oder

$$n_q = n\frac{\sqrt{V}}{H^{3/4}}. \tag{11, 4}$$

Dies ist die gesuchte spezifische Drehzahl.

Bisher wurde in Deutschland (im teilweisen Gegensatz zu England und USA) die spezifische Drehzahl statt auf 1 m^3/s meist auf 1 PS Nutzleistung in Verbindung mit 1 m Gefällshöhe bezogen und mit n_s bezeichnet.

In diesem Fall muß die relative Leistung N_1 nach (11, 3) auf 1 PS überführt werden, wobei wieder die Gefällshöhe von 1 m, also auch die Geschwindigkeiten bleiben und deshalb die Leistung proportional zum Durchfluß, also zum Quadrat der Längen sich verändert. Dann ergibt die Proportion

$$N_1 : 1 = D^2 : D_s^2 = n_s^2 : n_1^2$$

als neuen Ausdruck für die spezifische Drehzahl

$$n_s = n_1\sqrt{N_1} = \frac{n\sqrt{N}}{H^{5/4}}. \tag{11, 5}$$

Hierin beträgt die Nutzleistung N bei der

$$\text{Pumpe:}\quad N = \frac{\gamma V H}{75} \qquad\qquad \text{Turbine:}\quad N = \frac{\gamma V H}{75}\eta,$$

so daß

$$n_s = \sqrt{\frac{\gamma}{75}}\, n\, \frac{\sqrt{V}}{H^{3/4}} = \sqrt{\frac{\gamma}{75}}\, n_q \quad \text{bzw.} \quad n_s = \sqrt{\frac{\gamma}{75}}\, n_q \sqrt{\eta} \tag{11, 6}$$

Benutzt man den für kaltes Wasser gültigen Wert $\gamma = 1000\ \text{kg/m}^3$, so ist $\sqrt{\gamma/75} = 3{,}65$ und es wird

$$\text{für die Pumpe}\quad n_s = 3{,}65\, n_q \qquad\qquad \text{für die Turbine}\quad n_s = 3{,}65 \sqrt{\eta}\, n_q. \tag{11, 7}$$

Diese bisher in Deutschland benutzte Kennzahl ist demnach bei Wasser das 3,65fache bzw. das $3{,}65\sqrt{\eta}$ fache von n_q. Sie hat den Nachteil, daß das spezifische Gewicht erscheint und die Kennziffer eines und desselben Rades sich mit der Art der Arbeitsflüssigkeit ändert, also z. B. für Wasser- und Gasströmung ganz verschieden ist. Man kann sich zwar helfen, indem man eine bestimmte Bezugsflüssigkeit, z. B. Wasser vorschreibt. Diese einseitige Bindung hat man aber beim Übergang von Wasser auf Luft oder Dampf nicht übernommen, abgesehen davon, daß der Faktor 3,65 unbequem ist und bei Turbinen auch der Wirkungsgrad η erscheint, der sich mit der Maschinengröße ändert (s. S. 203ff.).

Wir werden im Rahmen dieses Buches die für alle Förderflüssigkeiten, ebenso wie Gase, gleich geeignete Kennzahl n_q nach Gl. (11, 4) bevorzugen, die auch im englisch sprechenden Ausland bei Pumpen im Gebrauch ist[1]. Wir brauchen uns aber nur zu merken, daß man daraus die bisher bei Wasser als Energieträger benutzte Zahl n_s bei Pumpen durch Multiplikation mit 3,65 und bei Turbinen mit $3{,}65\sqrt{\eta}$ erhält. Letztere Zahl wird mit $\eta = 0{,}84$ gleich 1/0,30; so daß also für Wasserturbinen ziemlich genau gilt

$$n_q = 0{,}3\, n_s, \quad n_s = n_q/0{,}3. \tag{11, 8}$$

Die spezifische Drehzahl ist gemäß der Ableitung unabhängig vom Ausführungsmaßstab der zugehörigen Radform oder den gerade verwendeten Werten von n oder V oder H. Sie kennzeichnet also die in Frage kommende Radform. In Übereinstimmung mit den obigen Betrachtungen ersieht man, daß die Kennzahl mit wachsendem n und V zunimmt, während sie mit wachsendem H abnimmt. Sie kennzeichnet gleichzeitig die *Schnelläufigkeit*, *Schluckfähigkeit* und den *Kehrwert der Druckfähigkeit* und könnte deshalb nicht bloß als *spezifische Drehzahl*, sondern ebenso als *Schluckfähigkeit* oder als *reziproke Druckfähigkeit* bezeichnet werden.

---

[1] Dort wird auf 1 Imp. gall/min und 1 engl. Fuß bezogen. Es ist dann $(n_q)_{\text{englisch}} = 47{,}2\ (n_q)_{\text{metrisch}}$.

Für die in Abb. 26 und 27 entwickelten Radformen ergeben sich folgende Kennzahlbereiche:

Radform I (Radialrad) Langsamläufer	$n_q = 11$ bis 38 ($n_s = 40$ bis 140)
Radform II (FRANCIS-Rad) Mittelläufer	$n_q = 38$ bis 82 ($n_s = 140$ bis 300)
Radform III (Schraubenrad) Schnelläufer	$n_q = 82$ bis 164 ($n_s = 300$ bis 600)
Radform IV (Propellerpumpe bzw. KAPLAN-Turbine) Schnellstläufer	$n_q = 110$ bis 500 ($n_s = 400$ bis 1800)

Diese Zahlen wollen wir vorläufig sowohl für Pumpen wie Turbinen gelten lassen, obwohl zu beachten ist, daß H für ein und dasselbe Rad viel kleiner ist, wenn es als Pumpe statt als Turbine arbeitet[1] (S. 16ff.). Naturgemäß müssen sich streng genommen in beiden Fällen die Leistungsangaben auf stoßfreien Eintritt beziehen und nicht, wie bei Wasserturbinen üblich ist, auf maximale Eröffnung der Steuerung.

Ferner gelten die obigen Zahlen nur für volle Beaufschlagung. Dort wo partielle Beaufschlagung möglich ist, also bei Turbinen, kann die spezifische Drehzahl — wie nachher gezeigt wird — beliebig unter die für den Langsamläufer angegebenen Werte gesenkt werden.

Wir müssen weiter beachten, daß wir bei der Ableitung der spezifischen Drehzahl unveränderliche Schaufelwinkel β_1 und β_2 vorausgesetzt haben. Deshalb ist n_q nur solange eine eindeutige Kennziffer für die Radform, als diese Winkel eine eindeutige Funktion von n_q sind. Soweit letzteres der Fall ist (Wasserturbinen), läßt man β_2 mit wachsendem n_q abnehmen, weil dadurch die Drehzahl gesteigert wird, während man β_1 ziemlich unverändert läßt. Ferner muß im Auge behalten werden, daß die Veränderlichkeit der Reibung mit dem Ausführungsmaßstab (s. S. 203ff.) die Eindeutigkeit der Abhängigkeit der Radform von n_q oder n_s beeinträchtigt, ebenso die weiterhin vorhandene Veränderlichkeit des Wellendurchmessers, der beim gleichen Rad um so kleiner sein kann, je niedriger die verwendete Drehzahl ist (S. 96).

Man kann eine bestimmte Radform, bzw. die zugehörige Kennzahl für alle denkbaren Betriebsverhältnisse, d. h. jedes Wertepaar von H und V, anwenden, wenn man sich mit der dann aus (11, 4) errechneten Drehzahl n abfindet. Da aber die Drehzahl sich mit Rücksicht auf

---

[1] Wollte man eine Kennzahl haben, welche die Radform unabhängig davon kennzeichnet, ob sie für eine Pumpe oder Turbine benutzt wird, so müßte man offenbar auf $H_{th\infty} = 1$ m statt $H = 1$ m reduzieren. Es wäre dann in Gl. (11, 4) bei Pumpen H durch $H_{th\infty} = \dfrac{H\,(1+p)}{\eta_h}$, bei Turbinen durch $H_{th\infty} = H\,\eta_h$ zu ersetzen. Fluchtlinientafel zur Berechnung von n_q vgl. L. QUANTZ: Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 117/8.

den Antrieb in engen Grenzen zu bewegen hat und ferner auch allzu große Ausführungen oder allzu enge Kanäle sich von selbst verbieten, so ist tatsächlich bestimmten Wertpaaren von V und H auch ein be-

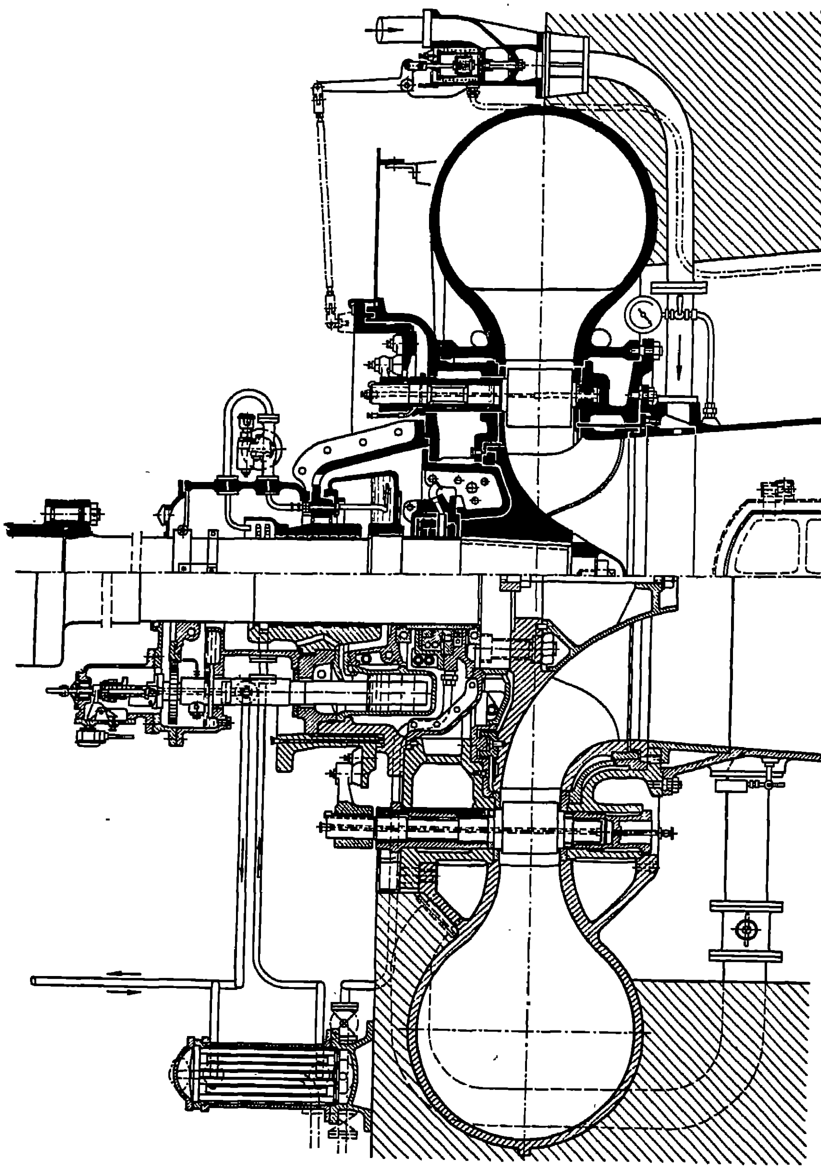


Abb. 27 a. FRANCIS-Spiralturbinen (EWC)

linke Seite: Mittelläufer $H = 140{,}4$ m, $V_{1/1} = 10{,}8\ \mathrm{m^3/s}$, $n = 500$ U/min, $n_q = 39$ ($n_s = 130$)

rechte Seite: Schnelläufer $H = 68$ m, $V_{1/1} = 6{,}55\ \mathrm{m^3/s}$, $n = 600$ U/min, $n_q = 66$ ($n_s = 220$)

stimmter Bereich der Kennzahl n_q zugeordnet. Dabei ist zu berücksichtigen, daß Kavitation bzw. Schallgeschwindigkeit die Bewegungsfreiheit einschränken (s. S. 63 bis 92).

Die Schnelläufigkeit ist fortlaufend gesteigert worden, weil immer größer werdende Förderströme in einer Maschine bewältigt werden, ohne daß die Drehzahl gesenkt wird.

Die untere, für die Radform I angegebene Grenze von $n_q = 11$ ist dadurch bedingt, daß das Durchmesserverhältnis D_2/D_s den Wert 2,5 bis 3 nicht überschreiten sollte, weil sonst die Schaufelkanäle zu lang und zu eng, sowie die Außenfläche des Rades und damit der Reibungsverlust zu groß würden. Dieses Gebiet der kleinsten n_q (oder n_s) kann wirtschaftlich nur durch Übergang auf *Mehrstufenanordnung* oder auf *partielle Beaufschlagung* bestritten werden. Partielle Beaufschlagung ist aber nur bei Turbinen anwendbar. Sie ist besonders günstig bei Wasserturbinen, weil (wie schon S. 43 dargelegt wurde) das Rad im Luftraum umlaufen kann. Die gebräuchliche Bauform bildet hier das PELTON-Rad (s. S. 153ff.). Bei Dampfturbinen muß die nicht beaufschlagte Schaufel in der Arbeitsflüssigkeit „waten", ebenso wirkt sich die volle Reibung an der äußeren Radfläche aus. Trotzdem muß auch hier die partielle Beaufschlagung verwandt werden, damit die Stufenzahl nicht zu groß wird.

Der Übergang auf partielle Beaufschlagung führt zu einer Verkleinerung der Drehzahl aus zwei Gründen und zwar

1. wegen der Zunahme des Raddurchmessers, den man bei partieller Beaufschlagung beliebig groß machen kann,

2. weil die dabei nötige Anwendung des Gleichdruckes die kleinstmögliche Umfangsgeschwindigkeit u_2 ergibt (s. S. 41ff.).

Partielle Beaufschlagung wird fast nur in Verbindung mit axialer Beaufschlagung angewandt[1]. Das oben entwickelte Axialrad, d. h. der Propeller, wäre jedoch wegen seiner hohen Schnelläufigkeit dafür nicht geeignet. Vielmehr sind hier Räder mit kurzen Schaufeln am Platz.

a) Das Axialrad. Da Axialräder im Dampf- und Gasturbinenbau verwendet werden, gleichgültig ob volle oder teilweise Beaufschlagung vorliegt, muß auf ihre Eigenart näher eingegangen werden. Ändert man bei diesen Rädern das Verhältnis der Schaufellänge, d. h. der radialen Schaufelbreite b zum mittleren Halbmesser r_m, so erhält man die in Abb. 28 dargestellte Reihe von Rädern mit den dabei angegebenen n_q-Werten. Diese beginnt links mit dem bereits bekannten und als besonders schnelläufig erkannten Propeller, der mit dem angegebenen Verhältnis $D_m/b = 2{,}4$ (d. h. $b/r_m = 2/2{,}4 = 1/1{,}2$) allerdings nur bei Wasserströmung Verwendung findet, während bei Dampf- und Gasturbinen dieser Wert mindestens 3 beträgt. Die Reihe endet rechts mit drei Rädern, deren Schaufelverhältnis b/r_m den kleinstmöglichen Wert hat. Die letzten beiden Räder haben partielle Beaufschlagung, wobei das Verhältnis des beaufschlagten Zentriwinkels φ zu 360°

[1] Eine Ausnahme bildet die SCHWAMKRUG-Turbine (Abb. 73 und 73a), die aber heute nicht mehr gebaut wird. Bei den radial beaufschlagten Dampfturbinen (SIEMENS-Radialturbine und LJUNGSTRÖM-Turbine s. S. 348ff.) wird partielle Beaufschlagung kaum verwendet, obwohl das Profil ihrer Schaufeln mit dem einer Axialschaufel übereinstimmt.

gleich dem im Bild angegebenen Wert ε (Beaufschlagungsgrad) ist. Man sieht, daß man mit dem Axialrad viel tiefer in das Gebiet kleiner n_q hineinkommt, als es oben mit dem Radialrad festgestellt wurde, und auch das Gebiet des PELTON-Rades erfaßt wird[1].

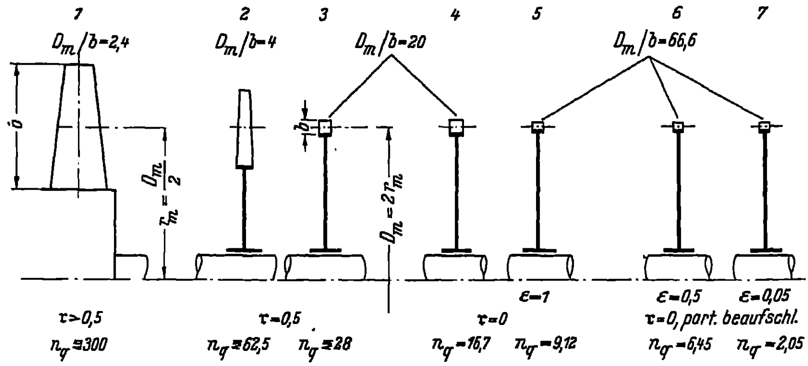


Abb. 28. Axialräder, geordnet nach ihrer Schnelläufigkeit. Rad 5 bis 7 sind gleich, haben aber verschieden beaufschlagte Bogenlängen.

Man erkennt ferner, daß die spezifische Drehzahl nur dann die Radform kennzeichnet, wenn gleichzeitig gesagt wird, ob dieser Begriff sich auf das Radial- oder Axialrad beziehen und totale oder partielle Beaufschlagung vorliegen soll. Bei extremer Schnelläufigkeit ergibt sich in beiden Fällen die gleiche Radform, nämlich der Propeller. Bei extremer Langsamläufigkeit *der Turbine* wird ganz allgemein das partiell beaufschlagte Axialrad verwendet, denn auch das PELTON-

---

[1] Setzt man in Gl. (11, 4) $V = 2\,r\,\pi\,b\,c_m$, $H = \frac{1}{\eta_h} H_{\text{th}} = \frac{1}{\eta_h}\frac{u}{g} c_{3u} = \frac{1}{g\,\eta_h} u\,(u - c_m \operatorname{ctg}\beta_3)$, entsprechend $\alpha_0 = 90°$, und $c_{0m} = c_{3m} = c_m = u \operatorname{tg}\beta_0$, so ergibt sich mit $u = r\,\pi\,\frac{n}{30}$ nach kurzer Umformung für den *Fall der Turbine*

$$n_q = 30\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\frac{b}{r}\operatorname{tg}\beta_0}\left(\frac{g\,\eta_h}{1 - \dfrac{\operatorname{tg}\beta_0}{\operatorname{tg}\beta_3}}\right)^{3/4}.$$

Aus Gl. (8, 9) folgt aber für das Axialrad

$$r = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\operatorname{tg}\beta_0}{\operatorname{tg}\beta_3}\right).$$

Damit läßt sich n_q auch schreiben

$$n_q = 30\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\frac{b}{r}\operatorname{tg}\beta_0}\left(\frac{g\,\eta_h}{2\,(1 - r)}\right)^{3/4}.$$

Nach dieser Gleichung sind die in Abb. 28 eingetragenen n_q-Werte berechnet. Im Fall partieller Beaufschlagung tritt $\varepsilon\,b$ an Stelle von b. Der Reaktionsgrad r ist beim heutigen Axialrad für Wasser (d. h. bei der KAPLAN-Turbine oder der Propellerpumpe) nahezu gleich 1, für Dampf jedoch selten größer als 0,5. Bei den kleinen b/r_m-Werten wird er zwangsläufig gleich Null, teils wegen des Spaltverlustes, teils weil man auf partielle Beaufschlagung angewiesen ist.

Rad ist nichts anderes als ein teilbeaufschlagtes Axialrad in Zwillingsanordnung (s. S. 155ff.). Bei der *Pumpe* muß man in diesem Fall zur Mehrstufenanordnung übergehen.

Das Axialrad mit kleinem b/r_m, also seine langsamläufige Form, ist offenbar benachteiligt durch den ungünstigen Anschluß an ein Saugrohr, das deshalb nicht mehr angewendet werden kann. Dieser Nachteil ist aber bei Mehrstufigkeit hinfällig, weil die Zwischenstufen kein Saugrohr brauchen und das Axialrad den Übergang zur nächsten Stufe besonders einfach gestaltet (Abb. 165). Ferner ist das Axialrad widerstandsfähiger gegen hohe Fliehkräfte, so daß es bei Dampf- und Gasturbinen fast ausschließlich im Gebrauch ist.

b) Die spezifische Drehzahl gilt grundsätzlich für das einzelne Rad. Durch Hintereinanderschaltung von i Rädern wird die Förderhöhe des Einzelrades auf den i-ten Teil verkleinert und n_q nach Gl. (11, 4) auf das $i^{3/4}$-fache vergrößert. Durch Parallelschaltung von j Rädern verkleinert sich V auf den j-ten Teil und somit n_q auf den $\sqrt{j}$-ten Teil. Würde man die spezifische Drehzahl auf die ganze Maschine beziehen, so ginge der Rückschluß auf die Radform verloren.

c) Dimensionsloser Ausdruck für die spezifische Drehzahl. Der in (11, 4) dargestellte Ausdruck für die spezifische Drehzahl hat den Nachteil, daß er nicht dimensionsfrei ist. Es ergeben sich deshalb für verschiedene Maßsysteme verschiedene Werte für n_q oder n_s, was unbequem ist. Man erhält aber sofort eine dimensionslose Form, wenn man die Fallhöhe vom Schwerefeld der Erde unabhängig macht und auf die Fallbeschleunigung 1 m/s² reduziert, wobei $g\,H$ an Stelle von H zu setzen ist. Es ergibt sich dann

$$n_q' = n\,\frac{\sqrt{V}}{(gH)^{3/4}}\,. \tag{11, 9}$$

Es ist dies die Drehzahl einer der ausgeführten in allen Teilen ähnlichen Strömungsmaschine, die im Schwerefeld 1 m/s² bei 1 m Gefälle den Durchfluß 1 m³/s liefert. Die allgemeine Verwendung dieser dimensionslosen Kennziffer ist anzustreben.

Im metrischen System ist in (11, 9) $g = 9{,}81$ m/s² und damit, wenn die Bezugnahme auf die Minute beibehalten wird

$$n_q' = 0{,}182\,n\,\frac{\sqrt{V}}{H^{3/4}} = 0{,}182\,n_q. \tag{11, 10}$$

11a. Schnelläufigkeit und Wirkungsgrad.

Die Verluste in der Strömungsmaschine sind vor allem bedingt durch die Reibung in den Schaufelkanälen und an der Radoberfläche. Der außerdem auftretende Spaltverlust und die Lagerreibung sind im allgemeinen weniger wichtig.

Der Schaufelverlust Z_h wird um so kleiner, je geräumiger die Schaufelkanäle sind. Dies ist bei wachsender Schnelläufigkeit der Fall, wie

man sofort sieht, wenn man sich vergegenwärtigt, daß der Durchmesser D_s des Saugmundes des Radialrades die Weite der Querschnitte kennzeichnet, oder wenn man die Formen des Axialrades betrachtet (Abb. 28). Abb. 28a zeigt einen für weite Bereiche von n_q gültigen Zusammenhang zwischen η_h und D_s[1].

Auch die Radreibung nimmt ab, wie folgende Überlegung zeigt: Im Ausdruck für die Radreibung in PS nach Gl. (3,10)

$$N_r = \text{const}\, u_2^3\, D_2^2\, \gamma$$

ist bei ähnlichen Geschwindigkeitsplänen $u_2 \sim \sqrt{H}$, also, wenn die neue Konstante mit k bezeichnet wird,

$$N_r = k\, H^{3/2}\, D_2^2 \gamma. \qquad (11\,\text{a}, 1)$$

Demnach wächst die Radreibung für eine gegebene Förderhöhe H proportional zum Quadrat des Raddurchmessers oder zur Größe der Radfläche. Man muß also bestrebt sein, den Raddurchmesser möglichst klein, d. h. die Drehzahl möglichst hoch zu halten. Bei gegebenen Betriebsverhältnissen, also gegebenen V und H, läuft dies auf Verwendung hoher spezifischer Drehzahlen hinaus. Schnelläufige Räder haben demnach eine kleinere Radreibung als langsamläufige. Hierzu kommt, daß man bei den extremen Schnelläufern die äußere Radwand $a_1\, a_2$ (Abb. 26 u. 27) stets wegläßt. Dadurch verschwindet die Radreibung weitgehend bis auf die kleinen durch die Naben-Oberfläche bedingten Beträge und auch die Kanalreibung wird herabgesetzt.

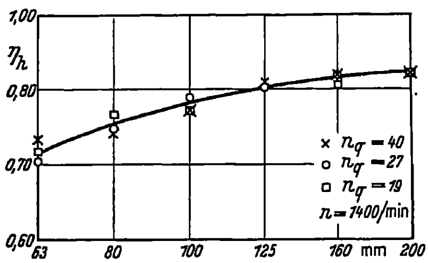


Abb. 28 a. Abhängigkeit des Schaufelwirkungsgrades η_h vom Durchmesser D_s des Saugmundes bei Spiralgehäusepumpen nach RÜTSCHI.

Hiernach ist zu erwarten, daß der Wirkungsgrad sich mit wachsendem n_q verbessert. Diese Überlegung wird durch die Erfahrung bestätigt. Sie ist von grundsätzlicher Wichtigkeit, obwohl sie nur für Normallast gilt. Bei Teillast kehrt sich nämlich dieses günstige Verhalten insofern um, als der Wirkungsgrad um so rascher abfällt, je höher n_q ist (s. S. 191 ff.). Bei den schnelläufigen Maschinen ist deshalb der Energiebedarf im Leerlauf ein viel größerer Teil des Energiebedarfs bei Vollast als bei Langsamläufern. Nur wenn die Laufschaufeln verstellbar gemacht werden, wie das beim Propeller möglich und bei der KAPLAN-Turbine (s. S. 193 ff.) verwirklicht ist, oder wenn — bei Pumpen — durch Änderung der Drehzahl geregelt wird, kann dieses ungünstige Verhalten bei Teillast oder Überlast beseitigt werden.

Trotz des hohen Leerlaufbedarfs wird der Konstrukteur vielfach schnelläufige Radformen bevorzugen, sofern nicht Kavitation oder Überschall (s. Abschn. 12 bis 15) eine Grenze setzen.

---

[1] RÜTSCHI, K.: Schweiz. Archiv f. angew. Wissensch. u. Techn. Bd. 17, H. 2, (1951) S. 33/46.

Unterhalb einer spezifischen Drehzahl von $n_q \approx 10$ verschlechtert sich der Wirkungsgrad der *vollbeaufschlagten* Strömungsmaschine so stark, daß — wie schon S. 59 gezeigt worden ist — der Übergang auf Mehrstufenanordnung oder partielle Beaufschlagung am Platze ist. Der Übergang zur partiellen Beaufschlagung verbietet sich bei Pumpen. Er ist aber bei Wasserturbinen vorteilhaft, weil das Rad im Luftraum arbeiten kann. Die hier in Betracht kommende Bauform ist das in Abschn. 25 behandelte PELTON-Rad, das sowohl bei Teil- wie Überlast besonders günstige Wirkungsgrade (Abb. 112) liefert. Bei Dampf- und Gasturbinen bringt die partielle Beaufschlagung stets den Nachteil mit sich, daß die nicht beaufschlagten Laufschaufeln im umgebenden Energieträger „waten“ müssen, also eine schädliche Ventilationswirkung ausüben und die Radwand ebenfalls der vollen Reibung ausgesetzt ist. Bei diesen Maschinen und bei Pumpen bildet also die Mehrstufigkeit den gegebenen Ausweg. Die partielle Beaufschlagung hat bei Dampfturbinen nur Berechtigung, wenn sich mit ihr eine einfache Regelung der Leistung durch Änderung des Beaufschlagungsbogens verbinden läßt, und das vergrößerte Stufengefälle hohe Drücke und hohe Temperaturen von Laufrad und Welle fernhält.

Da also die partielle Beaufschlagung bei Pumpen nicht und bei Dampfturbinen nur mit Einschränkung anwendbar ist, so ist der Übergang zur *Kolbenmaschine* angezeigt, sobald große Gefälle in Verbindung mit kleiner Leistung vorliegen.

12. Kavitation.

a) Allgemeine Gesichtspunkte.

In den folgenden Abschnitten 12 und 15 sollen einige besondere physikalische Eigenschaften der Flüssigkeiten berücksichtigt werden. Bei Wasser ist dies die Verdampfbarkeit, d. h. die Möglichkeit der Entstehung dampferfüllter Hohlräume in der Strömung, bei Luft die Erreichung der Schallgeschwindigkeit und damit gleichfalls der Übergang auf ein anderes physikalisches Verhalten des Gases und die Inkaufnahme der Gefahr des Verdichtungsstoßes.

Die Verfolgung des Druckverlaufes um die Axialschaufel der Abb. 14 hat gezeigt, daß an der Rückseite der Laufschaufel eine Stelle vorhanden ist, an der die Stromröhren enger sind, also der Druck kleiner ist als im Saugmund des Rades. Der Druck steigt also im Rad nicht sofort von der Saugkante nach dem Innern des Laufkanals hin an, sondern fällt längs der Schaufelrückseite zunächst ab, so daß sich die Stelle kleinsten Druckes einer Strömungsmaschine stets innerhalb des Laufkanals befindet. Die endlich dicken Schaufelenden und die Krümmung der Seitenwand verstärken diese Erscheinung [*III, 1, Abschn.* 79][1]. Aus dieser Tatsache haben wir bereits das Vorhandensein der Totraumgebiete in Abb. 15 abgeleitet. Die Drucksenkung gegenüber

[1] Für die Axialschaufel sind die einzelnen Maßnahmen zur Kleinhaltung der Drucksenkung S. 279 ff. behandelt.

einem Punkt im Ansaugebereich (den wir später an die saugseitige Meßstelle legen werden) bezeichnet man als *Haltedruck* Δh. In diesem Wert Δh soll aber nur die Wirkung von Geschwindigkeitsänderungen oder der Reibung enthalten sein. Der Anteil von Höhenunterschieden zwischen beiden Bezugspunkten ist dadurch auszuscheiden, daß gleiche Höhenlage vorgeschrieben wird.

Diese Stelle kleinsten Druckes ist für Wasserpumpen und Wasserturbinen wichtig, weil dort zuerst der kleinstmögliche Druck, den eine tropfbare Flüssigkeit annehmen kann, erreicht wird, nämlich der Siededruck des Wassers, also Verdampfung oder Hohlraumbildung (Kavitation) erfolgen kann. Diese Erscheinung macht sich durch Nachlassen des Durchflusses, also der Leistung und des Wirkungsgrades, ferner durch Geräuschbildung und rasche Zerstörung des Werkstoffes unliebsam bemerkbar. Die Zerstörung des Werkstoffes tritt dort auf, wo der Hohlraum wieder zusammenstürzt und wird begünstigt dadurch, daß in einer wirbelfreien Strömung der kleinste Druck stets an einer Wand vorhanden ist. Sie ist also durch mechanische Schlagwirkung seitens der Wassertropfen und nicht etwa durch chemische Einflüsse bedingt. (Letzterer Einfluß kann aber bei hohem Grad der Sättigung des Wassers mit Gasen insbesondere chemisch agressiver Art vorliegen.) Falls die Anwendung eines gegen Kavitation widerstandsfähigen Werkstoffes notwendig ist, muß eine hohe Dauerstandfestigkeit und gute Polierbarkeit verlangt werden. Die letztere ist notwendig, weil die Zerstörung von mikroskopisch feinen Kerben ausgeht. Spröde Stoffe wie Glas oder Gußeisen sind ganz ungeeignet, ebenso Überzüge aus Gummi[1].

Der Haltedruck Δh verlangt eine mindestens gleich starke Vergrößerung des Druckes im Saugmund des Rades über den Dampfdruck des Wassers, bedingt also eine gleich große Verringerung der Saughöhe. Er nimmt — wie wir sehen werden — beträchtliche Werte an, so daß seine Kenntnis für die Beurteilung der Saugfähigkeit von ausschlaggebender Wichtigkeit ist.

Nach Bernoulli ist die Stelle kleinsten Druckes ausgezeichnet durch größte Geschwindigkeit. Die Übergeschwindigkeiten, welche bei Flüssigkeitsförderung die Erscheinung der Kavitation hervorrufen, können bei Gasförderung Ursache der Erreichung der Schallgeschwindigkeit sein, wodurch der Wirkungsgrad etwa in gleicher Weise verschlechtert wird wie bei Kavitation, sofern eine Drucksteigerung bezweckt wird, weil der Übergang von Über- zu Unterschallgeschwindigkeit einen Verdichtungsstoß bedingt, also ebenso zu vermeiden ist wie bei Wasserförderung die Kavitation [*IV, 24*]. Die durch Kavitation gefährdeten Stellen sind also im Falle der Gasförderung benachteiligt durch die Möglichkeit der Schallgeschwindigkeitsnähe.

Die Verfolgung der Vorgänge bei Kavitation wird es uns deshalb auch ermöglichen, im Fall der Gasförderung die Schallgeschwindigkeitsnähe zu prüfen.

Wasserturbinen und große Wasserpumpen laufen meist an der Grenze der Kavitation, teils weil man möglichst hohe Drehzahlen verwenden muß, um den Materialaufwand zu senken und den Wirkungsgrad zu

---

[1] Vgl. H. F. Canaan: Der heutige Stand des Wasserturbinenbaues, Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 1084.

steigern, teils weil man große Saughöhen anstrebt, um den Erdaushub zu vermindern.

Wasserpumpen und Wasserturbinen werden nämlich stets über dem Unterwasserspiegel aufgestellt, weil einerseits die Maschine leicht entleert, also zugänglich gemacht werden kann, andererseits Einbaukosten gespart werden. Das Laufrad ist also mit dem Unterwasser durch ein Saugrohr verbunden (falls das Rad voll beaufschlagt ist). Bei der Inbetriebnahme der *Turbine* wird die darin vorhandene Luft durch die Strömung sofort entfernt, weil die Steiggeschwindigkeit von Luftblasen im Saugrohr viel kleiner ist als die entgegengesetzt gerichtete Wassergeschwindigkeit. Bei der *Pumpe* müssen Saugrohr und Gehäuse vor der Inbetriebnahme mit Wasser gefüllt werden.

Bei der Turbine hat das Saugrohr noch die weitere wichtige Aufgabe, die Austrittsenergie zurückzugewinnen, also den Auslaßverlust zu verkleinern (s. S. 75ff.).

Die folgenden Untersuchungen sollen nicht bloß die rechnerische Verfolgung des Kavitationseintritts ermöglichen, sondern auch optimale Verhältnisse ausfindig machen. Dabei wird sich zeigen, daß der Wahl des Strömungswinkel β_0 an der Saugkante besondere Bedeutung zukommt.

b) Bestimmung des Haltedrucks Δh. — Saugzahl S und Kavitationsempfindlichkeit σ[1].

Wir legen unserer Betrachtung die Radform nach Abb. 29 zugrunde, bei welcher die Saugkante in den axialen Saugmund vorgezogen ist, und aus der wir S. 53ff. den Propeller als Sonderform abgeleitet haben. (Dieses Vorziehen der Saugkante in den axialen Bereich ist nämlich nicht nur bei schnelläufigen Radformen, sondern auch beim Langsamläufer im Gebrauch, wenn hohe Anforderungen an Wirkungsgrad, Saugfähigkeit und Stabilität der Kennlinien gestellt werden, Abb. 119, 119a, 120.) Dann ist offenbar in der Regel die durch den äußersten Punkt a_1 dieser Kante gehende Stromlinie am meisten gefährdet. Dies erkennt man sofort, wenn man sich vergegenwärtigt, daß der Haltedruck Δh sich wie folgt zusammensetzt:

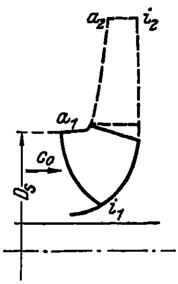


Abb. 29. Radialrad mit vorgezogener Saugkante.

$$\Delta h = \lambda_1 \frac{w_0^2}{2g} + \lambda_2 \frac{c_0^2}{2g}. \qquad (12,1)$$

Darin sind w_0 bzw. c_0 die relative bzw. absolute Geschwindigkeit der Strömung, gemessen im Saugmund vor der Saugkante der Laufschaufel. λ_1 und λ_2 sind Erfahrungszahlen, die so bestimmt werden müssen, daß das erste Glied der rechten Seite die Drucksenkung infolge der im Laufkanal auftretenden Übergeschwindigkeit über die Geschwindigkeit w_0 (S. 27 u. 64), das zweite Glied die zusätzliche Druckabnahme infolge Erzeugung von c_0 und Reibung darstellt.

[1] Vgl. C. Pfleiderer: Z. VDI Bd. 92 (1950) S. 629/635.

Der Betrag von λ_1 und λ_2 ist von der konstruktiven Formgebung und von der Reibung abhängig, also für Pumpen und Turbinen verschieden, und wird bei der Anwendung auf diese Maschinen S. 72 und S. 78 angegeben werden. Für die Größe von λ_2 ist auch die Wahl des Bezugspunktes wichtig, von dem aus die Drucksenkung Δh gemessen wird.

Es liegt auf der Hand, daß im äußersten Punkt a_1 der Saugkante w_0 am größten ist (sofern kein der Drehrichtung des Rades entgegengesetzter Drall der Strömung vorliegt), während c_0 längs der Saugkante sich meist nicht oder nur wenig ändert. Weil nur die Umgebung dieses Punktes a_1 interessiert, so gelten unsere Betrachtungen gleichzeitig für das Axialrad, wobei der Durchmesser D_s im Saugmund gleich dem Außendurchmesser des Rades ist. Die am Punkt a_1 auftretenden Größen erhalten das Fußzeichen a.

Wir betrachten zunächst den Fall drallfreier Strömung im Saugraum, also $\alpha_0 = \alpha_{0a} = 90°$, weil dieser am weitestgehenden verfolgt werden kann, und anschließend die Strömung mit Drall im Saugraum.

α) Drallfreiheit im Saugraum, d. h. $\alpha_{0a} = 90°$ (Abb. 13 S. 25). Wir benutzen als unabhängige Veränderliche den relativen Zuströmwinkel β_{0a} im Punkt a_1, also den Winkel zwischen w_0 und $u_1 = u_{1a} = \pi D_s n/60$, weil nach dessen Annahme der ganze Radeinlauf und somit auch Δh festliegt. Für diesen Winkel, also auch für den Durchmesser D_s des Saugmundes gibt es einen Optimalwert, wie folgende Überlegung zeigt.

Wir ersetzen in (12, 1) w_0^2 durch $u_{1a}^2 + c_0^2$. Dann wird mit aus dem Unendlichen heraus abnehmendem D_s der Wert u_{1a} von ∞ aus unbegrenzt abnehmen, während c_0 unbegrenzt wächst und mit $D_s = 0$ unendlich wird. Zwischen beiden Grenzwerten muß offenbar ein Kleinstwert von Δh liegen. Der Durchmesser D_s ist aber eindeutig mit dem Winkel β_{0a} gekoppelt, wie folgende Rechnung zeigt. Wir setzen

$$w_{0a} = \frac{u_{1a}}{\cos\beta_{0a}} = \frac{\pi D_s n}{60\cos\beta_{0a}} \tag{12, 2}$$

$$c_0 = u_{1a}\,\mathrm{tg}\,\beta_{0a} = \frac{\pi D_s n}{60}\,\mathrm{tg}\,\beta_{0a}. \tag{12, 2a}$$

Darin sind D_s und β_{0a} durch die Kontinuitätsbedingung mit dem Förderstrom V in m³/s verbunden:

$$V = f_0 c_0 = \frac{\pi}{4} D_s^2 k\,\frac{\pi D_s n}{60}\,\mathrm{tg}\,\beta_{0a},$$

wobei

$$k = 1 - \frac{d_n^2}{D_s^2} \tag{12, 3}$$

ist, also die Nabenverengung berücksichtigt (Abb. 35 S. 101).

Aus der Gleichung für V ergibt sich

$$D_s = \sqrt[3]{\frac{240\,V}{\pi^2 k n\,\mathrm{tg}\,\beta_{0a}}}. \tag{12, 4}$$

Setzt man diesen Wert in die Ausdrücke (12, 2) und (12, 2a) ein und geht damit nach (12, 1) über, so erhält man

$$2\,g\,\Delta\,h = \left(\frac{\pi}{30^2}\frac{n^2\,V}{k}\right)^{2/3}\left[\frac{\lambda_1}{(\cos^2\beta_{0a}\sin\beta_{0a})^{2/3}} + \lambda_2\,\mathrm{tg}^{4/3}\,\beta_{0a}\right]. \qquad (12,5)$$

Sind n, V und k gegeben, so ist also tatsächlich Δh nur von β_{0a} abhängig. Die Nullsetzung des Differentialquotienten des Ausdrucks in der eckigen Klammer führt zu folgendem Optimalwert

$$\mathrm{tg}\,(\beta_{0a})_{\mathrm{opt}} = \sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}}. \qquad (12,6)$$

Diese Zahl stellt gleichzeitig die günstigste Lieferziffer $\varphi = c_0/u_{1a}$ dar.

Aus Gl. (12, 5) folgt

$$\frac{n^2\,V}{k\,\Delta h^{3/2}} = \frac{30^2}{\pi}\left[\frac{2g}{\frac{\lambda_1}{(\cos^2\beta_{0a}\sin\beta_{0a})^{2/3}} + \lambda_2\,\mathrm{tg}^{4/3}\,\beta_{0a}}\right]^{3/2}. \qquad (12,7)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist also nur von β_{0a} und den Beiwerten λ_1 und λ_2 abhängig. Sie ist also ein Festwert, wenn diese Größen beibehalten werden. (Sie wäre dimensionslos, wenn g von rechts auf die linke Seite genommen würde, wobei $g\,\Delta h$ an Stelle von Δh tritt, also diese Wassersäule nicht auf die Schwerebeschleunigung g der Erde, sondern die Schwerebeschleunigung 1 bezogen wäre, wie das auch bei der spezifischen Drehzahl S. 61 gefunden wurde.) Um große Zahlen zu vermeiden, setzen wir auf die linke Seite der Gl. (12, 7) $n/100$ statt n und nennen diese Ziffer

$$\left(\frac{n}{100}\right)^2\frac{V}{k\,\Delta h^{3/2}} \equiv S \qquad (12,8)$$

die *Saugzahl*[1], die konstant ist, falls β_{0a} und die λ-Werte als gleichbleibend betrachtet werden. Unter dieser Voraussetzung stellt die Unveränderlichkeit von S das *allgemeine Ähnlichkeitsgesetz für Kavitation* dar, weil es von der Radform, also der spezifischen Drehzahl nicht abhängt. Der Verlauf von S ist in Abb. 30a S. 72 (für $\lambda_1 = 0{,}3$, $\lambda_2 = 1{,}2$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$) in Abhängigkeit von β_{0a} dargestellt. Ihr beim Optimalwinkel $(\beta_{0a})_{\mathrm{opt}}$ vorhandener Wert ist

$$S_{\mathrm{opt}} = \frac{0{,}96}{\lambda_1\sqrt{\lambda_1+\lambda_2}}. \qquad (12,9)$$

Da die Saugzahl S sich nur ändert, sofern die λ-Werte oder der Winkel β_{0a} sich ändern, so ist ihr aus Gl. (12, 8), also mit bekannten Werten von n, V und Δh berechneter Wert gleichzeitig eine Güteziffer zur Beurteilung des Erfolges der in der Hand des Herstellers liegenden Maßnahmen, unabhängig von der Radform. Sie kennzeichnet also die Maßnahmen des Konstrukteurs (insbesondere hinsichtlich der Form und Zahl der Schaufeln) und die Sorgfalt der Werkstattausführung in gleicher Weise für Axial- oder Radialräder, Schnell- oder Lang-

[1] Im englischen Sprachgebiet nennt man die Größe $n\sqrt{V}/\Delta h^{3/4} = \sqrt{S\,k}\cdot 10$ die „suction specific speed", weil ihr Aufbau dem der spezifischen Drehzahl entspricht. Vgl. Z. VDI Bd. 90 (1948) S. 324.

samläufer, vorausgesetzt, daß der Betriebspunkt besten Wirkungsgrades und nicht Teil- oder Überlast vorliegt[1].

Da die λ-Werte Reibungseinflüsse mit berücksichtigen, wird die Saugziffer S neben β_{0a} und der Ausführungsgüte auch von der Richtung der Strömung, d. h. davon abhängig sein, ob das Rad als Pumpe oder Turbine arbeitet. Ebenso ist die REYNOLDS-Zahl, also auch der Ausführungsmaßstab wichtig.

Zu einer bestimmten Saugziffer S gehört nach (12, 8) der Haltedruck

$$\Delta h = \left[\left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V}{k S}\right]^{2/3}. \tag{12, 9a}$$

Wichtig ist die Feststellung, daß die Förderhöhe H *nicht* in den Gleichungen erscheint. Dies ist verständlich, weil lediglich die saugseitigen Abmessungen des Rades eine Rolle spielen. Der Verlauf und die Profilierung der Schaufel haben nur Einfluß auf die Zahl λ_1 und damit (ebenso wie β_{0a}) auf die Saugzahl S, die aber die Aufgabe hat, eine Kennziffer für die Beurteilung der Maßnahmen des Herstellers zu bilden. Wegen der Ähnlichkeit des Ausdrucks von S nach (12, 8) mit der spezifischen Drehzahl n_q bzw. mit $n_q^2 = n^2\, V/H^{3/2}$ ist es naheliegend, beide in Beziehung zu bringen, indem $n^2\, V$ in Gl. (12, 8) durch $n_q^2\, H^{3/2}$ ersetzt wird, wonach

$$S = \frac{1}{k}\left(\frac{n_q}{100}\right)^2 \left(\frac{H}{\Delta h}\right)^{3/2}.$$

Die hier vorkommende Größe $\Delta h/H$ stellt den *von* D. THOMA *eingeführten Kavitationsbeiwert* σ dar. Sie ist offenbar nur bei unverändertem n_q konstant, also nicht so allgemein verwendbar wie die Saugzahl, ist aber bisher in der Literatur ausschließlich als Kennziffer verwendet worden. Sie steht zu S in der Beziehung

$$\sigma = \left(\frac{n_q}{100}\right)^{4/3} \frac{1}{(k S)^{2/3}} \tag{12, 10}$$

und ändert sich demnach mit der Radform proportional zu $n_q{}^{4/3}$. Wir bezeichnen sie als *Kavitationsempfindlichkeit*. Ihr Verlauf ist ebenfalls aus Abb. 30a ersichtlich.

Aus den angegebenen Gründen benutzen wir im Folgenden nur die Saugzahl S.

β) Strömung mit Drall im Saugmund, $\alpha_{0a} \neq 90°$ (Abb. 29a). Der jetzt hinzukommende Drall $K_0 = r\, c_{0u}$ soll durch folgende Zahl δ_r gekennzeichnet sein:

$$\delta_r \equiv 1 - c_{0u}/u_{1a}, = \frac{w_{0u}}{u_{1a}} \tag{12, 11}$$

die wir *relative Drallziffer* nennen wollen.

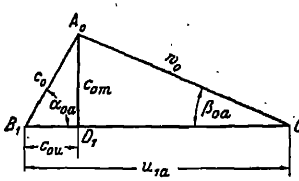


Abb. 29 a. Geschwindigkeitsdreieck für Punkt a_1 der Saugkante bei kreisender Zuströmung im Saugmund.

---

[1] Vgl. C. PFLEIDERER: Sonderheft 1948 d. dtsch. Vereins von Gas- u. Wasserfachmännern, S. 20.

Dann treten an Stelle der Gleichungen (12, 2) und (12, 2a) die folgenden

$$w_0 = \frac{u_{1a} - c_{0u}}{\cos\beta_{0a}} = u_{1a}\frac{\delta_r}{\cos\beta_{0a}} \tag{12, 12}$$

$$c_0^2 = c_{0m}^2 + c_{0u}^2 = (u_{1a} - c_{0u})^2 \operatorname{tg}^2\beta_{0a} + (1-\delta_r)^2 u_{1a}^2$$
$$= u_{1a}^2 [\delta_r^2 \operatorname{tg}^2\beta_{0a} + (1-\delta_r)^2]\,. \tag{12, 13}$$

Darin ist

$$u_{1a} = \frac{\pi D_s n}{60}\,. \tag{12, 14}$$

Die Kontinuitätsbedingung führt jetzt an Stelle (12, 4) zu der Beziehung

$$D_s = \sqrt[3]{\frac{240\,V}{\pi^2 k\, n\, \delta_r \operatorname{tg}\beta_{0a}}}\,, \tag{12, 15}$$

wobei k wieder aus Gl. (12, 3) erhalten wird.

Führt man diesen Wert D_s in (12, 14) ein und geht damit in Gl. (12, 12) und (12, 13) über, so liefert Gl. (12, 1) nach kurzer Umformung

$$2g\,\Delta h = \left(\frac{\pi}{30^2}\,\frac{n^2\,V}{k}\right)^{2/3}\left[\lambda_1\left(\frac{\delta_r^2}{\cos^2\beta_{0a}\sin\beta_{0a}}\right)^{2/3} + \lambda_2\,\frac{(\delta_r\cdot\operatorname{tg}\beta_{0a})^2 + (1-\delta_r)^2}{(\delta_r\cdot\operatorname{tg}\beta_{0a})^{2/3}}\right] \tag{12, 16}$$

oder in anderer Schreibweise

$$2g\,\Delta h = \left(\frac{\pi}{30^2}\,\frac{n^2\,V}{k}\right)^{2/3}\frac{\delta_r^2\,\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{\cos^2\beta_{0a}} + \lambda_2(1-2\,\delta_r)}{(\delta_r\cdot\operatorname{tg}\beta_{0a})^{2/3}}\,. \tag{12, 17}$$

Diese beiden Gleichungen treten jetzt an die Stelle von (12, 5). Gl. (12, 16) gibt in gleicher Weise wie dort die *Saugzahl*

$$S = \left(\frac{n}{100}\right)^2\frac{V}{k\,\Delta h^{3/2}} = \frac{0{,}09}{\pi}\left[\frac{2g}{\lambda_1\left(\dfrac{\delta_r^2}{\cos^2\beta_{0a}\sin\beta_{0a}}\right)^{2/3} + \lambda_2\,\dfrac{(\delta_r\cdot\operatorname{tg}\beta_{0a})^2 + (1-\delta_r)^2}{(\delta_r\cdot\operatorname{tg}\beta_{0a})^{2/3}}}\right]^{3/2}. \tag{12, 18}$$

Daraus kann man die *Kavitationsempfindlichkeit* σ wieder mittels Gl. (12, 10) errechnen.

Das Optimum von β_{0a} erhält man durch Nullsetzen der Ableitung des Wertes in der eckigen Klammer, wobei δ_r als fest gegeben zu betrachten ist, zu

$$\operatorname{tg}(\beta_{0a})_{\text{opt}} = \underset{(-)}{+}\sqrt{\frac{1}{2}\,\frac{\lambda_1 + \lambda_2\left(\dfrac{1}{\delta_r} - 1\right)^2}{\lambda_1+\lambda_2}}\,. \tag{12, 19}$$

Ein Eintrittsdrall, d. h. $\delta_r \neq 1$, verlangt also eine Vergrößerung des Winkels β_{0a} an der Saugkante, gleichgültig, ob der Drall gleich- oder gegensinnig zu der Radumdrehung gerichtet ist (Abb. 30b). Besonders auffällig ist, daß diese Vergrößerung auch bei Gegendrall ($\delta_r > 1$) notwendig ist, also eine starke Zunahme der Meridiankomponente c_{0m} und damit eine Abnahme von D_s eintritt, was wiederum mit (Gl. 12, 15) im Einklang steht.

Führt man diesen Optimalwert von β_{0a} in Gl. (12, 18) ein, so ergibt sich als bestmögliche Saugzahl bei beliebigem Drallwert δ_r im Punkt a_1 der Saugkante nach Umformung mit $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

$$S_{\mathrm{opt}} \equiv \frac{\left(\frac{n}{100}\right)^2 V}{k\,\Delta h^{3/2}} = \frac{0{,}96}{\sqrt{\lambda_1 + \lambda_2}\,[\lambda_1 \delta_r^2 + \lambda_2 (1 - \delta_r)^2]}\,. \tag{12, 20}$$

Diese optimale Saugzahl ändert sich also mit dem Drallwert δ_r sehr stark, wie auch aus der (für $\lambda_1 = 0{,}3$, $\lambda_2 = 1{,}2$, also die Pumpe gezeichneten) Abb. 30b zu ersehen ist. Ihr Größtwert ist nicht bei senkrechtem Eintritt vorhanden, sondern bei einem Gleichdrall, der sich durch Nullsetzen der Ableitung des Wertes in der eckigen Klammer obiger Gleichung ergibt, zu

$$(\delta_r)_{\mathrm{opt}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\,. \tag{12, 21}$$

Die Saugzahl steigt hierbei nach Gl. (12, 20) auf

$$(S_{\mathrm{opt}})_{\mathrm{max}} = 0{,}96\,\frac{\sqrt{\lambda_1 + \lambda_2}}{\lambda_1 \lambda_2}\,, \tag{12, 22}$$

welcher Wert gemäß der gezeichneten Kurve um 19% besser ist, als bei Drallfreiheit.

Die Saugfähigkeit kann also durch Verwendung eines mäßigen Gleichdralls merkbar verbessert werden. Wird jedoch dieser Gleichdrall (im Fall der Pumpe) durch ein (mit verringerter Drehzahl laufendes) Schaufelrad erzeugt, so kann er wesentlich vergrößert werden.

13. Die Saughöhe der Wasserpumpe.

Unter der *Saughöhe* einer Pumpe wollen wir den am Saugstutzen gemessenen Unterdruck in m Flüssigkeitssäule gegenüber dem Druck auf dem Saugwasserspiegel (der meistens der Atmosphärendruck ist) verstehen. Sie beträgt (Abb. 30)

$$H_s = e_s + Z_s + c_S^2/2g\,. \tag{13, 1}$$

Dabei bezeichnet nach den VDI-Leistungsregeln [*III, 15*] in m

e_s den senkrechten Abstand der Drehachse vom Saugwasserspiegel bei waagerechter Pumpenwelle (Abb. 9.) Bei Pumpen mit stehender Welle tritt an die Stelle des Wellenmittels der höchste Punkt der Schaufelsaugkante,
Z_s die Widerstandshöhe in der Saugleitung,
c_S die Geschwindigkeit am Saugstutzen der Pumpe.

Wir beziehen nun den Haltedruck Δh der Einfachheit halber auf die gleiche Stelle, an der wir die oben erwähnte „Saughöhe" messen. Dann nehmen wir zunächst den Unterschied der Geschwindigkeitshöhen, d. h. $(c_0^2 - c_S^2)/2g$, ferner die Reibung im Einlaufkanal zwischen Saugstutzen und Rad in Δh hinein. Beides ist ohne Beeinträchtigung der abgeleiteten Gesetze zulässig, weil diese Beträge proportional zu Geschwindigkeitsquadraten sind. Nicht zulässig wäre dies aber hin-

sichtlich eines Höhenunterschiedes, weil dieser bei großen und kleinen Ausführungen verschieden und unabhängig von den Geschwindigkeiten ist. Hier ist zu bedenken, daß am *höchsten* Punkt des Radeinlaufs der statische Druck am kleinsten ist, also hier wahrscheinlich auch der Ort der Entstehung der Kavitation zu suchen ist. Wir helfen uns, indem wir den am Saugstutzen angeschlossenen Druckmesser auf die Höhe des mutmaßlichen Ortes der Kavitation, also (bei waagerechter Welle) des Punktes a_1 setzen und durch ein wassergefülltes Meßrohr mit dem Saugstutzen verbinden. Die dann abgelesene *gesamte Saughöhe* beträgt also bei waagerechten Pumpen (Abb. 30)

$$H'_s = H_s + \frac{D_1}{2} = e_s + \frac{D_1}{2} + Z_s + \frac{c_S^2}{2g}, \quad (13, 2)$$

weil der Druckmesser bei waagerechter Welle um $D_1/2$ über dem Wellenmittel sitzt.

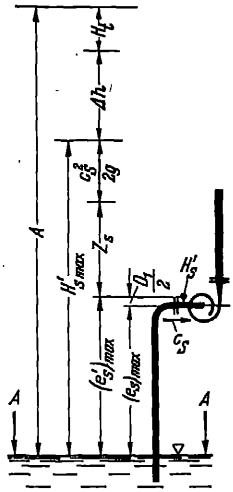


Abb. 30. Aufteilung des Atmosphärendruckes A auf die einzelnen Saugwiderstände. H_t = Dampfdruck des Wassers, Δh = Haltedruck, H'_s max = Größtwert der gesamten Saughöhe, $H'_s = e'_s + Z_s + c_S^2/2g$.

Der kleinste absolute Druck im Rad ist dann, wenn A den Druck auf den Saugwasserspiegel bedeutet:

$$h_{\min} = A - H'_s - \Delta h. \quad (13, 3)$$

Der zulässige Kleinstwert von $h_{\min}$ ist der zu der Flüssigkeitstemperatur gehörige Dampfdruck, dessen Unterschreitung durch Verdampfen unmöglich gemacht wird.

Im Augenblick des Eintretens der Kavitation ist also $h_{\min}$ gleich dem Dampfdruck H_t des Wassers, gemessen in m Flüssigkeitssäule der Förderflüssigkeit, welcher sich ergibt aus

$$H_t = \frac{p_t}{\gamma} 10\,000, \quad (13, 4)$$

wenn p_t in kg/cm² den Siededruck, γ in kg/m³ die Wichte der Förderflüssigkeit bei der vorhandenen Temperatur bedeuten. Die größtzulässige gesamte Saughöhe beträgt also

$$(H'_s)_{\max} = A - H_t - \Delta h \quad (13, 5)$$

oder der Haltedruck

$$\Delta h = A - H_t - (H'_s)_{\max}. \quad (13, 6)$$

Die Kavitationsempfindlichkeit σ können wir für Pumpen also schreiben

$$\sigma = \frac{A - H_t - (H'_s)_{\max}}{H}. \quad (13, 7)$$

Bei mehrstufigen Pumpen ist hierin für H naturgemäß nur die Förderhöhe der 1. Stufe einzusetzen. Bei Wasser mit hohem Gasgehalt, insbesondere solchem aggressiven Charakters empfiehlt es sich, H_t etwas größer als in Gl. (13, 4) angegeben ist, zu nehmen [*III, 1, S. 314*].

a) Radeintritt ohne Drall, $\alpha_0 = 90°$.

Den Haltedruck Δh bestimmen wir auf dem Weg über die Saugzahl S der Gl. (12, 8) oder die Kavitationsempfindlichkeit $\sigma = \Delta h/H$. Diese Werte sind für senkrechten Eintritt durch Gl. (12, 7) bzw. (12, 10) gegeben. Ihren Verlauf in Abhängigkeit von β_{0a} zeigt Abb. 30a. Dabei ist $\lambda_1 = 0{,}3$, $\lambda_2 = 1{,}2$ gesetzt, weil diese Werte mit Versuchen an einfach und doppelt gekrümmten Schaufeln im Mittel in Einklang zu bringen sind. Die Form des Schaufelanfangs, insbesondere die Art seiner Abrundung hat bei Schaufelgittern infolge von Zähigkeitswirkungen nicht den großen Einfluß, der auf Grund von Rechnungen in der idealen Flüssigkeit zu erwarten wäre[1]. Die Größe der Wandkrümmung, Rauhigkeit, Schaufeldicke und Schaufelteilung bedingen

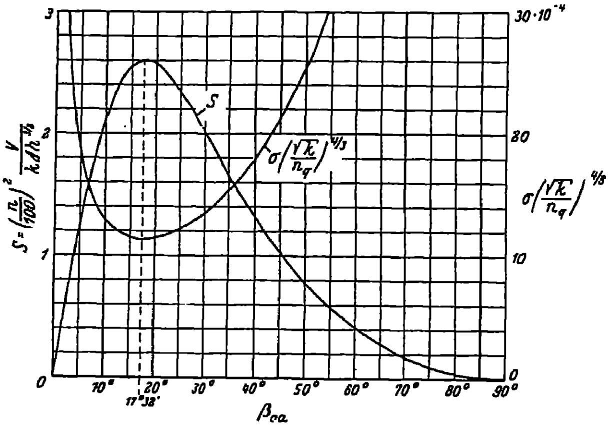


Abb. 30a. Kennziffern der Kavitationsgrenze bei drallfreiem Eintritt in eine Pumpe (für $\lambda_1 = 0{,}30$, $\lambda_2 = 1{,}20$) in Abhängigkeit vom relativen Zuströmwinkel bei Punkt a_1 (Abb. 29)

$$\text{Saugzahl } S = \frac{(n/100)^2\, V}{k\,\Delta h^{3/2}},$$

Kavitationsempfindlichkeit $\sigma = \Delta h/H$, aufgetragen in der Form $\sigma(\sqrt{k}/n_q)^{4/3}$.

Dabei bedeuten

$$\Delta h = A - H_t - (H_s')_{\max}, \quad n_q = n\sqrt{V}/H^{3/4}, \quad k = 1 - d_n^2/D_s^2.$$

naturgemäß Schwankungen, die aber rechnerisch sowieso nicht zu erfassen sind [*III*, *1*]. Den Einfluß des Ausführungsmaßstabes werden wir überschläglich S. 73 berücksichtigen. Die Kleinheit von λ_1 wird daraus verständlich, daß den Ingenieur nur der Zustand interessiert, bei dem bereits ein *meßbarer* Abfall an Wirkungsgrad und Leistung eingetreten ist, also die Hohlraumbildung bereits eine gewisse Ausdehnung erreicht hat. Die Ziffer λ_2 muß etwas größer als 1 genommen werden, weil einmal die Reibung einbezogen ist und weil die Änderung der *ganzen* Geschwindigkeitshöhe sich in einer Drucksenkung auswirkt. Damit wird der Haltedruck als Unterdruck am Ort der Kavitation gegenüber einem (gleich hohen) Punkt des Ansaugebereichs genommen, in dem die Geschwindigkeit c_0 auf Null verlangsamt ist.

[1] Wolf, E.: Ing.-Arch. Bd. 4 (1933) S. 521—544.

Diese Definition von λ_2 steht mit Gl. (13, 6) insofern nicht in Einklang, als dort angenommen wurde, daß H_s' am Saugstutzen gemessen wird, wo ja die Geschwindigkeit c_S vorliegt und nicht auf die Geschwindigkeit Null verlangsamt ist. Dadurch ergibt diese Gleichung einen um $c_S^2/2g$ zu kleinen Wert für Δh. Wir können aber von dieser an sich kleinen Korrektur absehen, wenn wir die Saugzahl S später auf dem Versuchsweg bestimmen und hierbei den aus Gl. (13, 6) berechneten Wert Δh verwenden. Wir erreichen dadurch eine Übereinstimmung mit der bisher üblichen Bestimmung von Δh [*III*, *1*]. Andererseits ist die Definition von Δh mit $\lambda_2 > 1$ für die Gewinnung richtiger Optimalwerte notwendig.

Mit den angegebenen λ-Werten ergibt sich für den Zuströmwinkel β_{0a} aus Gl. (12, 6) der Optimalwert

$$\operatorname{tg}(\beta_{0a})_{\text{opt}} = 0{,}316, \quad (\beta_{0a})_{\text{opt}} = 17°32',$$

so daß also kleine Zuströmwinkel durch die Rücksicht auf Kavitation bedingt sind. Diese Kleinheit gilt aber nur für die Zuströmung. (Den Schaufelwinkel β_{1a} macht man häufig größer als den aus der Stoßfreiheit sich ergebenden rechnerischen Wert.)

Der Bestwert der Saugzahl errechnet sich nach Gl. (12, 9) zu

$$S_{\text{opt}} \equiv \left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V}{k\,\Delta h^{3/2}} = 2{,}61. \qquad (13, 8)$$

Versuche liefern folgende Mittelwerte:

1. Das Radialrad mit in den Saugmund vorgezogener, also doppelt gekrümmter Laufschaufel wie in Abb. 29 schneidet am besten ab mit $S \approx 3$.
2. Der Propeller erreicht etwa 2,4.
3. Die gleiche Zahl gilt für Radialräder mit einfach gekrümmter Schaufel und achsparalleler Saugkante. Werden diese Schaufeln nach der Nabe hin verlängert, indem sie schräg abgeschnitten werden (Abb. 35a), so tritt eine Besserung ein [*V*, *4*].

Verschiedenheiten der Schaufelform, Krümmung der Radwand, Wandrauhigkeit usw. bedingen, daß die beobachteten Saugzahlen weit nach oben oder unten abweichen können. Die auf dem Versuchsweg ermittelte Saugzahl ist also eine Kennziffer für die in der Hand des Herstellers liegenden Maßnahmen. Aus diesem Grunde muß auch der starke Einfluß von β_{0a} (Abb. 30a) unberücksichtigt bleiben.

Der oben gekennzeichnete Einfluß der Maschinengröße scheint erheblich zu sein. Man berücksichtigt ihn nach [*III*, *1*] überschläglich durch Multiplikation der angegebenen Saugzahlen mit $(\eta_h/0{,}85)^3$. Große Pumpen saugen also besser als kleine.

Aus S erhält man jeweils

$$\Delta h = \left[\left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V}{kS}\right]^{2/3} \qquad (13, 9)$$

und damit gemäß Gl. (13, 6)

$$(H_s')_{\max} = A - H_t - \left[\left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V}{kS}\right]^{2/3}. \qquad (13, 10)$$

Beispiel. Für eine Pumpe, welche 100 l/s bei $n = 1450$ U/min fördert und bei welcher $d_n/D_s = 0{,}5$, also k nach (12, 3) gleich 0,75 sei, ist die bei mittlerer Ausführungsgüte zu erwartende größtmögliche Saughöhe zu berechnen.

Mit der Saugzahl $S = 2{,}4$ liefert Gl. (13, 9)

$$\Delta h = \left(14{,}5^2 \cdot \frac{0{,}1}{0{,}75 \cdot 2{,}4}\right)^{2/3} = 5{,}15 \text{ m}.$$

α) Fördert die Pumpe *kaltes Wasser*, so ist in Gl. (13, 5) $H_t \approx 0{,}2$. Legt man den am Aufstellungsort zu erwartenden kleinsten Barometerstand mit $A = 9{,}5$ m zugrunde, so ergibt sich also eine gesamte Saughöhe von $9{,}5 - 0{,}2 - 5{,}15 = 4{,}15$ m. Die auf das waagerechte Wellenmittel bezogene eigentliche Saughöhe ist dann nach (13, 2) um $D_1/2$ kleiner.

β) Fördert die Pumpe *heißes Wasser* für die Kesselspeisung von über 100°C, oder handelt es sich um Absaugung des Kondensats aus dem Vakuum des Kondensators einer Dampfturbine, so ist der auf dem Saugwasserspiegel lastende Druck A praktisch gleich dem Dampfdruck H_t, also $A - H_t = 0$, womit nach Gl. (13, 5) $(H_s')_{\max} = -\Delta h = -5{,}15$ m wird.

Die größtmögliche Saughöhe geht in letzterem Fall also über in eine mindestens nötige *Zulaufhöhe*, die gleich dem Haltedruck Δh ist. Der Druck im höchsten Punkt des Pumpeneinlaufs muß also um diesen Betrag größer sein als der Druck im Dampfraum des Sammelbehälters, ausgedrückt in m Flüssigkeitssäule des heißen Wassers. Im Wellenmittel kommt dann der Betrag $D_1/2$ hinzu.

Die Förderhöhe, ebenso die Radform, sind bei dieser Rechnung gleichgültig.

b) Radeintritt mit Drall.

Zwar ist der senkrechte Eintritt bei Pumpen fast ausschließlich üblich, aber daß ein mäßiges Kreisen des eintretenden Wassers im Sinne der Raddrehung Vorteile bietet, ist schon S. 26 und 70 gesagt worden. Abb. 30b gibt eine Übersicht über den Verlauf der Bestwerte von β_{0a} nach (12, 19) in Linie a, und von S nach (12, 20) in Linie b.

Die beste Saugfähigkeit wird nach Gl. (12, 21), (12, 19), (12, 20), wenn die gleichen λ-Werte wie bisher verwendet werden, erreicht

beim relativen Drallwert	$(\delta_r)_{\text{opt}}$	$= 0{,}8$,
beim Zuströmwinkel	$(\beta_{0a})_{\text{opt}}$	$= 19°27'$,
wobei die Saugzahl	$(S_{\text{opt}})_{\max}$	$= 3{,}26$.

Die Saugzahl S steigt also gegenüber senkrechtem Eintritt von 2,61 auf 3,26, also um 24%. *Durch Vorschalten eines entsprechenden Eintritts-Leitgitters wird demnach unter Umständen Kavitation vermieden oder beseitigt.* Dies ist um so wichtiger, als auch der Wirkungsgrad durch Zulassung eines geringen Gleichdralls verbessert wird und das dann nötige Eintrittsleitrad gleichzeitig als Gleichrichter wirkt.

Bei weiterem Anwachsen des Gleichdralls oder bei Gegendrall fällt die Kurve b rasch ab und nähert sich asymptotisch der δ_r-Achse. Gegen-

Drall verringert also unter allen Umständen die Saughöhe, wie nicht anders zu erwarten ist. Bekanntlich wird hierbei auch der Wirkungsgrad verschlechtert.

Wird der Gleichdrall durch ein vorgeschaltetes Laufrad erzeugt (das dann aber mit verringerter Drehzahl laufen sollte und eigentlich als

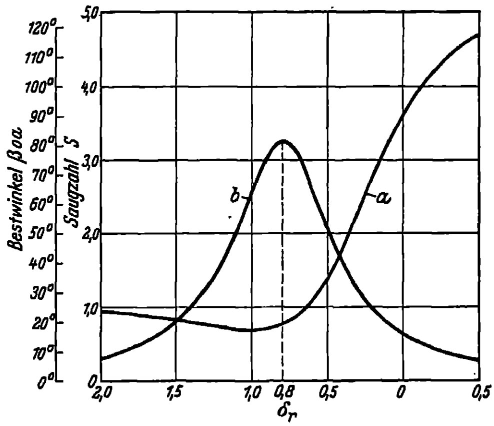


Abb. 30 b. Optimale Kenngrößen zur Kavitationsgrenze einer Pumpe ($\lambda_1 = 0{,}30$, $\lambda_2 = 1{,}20$) in Abhängigkeit vom relativen Drallwert $\delta_r = 1 - (c_{0u}/u_{1a})$.
Linie a Bestwinkel $(\beta_{0a})_{opt}$ im Punkt a_1 der Saugkante; Linie b Saugzahl S_{opt}.

Vorschaltpumpe anzusprechen ist), so gilt die angegebene Beschränkung nicht, weil keine Drucksenkung mit der Entstehung des Dralls verbunden ist.

14. Die Saughöhe der Wasserturbine.

Bei den Turbinen hat das Saugrohr die wichtige zusätzliche Aufgabe, die Austrittsgeschwindigkeit in Druck umzusetzen, um den Auslaßverlust zu verkleinern. Das Saugrohr erweitert sich also nach unten (Abb. 31), wobei dann der durch Verlangsamung erzielte Druckgewinn sich offenbar in einer zusätzlichen Drucksenkung hinter dem Rad, also einer Steigerung des ausgenutzten Druckunterschieds vor und hinter dem Rad, äußert. Bei den schnelläufigen Rädern, bei denen dieser Rückgewinn besonders wichtig ist, aber die Saughöhe wegen des großen $n^2 V$ nur klein sein kann, muß man dann an den senkrechten Verlauf des Saugrohres noch eine waagerechte Verlängerung anschließen, um den höchst zulässigen Erweiterungswinkel nicht zu überschreiten (Abb. 31a, 31b). Den waagerecht verlaufenden Teil des Saugrohres erweitert man besonders in Richtung senkrecht zur vertikalen Mittelebene, also in der Längsrichtung des Maschinenraumes, um keinen zu großen Erdaushub zu bekommen, und weil dort genügend Platz zur Verfügung steht. Man sieht, daß dieser waagerechte Auslauf zwar einen besonderen Krümmer mit seinem Verlust bedingt, aber dafür das Wasser in der Abströmrichtung abführt. Bei kleinen Fallhöhen setzt man die Turbine sogar über den Oberwasserspiegel, um an Erdaushub zu sparen (Abb. 31a). Bei dieser *Heberturbine* wird auch die Einlaßschütze überflüssig, weil

die Inbetriebsetzung durch Entlüftung der Heberkammer, das Abstellen durch deren Belüftung erfolgt.

Bei der Wasserturbine ist also das Saugrohr für die Gesamtwirtschaftlichkeit sehr wichtig, und man versteht, warum es *als Bestandteil der Turbine* betrachtet wird (s. S. 10ff.), während bei der Pumpe

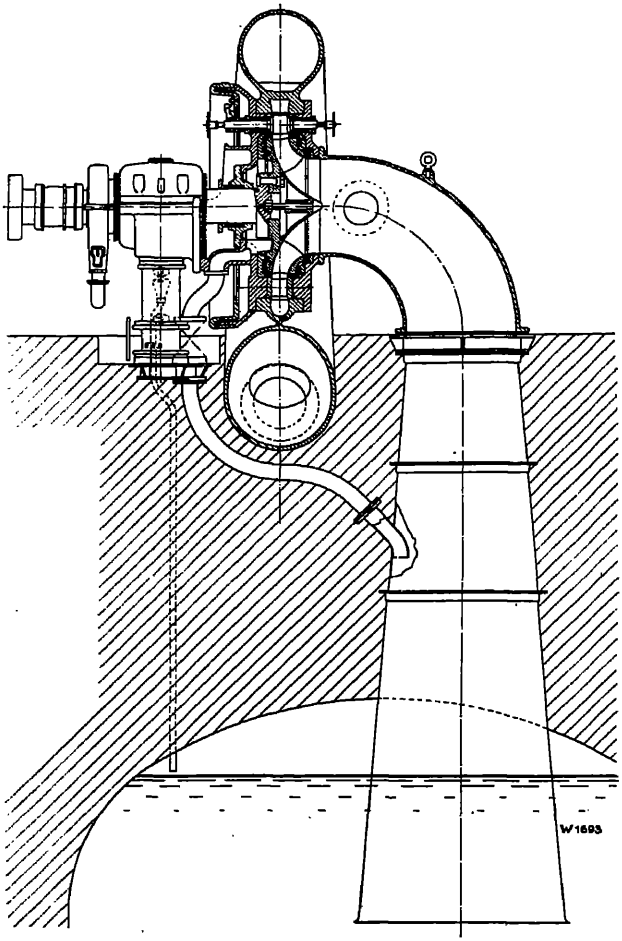


Abb. 31. FRANCIS-Turbine (Langsamläufer) mit geradem Saugrohr (Escher Wyss.).

das Saugrohr keinen Anteil an der Energieumsetzung hat und deshalb nicht zur Maschine rechnet.

Der Rückgewinn im erweiterten Saugrohr abzüglich Reibungsverluste betrage das k_g-fache der Auslaßenergie $c_0^2/2g$. Er wird in folgender Weise zerlegt [*I*, *1*]

$$k_g \frac{c_0^2}{2g} = k_m \frac{c_{0m}^2}{2g} + k_u \frac{c_{0u}^2}{2g} \qquad (14, 1)$$

mit $k_m = 0{,}6$ bis $0{,}9$ $\qquad k_u = 0$ bis $0{,}1$.

Wegen dieses Rückgewinns gehört also das Saugrohr zur Turbine. Das saugseitige Ende der Maschine, auf das wir — wie bei der Pumpe —

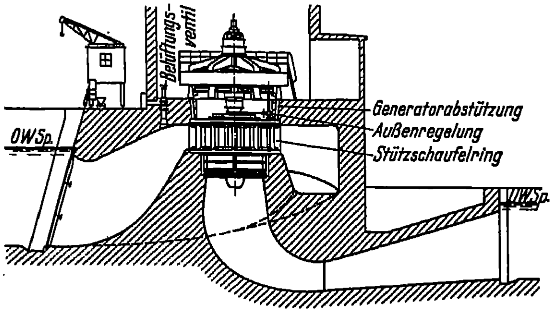


Abb. 31 a Anlage einer KAPLAN-Turbine oder FRANCIS-Turbine als Heberturbine (Neckarkraftwerk Gundelsheim).

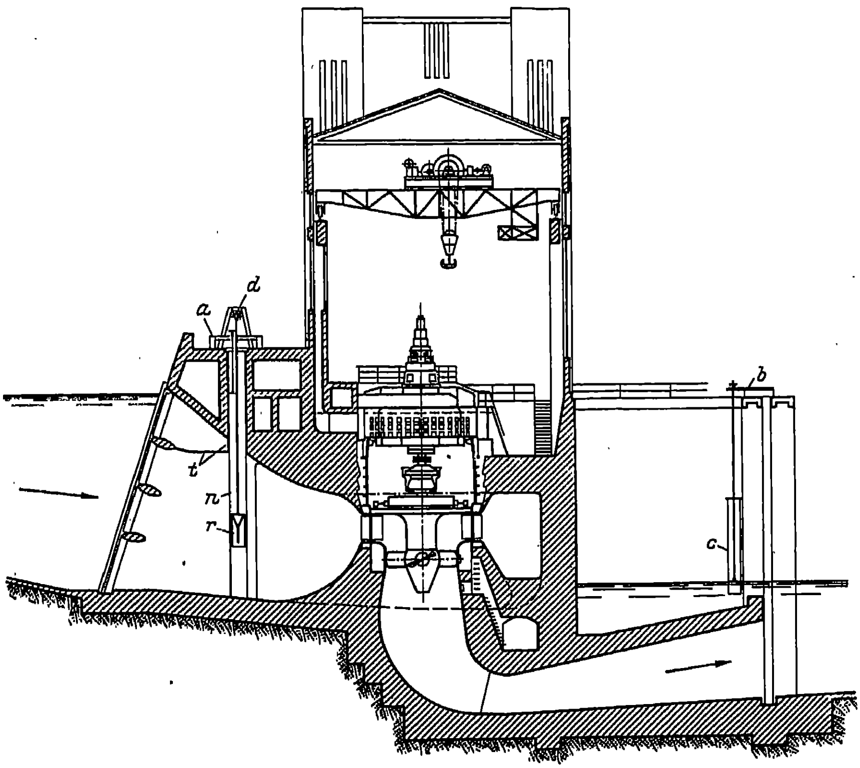


Abb. 31 b. Wasserkraftanlage für 11 250 kVA.
$H = 8 \div 13$ m, $V_{1/1} = 24 \div 30$ m³/s, $n = 125$/min.

den Haltedruck Δh beziehen und an dem wir die gesamte Saughöhe H_s' gemäß Abschn. 13 zu messen haben, liegt also am Saugrohrende. Dort ist auch der Anschluß für den saugseitigen Druckmesser zu denken

in der Weise, daß das Instrument nach wie vor in Höhe des Ortes der Kavitation liegt und durch eine wassergefüllte Meßleitung mit dem Unterwasser verbunden ist. Dann zeigt es als gesamte Saughöhe einfach den Höhenunterschied ($H_s' = e_s'$) an. Diesen senkrechten Abstand e_s' müssen wir sinngemäß auf den höchsten Punkt a_1 der Saugkante der Schaufel beziehen (Abb. 29).

Also ist nach (13, 6)

$$\Delta h = A - H_t - (e_s')_{\max} \tag{14, 2}$$

und

$$\sigma = \frac{A - H_t - (e_s')_{\max}}{H}, \tag{14, 3}$$

worin A der kleinste vorkommende Barometerstand und H_t für die höchste Wassertemperatur zu wählen ist, z. B. $H_t \approx 0{,}20$ m für 20° C.

Es wird also jetzt der ganze Saugrohrrückgewinn in Δh hineingenommen und durch entsprechende Wahl von λ_2 in Gl. (12, 1) berücksichtigt. Dieser Wert λ_2 kann nur dann angenähert gleich bleiben, wenn eine gewisse geometrische Ähnlichkeit in der Form der Saugrohre vorliegt. Dies ist eine Forderung, die offenbar (wegen des gleichbleibenden Atmosphärendrucks) bei großen und kleinen Ausführungen kaum zu verwirklichen ist. Trotz der daraus sich ergebenden Schwankungen von λ_2 lassen sich die Rechnungen des Abschn. 12 mit befriedigendem Erfolg übertragen, wenn Folgendes beachtet wird:

Die Werte von λ_1 und λ_2 sind bei Turbinen kleiner als bei Pumpen, weil der Reibungseinfluß sich umkehrt und der Auslaßwert, d. h. der Betrag $c_0^2/2g$ nicht voll im Saugrohr zurückgewonnen wird, und zwar dürfte überschläglich λ_2 etwa auf 0,70 und λ_1 etwa auf 0,16 sich verringern. Dann liefert Gl. (12, 6) einen Bestwinkel $(\beta_{0a})_{\text{opt}} \approx 20°$. Die in Abb. 30a und 30b angegebenen Saugzahlen S_{opt} sind dann gemäß Gl. (12, 7) etwa mit 2,5 zu vervielfachen.

Es ist also wichtig, daran festzuhalten, *daß das gleiche Rad weit weniger empfindlich gegen Kavitation ist, wenn es als Turbine statt als Pumpe läuft.* Mit der Maschinengröße ändern sich jetzt infolge der Umkehrung des Reibungseinflusses die λ-Werte gleichsinnig mit dem Schaufelwirkungsgrad η_h, so daß *also große Turbinen mehr durch Kavitation gefährdet sind als kleine*, während für Pumpen oben das entgegengesetzte Verhalten abgeleitet wurde.

Die für $\alpha_{0a} = 90°$ geltende optimale Saugzahl der Pumpe muß also wesentlich vergrößert werden. Wir wollen diesen Wert in der Weise genauer festlegen, daß wir die heute gebräuchlichen Erfahrungswerte[1] heranziehen, die auch im Ausland anerkannt sind. Diese werden durch die Kavitationsempfindlichkeit σ ausgedrückt und auf voll eröffnete Leitschaufeln, also auf maximalen Wasserstrom $V_{1/1}$ bezogen (wobei senkrechter Austritt nicht mehr besteht, sondern nach S. 185f. ein Gegendrall auftritt). Zur Kennzeichnung dieses Umstandes ist deshalb in den folgenden beiden Tabellen das Verhältnis $V/V_{1/1}$ angegeben

[1] Vgl. [*IV, 14 Bd. II, 27. Aufl. S. 672*] oder [*I, 4 S.* 37].

(über dessen Bestimmung noch S. 143ff. Näheres gesagt ist). Auch die zugrunde gelegten Wirkungsgrade sind zur Umrechnung von n_s auf n_q nach Gl. (11, 7) beigefügt.

Tabelle 1. *σ-Werte für Francis-Turbinen.*

	Erfahrungs-Werte						
$(n_s)_{1/1}$	50	80	100	200	300	400	450
$(n_q)_{1/1}$	15,6	24,6	30,2	60,2	90,5	120,5	135,8
σ	0,03	0,045	0,05	0,11	0,20	0,35	0,46
$V/V_{1/1}$	0,81	0,82	0,83	0,85	0,87	0,90	0,91
$\eta_{1/1}$	0,78	0,80	0,82	0,83	0,83	0,83	0,83

Tabelle 2. *σ-Werte für Kaplan-Turbinen mit verstellbaren Leit- und Laufschaufeln.*

	Erfahrungs-Werte			
$(n_s)_{1/1}$	450 — 500	550 — 600	650 — 700	700 — 800
$(n_q)_{1/1}$	135,5 — 150,8	164,5 — 179,5	195 — 210	208 — 238
σ*	0,4 — 0,45	0,6 — 0,65	0,85	1,05
$V/V_{1/1}$	0,92	0,94	0,96	0,97
z	7	6	5	4
$\eta_{1/1}$	0,83	0,84	0,84	0,85

* Der Wert $V/V_{1/1}$ bezieht sich hier auf Räder mit festen Laufschaufeln (Propellerturbinen). z bedeutet die Zahl der Laufschaufeln.

Rechnet man hieraus rückwärts mittels Gl. (12, 10) die Saugzahl

$$S = \left(\frac{n_q}{100}\right)^2 \frac{1}{k\,\sigma^{3/2}}, \tag{14, 4}$$

so ergibt sich für Tabelle 1, also die FRANCIS-Turbine, wobei die Nabe im Fall fliegender Radanordnung nicht in den Saugmund vorgreift und somit $k \approx 1$ ist,

$$S_{1/1} = 4{,}7 \quad 6{,}35 \quad 8{,}18 \quad 10{,}0 \quad 9{,}18 \quad 7{,}02 \quad 5{,}9$$

und für Tabelle 2, also die KAPLAN-Turbine, wobei die Nabe zur Unterbringung des Stellzeugs der Laufräder fast den halben Außendurchmesser des Laufrades haben muß und deshalb $k = 0{,}8$ am Platze ist,

$$S_{1/1} = 9{,}1 \text{ bis } 9{,}4 \quad 7{,}35 \text{ bis } 8{,}5 \quad 6{,}1 \text{ bis } 7{,}03 \quad 5{,}1 \text{ bis } 6{,}6 .$$

Wollte man diese für Maximallast geltenden Zahlen $S_{1/1}$ zur Beurteilung der Verhältnisse bei Normallast, also senkrechtem Austritt verwenden, so müßte man die Abnahme von n_q[1] und die Änderung von σ berücksichtigen. Diese Umrechnung würde dann S-Werte liefern, die wahrscheinlich etwas größer wären, weil der Gegendrall im Saugraum, welcher bei Überlast vorliegt und die Saugfähigkeit gemäß Linie b in Abb. 30b verschlechtert, verschwindet (Abb. 105). Da aber die Umrechnung der σ-Werte in zuverlässiger Weise nicht möglich ist, so

[1] Wobei $n_q = (n_q)_{1/1}\sqrt{V/V_{1/1}}$.

wollen wir die erhaltenen Zahlen begutachten in der Annahme, daß sie bei Normallast im ungefähr gleichen Verhältnis zueinander liegen.

Die Saugzahlen sind wie erwartet wesentlich höher als bei Pumpen. Daß die Langsamläufer mit $(n_s)_{1/1} = 50$ und 80 eine kleinere Saugzahl haben als die anderen Räder, erklärt sich zwanglos daraus, daß hier die Saugkante der Schaufel nicht im axialen sondern im radialen Teil des Saugmundes, also auf vergrößertem Durchmesser und in der Krümmungszone liegt. Die ebenfalls kleinen S-Werte bei der schnelllaufenden FRANCIS-Turbine mit $(n_s)_{1/1} = 400$ bis 450 haben wahrscheinlich ihre Ursache darin, daß das Laufrad sich nach dem Saugmund hin konisch erweitert. Dieser Umstand bedingt eine Einschnürung der Meridianströmung im mittleren Bereich des Laufkanals (Abb. 51).

Beachtlich ist, daß die KAPLAN-Turbine bis etwa $(n_s)_{1/1} = 600$ vergleichsweise besser ist als dieser extreme Schnelläufer der FRANCIS-Turbine, was darauf hindeutet, daß die erwähnte Einschnürung des Wasserstromes, die bei der KAPLAN-Turbine fehlt, in erster Linie für die Verschlechterung verantwortlich zu machen ist. Daß die KAPLAN-Turbine höherer Schnelläufigkeit, bei welcher die Schaufeln weit auseinanderstehen, absinkende S-Werte liefert, beweist, daß hier größere λ_1-Werte Gültigkeit haben, wie man sie auch beim Umströmen des einzelnen Tragflügels beobachtet. Die Ergebnisse bestätigen also die bei der Pumpe gemachten Beobachtungen.

Man sieht, daß auch hier die Heranziehung der Saugzahl einen lehrreichen Aufschluß liefert.

Da die Praxis darauf angewiesen ist, bei der Beurteilung der Kavitationsgrenze der Wasserturbine den maximalen Durchfluß zugrunde zu legen, der am meisten gefährdet ist, so empfiehlt es sich, die oben errechneten Saugzahlen $S_{1/1}$ zu benutzen. Setzt man den Wert für Δh in Gl. (14, 2) ein, so erhält man als größtmögliche Saughöhe

$$(e_s')_{\max} = A - H_t - \left[\left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V_{1/1}}{k S_{1/1}}\right]^{2/3}. \tag{14, 5}$$

Benutzt man — wie bisher — die Kavitationsempfindlichkeit σ, so erhält man die einfachere Beziehung

$$(e_s')_{\max} = A - H_t - \sigma H, \tag{14, 6}$$

wobei aber die starke Abhängigkeit des Wertes σ von n_s zur Benutzung von Tabellen zwingt. Da die S-Werte sich nur wenig ändern und außerdem diese Änderung Vorgänge beleuchtet, die der Konstrukteur sowieso beachten muß, sich also leicht dem Gedächtnis einprägen, so dürfte eine Umstellung auf die erst erwähnte Rechnungsart zu empfehlen sein. Dabei gewinnt man auch den Vorteil, jederzeit den Vergleich mit der Pumpe zu haben, deren geringere Saugzahl auf ihre vergrößerte Gefährdung durch Kavitation hinweist.

Man muß aber noch Folgendes beachten: Die Abnahme der λ-Werte, insbesondere die Unvollkommenheit des Rückgewinns der Übergeschwindigkeiten am Profil hat ein stärkeres Hervortreten des Einflusses der Schaufelform zur Folge (der bisher absichtlich nicht beachtet

wurde, damit die Saugzahl als Güteziffer für die Beurteilung der Maßnahmen des Herstellers zu verwenden ist). Dies ist besonders wichtig für die KAPLAN-Turbine, bei welcher die Profile nach der Nabe hin viel stärker belastet sind als am äußeren Umfang (S. 290) und Ungleichmäßigkeiten der Beaufschlagung längs der Schaufel auftreten. Deshalb tritt (nach Mitteilung der Firma J. M. Voith, Heidenheim) bei der KAPLAN-Turbine die Kavitation zuerst in Nabennähe auf (wenn man von Spaltkavitation absieht) und setzt schon vor der Profilmitte ein. An der Verwendbarkeit der Saugzahl ändert sich dadurch jedoch nichts.

Radaustritt mit Drall.

Die aus Abb. 30b ersichtliche Gesetzmäßigkeit gilt auch für die Turbine, wenn die Verkleinerung der λ-Werte beachtet wird. Dabei spielt eine besondere Rolle, daß die Umfangskomponente c_{0u} nach Gl. (14,1) nur in geringem Maße zurückgewonnen wird, also in Gl. (12,1) $\lambda_2 \frac{c_0^2}{2g}$ auf $\lambda_2' \frac{c_{0m}^2}{2g} + \lambda_2'' \frac{c_{0u}^2}{2g}$ aufzuteilen und λ_2'' erheblich kleiner als λ_2' zu wählen wäre. Es ergibt sich aber nach wie vor, daß ein Gleichdrall im Saugmund des Rades Vorteile bietet, der auch vielfach dem Entwurf des Rades, d. h. dem stoßfreien Eintritt zugrunde gelegt wird.

Betrachtet man die gleiche Turbine bei verschiedenen Belastungen wie in Abschn. 30 (S. 185 ff.), so liegt im Saugmund bei Teillast stets Gleichdrall, bei Überlast stets Gegendrall vor (Abb. 104). Im Hinblick auf den Verlauf der Linie b in Abb. 30b ist daraus zu schließen, daß die Turbine durch Kavitation bei Überlast am meisten gefährdet ist. Auch bei Leerlauf würde eine solche Gefährdung vorliegen, wenn die Umfangskomponente c_{0u} im Saugrohr besser in Druck umgesetzt würde, als es tatsächlich der Fall ist.

15. Überschallgrenze bei Verdichtern[1].

Schon in der Einleitung von Abschn. 12 (S. 64) ist ausgesprochen, daß bei der verzögerten Gasströmung die Überschallgeschwindigkeit zum Verdichtungsstoß und deshalb zum gleichen Wirkungsgradabfall führt wie die Kavitation in der Wasserströmung. Also müssen die Gasgeschwindigkeiten im Verdichter möglichst unter der Schallgeschwindigkeit bleiben.

In der Turbine für Dampf und Gas ist Überschall weit weniger nachteilig, weil im Mittel Beschleunigung der Strömung vorliegt. Örtliche Verlangsamungen treten trotzdem beim Umströmen von Schaufelanfängen, in Kanalkrümmungen und überhaupt im Bereich jeder Wand (Grenzschicht) auf, sind aber von beschränkter Ausdehnung. Immerhin ist eine Verschlechterung die Folge, so daß auch hier Schallgeschwindigkeits-Nähe möglichst vermieden wird (s. S. 339 ff.). Wir werden in diesem Abschnitt aber diese Frage nur für den Verdichter behandeln.

[1] PFLEIDERER, C.: Z. VDI Bd. 92 (1950) S. 129/33.

Während bei Kavitation der vorhandene Druck mit dem Dampfdruck verglichen werden mußte, ist jetzt in gleicher Weise das Verhältnis der Geschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit wichtig. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls beträgt

$$a = \sqrt{g\,\varkappa\,P v} = \sqrt{g\,\varkappa\,R\,T}\,, \qquad (15,1)$$

worin $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ die Fallbeschleunigung, $\varkappa = c_p/c_v$ der Adiabatenexponent, P der Druck in $\mathrm{kg/m^2}$, v das spezifische Volumen in $\mathrm{m^3/kg}$, R die Gaskonstante in mkg/kg grd, T die absolute Temperatur in °K. Für trockene Luft ergibt sich mit $R = 29{,}27$ mkg/kg grd, $\varkappa = 1{,}4$

$$a = 20{,}02\sqrt{T}\,, \qquad (15,2)$$

für mittelfeuchte Luft etwa

$$a = 20{,}2\sqrt{T}\,. \qquad (15,3)$$

Bei der Verlangsamung von Gasen treten aber neben dem Verdichtungsstoß noch weitere zusätzliche Verluste auf, die wir uns klar machen wollen, indem wir die Verlustziffer ζ der Strömung im erweiterten Rohr (bezogen auf die Adiabate) betrachten[1] und in Abhängigkeit der MACH-Zahl Ma (als des Verhältnisses der Geschwindigkeit c_{I} im engsten Querschnitt zur Schallgeschwindigkeit) auftragen (Abb. 31c). Diese MACH-Zahl bedingt gleichzeitig eine bestimmte REYNOLDSsche Zahl $Re = c_{\mathrm{I}} d_{\mathrm{I}}/\nu = Ma \cdot a\, d_{\mathrm{I}}/\nu$, die ebenfalls eingetragen ist. Bei dem betrachteten Versuch hat der Diffusor Kreisquerschnitt und einen Erweiterungswinkel von 14°. Der erhaltene Verlauf von ζ läßt folgendes erkennen:

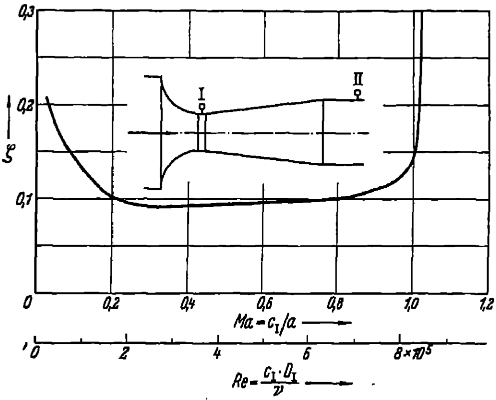


Abb. 31c. Verlustziffer ζ der verlangsamten Strömung in Abhängigkeit der (auf Zuströmgeschwindigkeit bezogenen) MACH-Zahl.

1. Im Bereich kleiner MACH- oder Re-Zahlen fällt die Verlustziffer ζ stark ab, um bei $Ma \approx 0{,}3$ bzw. $Re \approx 2{,}5 \cdot 10^5$ ein Minimum von rund 0,1 zu erreichen. Dieser Abfall ist darauf zurückzuführen, daß die starke Erweiterung von 14° bei kleinem Re zur Bildung von Toträumen führt, die mit wachsendem Re allmählich verschwinden, weil die Geschwindigkeitsunterschiede im Einlauf des Diffusors sich verringern.

2. Der anschließende stetige Anstieg bis $Ma \approx 0{,}9$ ist hauptsächlich durch die beginnende Dichteänderung bedingt. Zunächst verursacht die Aufheizung des Gases infolge der Reibungswärme eine zusätzliche Verdichtungsarbeit (S. 20/21). Im besonderen wird aber die Verlangsamung verstärkt, indem die wirksame Querschnittsabnahme auf das $1/(1-Ma^2)$-fache der wirklichen vergrößert wird [*III*, *1* S. 74]. Dieser Verstärkung der wirksamen Erweiterung ist es im Hinblick auf den großen ausgeführten Kegelwinkel des Diffusors von 14° zuzuschreiben, daß Ablösungen der Strömung und damit zusätzliche Verluste eintreten.

3. Bei $Ma > 0{,}9$ steigen die Verluste plötzlich stark an. Offenbar wird an Stellen mit Wandkrümmung, also am Eintritt des Erweiterungsteiles, die Überschallgrenze bei der gewählten Versuchsanordnung jetzt schon überschritten, wobei im anschließenden Erweiterungskanal zunächst die Expansion weitergeht. Da-

[1] Nach Versuchen in dem vom Verfasser geleiteten Institut.

durch ist nicht nur eine doppelte Geschwindigkeitsumsetzung bedingt, sondern ein verlustbringender Verdichtungsstoß ist überhaupt erst möglich (weil kleine Verdichtungsstöße keine größeren Verluste bringen als die stetige Verlangsamung).

Die unter 1. und 2. erwähnten Einwirkungen haben mit dem Verdichtungsstoß nichts zu tun. Betrachten wir die unter 2. erwähnten Einflüsse, welche den Wiederanstieg der Verluste verursachen, näher, so ist zu sagen, daß die Aufheizung durch die Reibungswärme nur in Erscheinung tritt, weil ein endlicher Druckanstieg $p_{II} - p_I$ vorliegt. Er verschwindet also mit $p_{II} = p_I$. Diese Verlustarbeit hat ferner mit der Zahl der Stufen, also letzten Endes mit der MACH-Zahl nichts zu tun. Nur der Ablösungsverlust infolge Zunahme der wirksamen Erweiterung ist von der MACH-Zahl abhängig und darf bei der Wahl der MACH-Zahl in Betracht gezogen werden. Dieser Verlustanteil ist bei dem erwähnten Versuch nicht beträchtlich und kann durch Wahl mäßiger Kanalerweiterungen unterdrückt werden. — *Wesentlich ist die Feststellung, daß der Bestwert des Wirkungsgrades eines Verdichters stets weit unterhalb der Überschallgrenze erreicht wird.* Dieses vorzeitige Absinken des Wirkungsgrades ist unvermeidlich. (Es steht im Gegensatz zu dem Verhalten bei Kavitation, wo der Wirkungsgrad bis zum Eintritt der Hohlraumbildung entweder unverändert bleibt oder sogar kurz vor dem Abfall noch einmal ansteigt.) Es zeigt, daß es richtig sein kann, bei der Auslegung des Verdichters genügend weit von der Überschallgrenze wegzubleiben.

Es gibt aber Fälle, in denen man sich mit der zusätzlichen Abnahme des Wirkungsgrades, welche durch die verstärkte Verlangsamung bedingt ist, abfinden und bis an die Überschallgrenze gehen muß. Mit der Bestimmung dieser Grenze wollen wir uns hier befassen.

Die Stelle größter Geschwindigkeit im Verdichter ist meist die gleiche, die im Fall der Wasserströmung durch Kavitation gefährdet ist. Die Analogie mit den Kavitationserscheinungen gilt im weiten Bereich. Wenn man bedenkt, daß a proportional zur Wurzel aus der absoluten Temperatur ist und dort, wo der Druck gestiegen ist, auch die Temperatur angewachsen ist, so erkennt man, daß örtliche Geschwindigkeits-Steigerungen im Bereich gesteigerter Drücke fast ebenso selten zur Schallgeschwindigkeits-Nähe führen, wie im Fall der Wasserförderung zur Kavitation. Dabei muß allerdings beachtet bleiben, daß die Temperatur nicht so rasch steigt wie der Druck und deshalb in den oberen Druckzonen kaum Kavitation, aber doch MACH-Zahlen größer als 1 auftreten können. Überschall tritt also fast stets zuerst in der Relativströmung des Laufradeintritts, also kurz hinter der Saugkante $a_1\, i_1$ auf, und zwar ist der äußerste Punkt a_1 dieser Kante am meisten gefährdet (Abb. 29).

Zur Berechnung der Größtgeschwindigkeit w_{max} hinter dem Radeinlauf kann man die Beziehung benutzen

$$(w_{max})^2 = (1 + \lambda)\, w_{0a}^2, \qquad (15, 4)$$

worin das Fußzeichen 0 sich auf eine Stelle kurz vor den Schaufeln bezieht, w_{0a} ist also wieder die relative Zuströmgeschwindigkeit im Punkt a_1. Die Zahl λ ist ebenso zu beurteilen wie λ_1 in Gl. (12, 1), die bei Pumpen im Mittel gleich 0,3 genommen wurde. Wir werden sie hier etwas kleiner, nämlich zwischen 0,2 und 0,3 wählen. Versuche[1] zeigen, daß diese Werte zulässig sind. Bei Axialverdichtern besonders *weiter Schaufelteilung* sind auch hier höhere Werte am Platz.

Die Verwendung eines etwas kleineren Wertes λ wie bei Wasserförderung rechtfertigt sich durch das Fehlen von Materialzerstörungen, obwohl die am Ort der Übergeschwindigkeit eintretende Volumen-

[1] PFLEIDERER, C.: Z. VDI Bd. 92 (1950) S. 406/7.

ausdehnung den Geschwindigkeitsanstieg vergrößert. Letzterer Unterschied ist aber beim Anströmen von Schaufeln oder Tragflügeln gering und kann deshalb vernachlässigt werden[1]. Beim Axialverdichter, der gegen Überschall besonders empfindlich ist und für den die folgenden Rechnungen erhöhte Wichtigkeit besitzen, hat die Profilform einen großen Einfluß auf den zulässigen Wert λ. Versuche am Einzelprofil [*V*, *32*, Nr. 4 und *V*, *29*] ergaben große Schwankungen des *kritischen* Wertes von w_{0a}/a (bei dessen Überschreitung der Profilwiderstand stark ansteigt) je nach Lage und Größe der größten Dicke und der Form der Wölbung. Der Konstrukteur muß hier das Profil sorgfältig nach den S. 257f. und 279f. angegebenen Gesichtspunkten auswählen, wenn die angegebenen λ-Werte nicht überschritten werden sollen.

Beim Radialverdichter ist die Abhängigkeit vom Profil weniger ausgeprägt und überhaupt die Gefahr der Überschreitung der Überschallgrenze viel geringer, obwohl der Schaufelanfang oft auf einem größeren Durchmesser als dem des Saugrohres liegt, so daß auch hier Erhöhungen von λ auftreten können.

Die Geschwindigkeit w_{0a} liegt bei Radialrädern kleiner spezifischer Drehzahl meist unter der Überschallgrenze. Sie wird häufig übertroffen durch die absolute Austrittsgeschwindigkeit aus dem Laufrad. Diese ist aber begünstigt nicht nur durch die oben erwähnte Temperaturerhöhung, sondern häufig auch dadurch, daß das Leitrad durch den Leitring (s. S. 228ff.) ersetzt ist oder Leitschaufeln erst in so großem Abstand vom Laufradaustritt folgen, daß Schallgeschwindigkeit nicht mehr besteht. Außerdem verursacht ein Verdichtungsstoß hinter dem Laufrad nicht unbedingt größere Verluste als die stetige Verlangsamung im Kanal[2]. *Beim schaufellosen Ringraum fehlt er überhaupt.*

Bei Axialverdichtern sind Leitschaufeln allerdings nicht zu entbehren. Sie sind hier aber unbedenklich, sofern der Reaktionsgrad $\mathfrak{r} > {}^1/_2$, weil dann nach Abb. 136 die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_3 aus dem Laufrad kleiner als die relative Eintrittsgeschwindigkeit w_0 ist. Im Fall $\mathfrak{r} < {}^1/_2$, der aber bei Verdichtern selten vorkommt (nur beim Schichtgebläse, S. 266, das aber stets unterhalb der Schallgrenze arbeitet), ist $c_3 > w_0$ und deshalb der Eintritt ins Leitrad maßgebend, sofern keine nennenswerte Temperaturzunahme eingetreten ist. Der Fall $\mathfrak{r} = {}^1/_2$ stellt ein Optimum dar, weil hier $w_0 = c_3$ den bei gegebenem $\Delta c_u = c_{3u} - c_{0u}$ kleinstmöglichen Wert hat und also auch die Überschallgefahr am kleinsten ist (Abb. 136).

Wir legen im Folgenden stets den weitaus häufigsten Fall zugrunde, daß Überschall zuerst an der Saugkante des Laufrades eintritt.

Unsere Betrachtung wird sich also wie bei Kavitation auf den äußersten Punkt a_1 der Saugkante $a_1\,i_1$ beziehen (Abb. 29), weil dort nach dem Gesagten in der Relativströmung zuerst Überschall zu erwarten ist. Weil nur der Punkt a_1 interessiert, so gelten unsere Untersuchungen gleichzeitig für das Axialrad, wobei $D_s = D_2 = 2\,r_a$ ist.

---

[1] Lamla, E.: Jahrb. d. dtsch. Luftfahrtf. 1939, I S. 165; 1940, I S. 26.
[2] Betz, A.: Z. VDI Bd. 92 (1950) S. 201.

An der Überschallgrenze ist $w_{\max}$ gleich der Schallgeschwindigkeit a, so daß Gl. (15, 4) lautet

$$a^2 = (1 + \lambda)\,(w_{0a})^2_{krit}. \tag{15, 5}$$

$(w_{0a})_{krit}$ ist die sich dann einstellende „kritische" Zulaufgeschwindigkeit. Der Vergleich zwischen Gl. (12, 1) und (15, 5) zeigt, daß wir die Ableitungen aus Gl. (12, 1), also alle Gleichungen des Abschn. 12 auch für die Bestimmung der Überschallgrenze benutzen können, wenn wir setzen

$$a^2 \text{ statt } 2g\Delta h, \qquad 1+\lambda \text{ statt } \lambda_1, \qquad 0 \text{ statt } \lambda_2, \tag{15, 6}$$

so daß also Gl. (12, 1) als eine Verallgemeinerung von Gl. (15, 4) bzw. (15, 5) betrachtet wird. Zunächst müssen wir aber berücksichtigen, daß der Volumenstrom V sich bei Gasströmung im Ansaugbereich ändert.

Dichteänderung im Radeinlauf.

Die absolute Geschwindigkeit der Zuströmung zum Rad steigt vom Ansaugeraum aus auf den Betrag c_0. Diesem Anstieg entspricht nach Bernoulli eine Drucksenkung und damit eine Erhöhung des Volumenstromes V, gemessen in m^3/s. Wir gehen vom Volumen des Ruhezustandes aus, den wir durch das Fußzeichen g kennzeichnen. Dann ist der Volumenstrom an der Saugkante [*III, 1, S. 73*]

$$V_0 = V_g\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{c_0}{a}\right)^2\right]. \tag{15, 7}$$

In dieser Näherungsbeziehung nimmt man im Bereich bis $c_0/a = 0{,}5$ für a den auf den Ruhezustand bezogenen Wert, der sich aus Gl. (15, 1) bis Gl. (15, 3) mit $T = T_g$ errechnet. Für Mach-Zahlen $c_0/a > 0{,}5$ ist die Genauigkeit bis $c_0/a = 0{,}9$ ebenfalls gut[1], wenn man für a die sog. kritische Geschwindigkeit

$$c_{kr} = \sqrt{2\,g\,\frac{\varkappa}{\varkappa+1}\;R\,T_g}, \tag{15, 8}$$

also für Luft

$$c_{kr} = 18{,}3\,\sqrt{T_g} \tag{15, 9}$$

nimmt, die bei der verlustlosen Expansion aus dem Zustand V_g heraus beim sog. kritischen Druckverhältnis (also z. B. im engsten Querschnitt einer Lavaldüse) erreicht würde.

Gl. (15, 7) ist nicht ohne weiteres auswertbar, weil c_0 aus Kontinuitätsgründen wieder von V_0 abhängt.

a) Senkrechter Radeintritt, $\alpha_0 = 90°$. Hier ist $c_0 = V_0/k\,\frac{\pi}{4}D_s^2$, wo k die Nabenverengung gemäß Gl. (12, 3) berücksichtigt. Setzt man in diesen Ausdruck den Wert von D_s aus Gl. (12, 4), die wir jetzt schreiben

$$D_s = \sqrt[3]{\frac{240\,V_0}{\pi^2\,k\,n\,\operatorname{tg}\beta_{0a}}}, \tag{15, 10}$$

ein und geht damit in (15, 7) über, so erhält man folgende Beziehung zwischen V_0 und V_g

$$\frac{V_g}{a^2}\left(\frac{n}{30}\,\frac{\operatorname{tg}\beta_{0a}}{\sqrt{k/\pi}}\right)^{4/3}\,V_0^{2/3} - 2\,V_0 + 2\,V_g = 0. \tag{15, 11}$$

[1] Vgl. [*III, 1 Abb. 303 S. 446*]. Dort ist die obige Näherungsbeziehung mit der genauen Rechnung verglichen.

Die Auflösung dieser Gleichung[1] liefert folgenden Wert für die verhältnismäßige Volumenzunahme:

$$\frac{V_0 - V_g}{V_0} = \frac{3}{2} B^{1/3} \left[\left(\sqrt{1+B} + 1\right)^{1/3} - \left(\sqrt{1+B} - 1\right)^{1/3} \right], \quad (15, 12)$$

wenn zur Abkürzung gesetzt wird

$$B \equiv \frac{1}{54} \left(\frac{\pi}{30^2} \frac{n^2 V_g}{k a^3} \right)^2 \operatorname{tg}^4 \beta_{0a}. \quad (15, 13)$$

Da praktisch nur Winkel $\beta_{0a} < 45°$ in Frage kommen, ist B so klein, daß es gegenüber 1 vernachlässigt werden kann. Dann schreibt sich Gl. (15, 12)

$$\frac{V_g}{V_0} = 1 - 3 \left(\frac{B}{4} \right)^{1/3}. \quad (15, 14)$$

Die Anwendung dieser Ergebnisse setzt voraus, daß Winkel β_{0a} und Drehzahl n bekannt sind. Beide Werte müssen aber mit Rücksicht auf möglichste Vermeidung der Überschallgeschwindigkeit gewählt werden.

Diese Umrechnung von V_g auf V_0 oder umgekehrt ist wichtig, weil c_0/a bis auf 0,6 ansteigen kann, wobei nach Gl. (15, 7) $V_0 = 1{,}18\, V_g$. Dieser Zuschlag von 18 % ist beachtlich. (Bei dem unter b) behandelten Eintritt mit Drall kann c_0/a über 0,6 ansteigen.)

Wir übernehmen nun weiter die in Abschn. 12 abgeleiteten Beziehungen mit den in (15, 6) angegebenen Substitutionen und erhalten statt Gl. (12, 7)

$$\frac{n^2 V_0}{k a^3} = \frac{30^2}{\pi (1 + \lambda)^{3/2}} \sin \beta_{0a} \cos^2 \beta_{0a}. \quad (15, 15)$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist dimensionslos. Sie kann als ein Maß für die Steigerungsfähigkeit der Drehzahl im Unterschallgebiet betrachtet werden. Bei gegebener Bauart, also bestimmter spezifischer Drehzahl $n_q = n \sqrt{V_0}/H^{3/4}$ ist

$$n^2 V_0/k a^3 = n_q^2 H^{3/2}/k a^3,$$

kennzeichnet also auch die erreichbare Förderhöhe. Wir nennen diesen Wert die „Schallziffer", deren Aufbau und Bedeutung offenbar der Saugzahl S (s. S. 67ff.) entspricht. Ihr Verlauf ist in Abb. 32 in Abhängigkeit von β_{0a} für $\lambda = 0{,}25$ dargestellt. Das Maximum liegt — wie sich ohne weiteres durch Nullsetzung des Differentialquotienten der rechten Seite von Gl. (15,15) oder aus Gl. (12, 6) ergibt — bei der Zuströmungsrichtung

$$\operatorname{tg} \beta_{0a} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}708 \text{ entspr. } (\beta_{0a})_{\text{krit}} = 35°20', \quad (15, 16)$$

---

[1] Man substituiert $V_0^{1/3} = 1/x$ und erhält aus Gl. (15, 11) mit der Einführung von B aus Gl. (15, 13)

$$2\, V_g x^3 + 3\, (2\, B\, V_g)^{1/3} x - 2 = 0.$$

Die reelle Wurzel dieser Gleichung lautet

$$x = \frac{1}{(2\, V_g)^{1/3}} \left[(\sqrt{1+B} + 1)^{1/3} - (\sqrt{1+B} - 1)^{1/3} \right].$$

Wird dieser Wert in den Ausdruck $V_g/V_0 = V_g x^3$ eingesetzt und das so entstehende kubische Binom aufgelöst, so erhält man Gl. (15, 12).

welcher Wert also von λ unabhängig ist. (Dies erklärt sich leicht daraus, daß das Verfahren auf die Bestimmung der Stelle des kleinstmöglichen w_{0a} hinausläuft). $\operatorname{tg}\beta_{0a}$ stellt gleichzeitig die Lieferziffer $\varphi = c_0/u_{1a}$ dar.

Der mit Gl. (15, 16) erhaltene Winkel β_{0a} trifft im vorliegenden Fall nicht genau zu. Bei Beurteilung dieses Ergebnisses müssen wir nämlich bedenken, daß nicht V_0, sondern V_g fest vorgeschrieben ist und V_0 sich in Abhängigkeit von β_{0a} gemäß Gl. (15, 12) oder Gl. (15, 14) ändert, so daß sich auch das Optimum verschiebt. Wir verfolgen

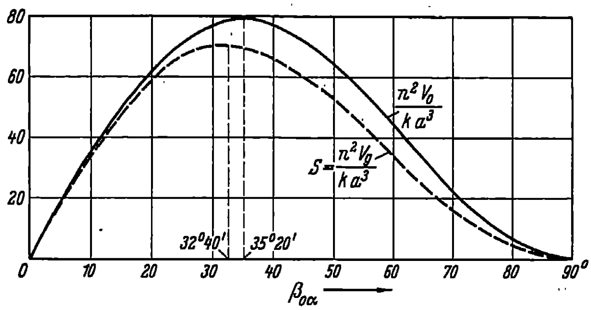


Abb. 32. Darstellung der Überschallgrenze in Abhängigkeit des Zuströmwinkels β_{0a}, *a* ohne, *b* mit Berücksichtigung der Dichteänderung.

diesen Einfluß, indem wir in die sich aus Gl. (15, 11) ergebende Beziehung zwischen V_g und V_0

$$V_g = \frac{V_0}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{n^2 V_0}{k a^3}\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{\pi}{30^2} \operatorname{tg}^2 \beta_{0a}\right)^{2/3}} \tag{15, 17}$$

den Wert von V_0 aus Gl. (15, 15) einsetzen und erhalten

$$\frac{n^2 V_g}{k a^3} = \frac{30^2}{\pi(1+\lambda)^{3/2}} \cdot \frac{\sin\beta_{0a}\cos^2\beta_{0a}}{1 + \frac{1}{2(1+\lambda)}\sin^2\beta_{0a}}. \tag{15, 18}$$

Der Verlauf dieser auf den Gesamtdruck bezogenen „*Schallziffer*“ $S = \frac{n^2 V_g}{k a^3}$ ist mit $\lambda = 0{,}25$ ebenfalls in Abb. 32 (gestrichelte Linie) eingetragen. Die gegenseitige Lage der beiden Kurven gibt ein Bild vom Einfluß der Dichteabnahme am Einlauf. Die Höchstwerte betragen für $\lambda = 0{,}25$

$$\frac{n^2 V_g}{k a^3} = 70{,}3; \quad \frac{n^2 V_0}{k a^3} = 79{,}3. \tag{15, 19}$$

Der Optimalwert hat sich offenbar nach links verschoben und liegt — wie sich durch Nullsetzen der Ableitung der rechten Seite von Gl. (15, 18) nach β_{0a} ergibt — bei

$$\operatorname{tg}(\beta_{0a})_{\text{opt}} = \frac{1}{2}\left[\left(1 + 16\cdot\frac{1+\lambda}{3+2\lambda}\right)^{1/2} - 1\right]^{1/2}. \tag{15, 20}$$

Daraus errechnet sich im Bereich zwischen $\lambda = 0{,}2$ und $0{,}4$

$$(\beta_{0a})_{\text{opt}} = 32°10' \text{ bis } 32°30',$$

so daß dieser Optimalwert praktisch ebenfalls von λ unabhängig ist. Erst mit $\lambda = \infty$ erhält man wieder den für raumbeständige Flüssigkeit geltenden Winkel der Gl. (15, 16). Zu beachten ist, daß dieser Winkel nur am äußeren Umfang des Einlaufs vorhanden ist und sich nach innen größere Werte ergeben.

Hiernach ist festzustellen, daß die Rücksicht auf Schallgeschwindigkeitsnähe etwa den doppelten Anfangswinkel der Schaufel fordert als die Rücksicht auf Kavitation bei Wasserförderung.

Die für den praktischen Gebrauch maßgebliche Schallziffer $S = n^2 V_s/ka^3$, die sich aus Gl. (15, 18) ergibt oder aus der gestrichelten Kurve von Abb. 32 ohne weiteres ablesen läßt, kennzeichnet die Verwendbarkeit des Verdichters im Unterschallbereich besser als der auf den Förderstrom V_0 bezogene Wert $n^2 V_0/ka^3$. Dabei beachten wir, daß niedrige k-Werte, also nach Gl. (12, 4) große Nabendurchmesser diesen Bereich herabsetzen.

Die Stufenförderhöhe $\varDelta H$ spielt (ebenso wie bei Kavitation) keine Rolle, weil sie keinen Einfluß auf w_{max} und damit auf die Schallgeschwindigkeitsnähe hat. (Man könnte, ähnlich wie S. 68 eine „Überschallempfindlichkeit" $\sigma = a^2/2g\,\varDelta H$ bilden, die aber keinerlei Vorteile bietet.) Jedoch bedingt $\varDelta H$ die Radform und die Umfangsgeschwindigkeit u_2, also den Wirkungsgrad und die Beanspruchung durch Fliehkräfte.

Von Interesse sind noch die an der Überschallgrenze gültigen Werte von u_{1a} und c_0, die wir durch ihre MACH-Zahlen angeben.

Da nach G. (15,5)

$$\left(\frac{w_{0a}}{a}\right)_{krit} = \frac{1}{(1+\lambda)^{1/2}}, \qquad (15, 21)$$

so ergibt sich

$$\left(\frac{u_{1a}}{a}\right)_{krit} = \frac{\cos\beta_{0a}}{(1+\lambda)^{1/2}}, \quad \left(\frac{c_0}{a}\right)_{krit} = \frac{\sin\beta_{0a}}{(1+\lambda)^{1/2}}. \qquad (15, 22)$$

Beispielsweise liefern der Optimalwinkel $\beta_{0a} = 32°10'$ und $\lambda = 0{,}25$ die Werte

$$\left(\frac{w_{0a}}{a}\right)_{krit} = 0{,}894, \quad \left(\frac{u_{1a}}{a}\right)_{krit} = 0{,}758, \quad \left(\frac{c_0}{a}\right)_{krit} = 0{,}476.$$

Bei anderen λ-Werten ändern sich diese Zahlen proportional zu $(1+\lambda)^{-1/2}$.

Bei Radialrädern dürfte meist nicht die Rücksicht auf Überschall, sondern auf Festigkeit die obere Grenze der Umfangsgeschwindigkeit u_2, also auch der Förderhöhe, bedingen. Hier ist ferner zu beachten, daß alle vorstehenden Ableitungen unter der Annahme gemacht worden sind, daß die Eintrittskante an der Außenwand des axialen Saugmundes beginnt, d. h. $D_{1a} = D_s$ ist. Im Fall einfach gekrümmte und eingenietete Schaufeln verwendet sind, wird häufig D_{1a} etwas größer als D_s sein. Dann muß für die Schallziffer ein entsprechend kleinerer Wert eingesetzt werden.

Beim Axialverdichter ist offenbar $D_s = D_{1a} = D_a = 2\,r_a$.

Zahlenbeispiel 1. Ein mehrstufiger Axialverdichter einer Gasturbine ist für $V_s = 36000\ m^3/h = 10\ m^3/s$ zu berechnen. Nimmt man den

Optimalwinkel $\beta_{0a} = 32°10'$, so wird nach Abb. 32 oder Gl. (15, 19) mit $\lambda = 0{,}25$ der kritische Wert $S = n^2\, V_0/k\, a^3 = 70{,}3$. Dieser Betrag setzt sorgfältige Profilierung der Schaufel (S. 257f.) voraus. (Bei durchschnittlicher Güte der Ausführung empfiehlt es sich, kleinere Schallziffern von etwa 50 einzuhalten.) Im vorliegenden Fall sollen günstige Verhältnisse angenommen und $S = 68$ gewählt werden. Die erste Stufe habe ein Schaufelverhältnis $b/r_a = {}^1/_3$ (wo $b = r_a - r_i$ = radiale Schaufellänge), so daß $k = 1 - (2/3)^2 = 0{,}556$. Ist ferner $a = 330$ m/s, so wird

$$n = \sqrt{\frac{68 \cdot 0{,}556 \cdot 330^3}{10}} = 11\,650 \text{ U/min},$$

oder $\qquad \omega = \pi\, n/30 = 1220/\text{s}.$

Aus Gl. (15, 13) folgt $B = 1{,}67 \cdot 10^{-4}$ und damit aus Gl. (15, 14) $V_0/V_0 = 0{,}896$, also $V_0 = 11{,}2$ m³/s. Nunmehr ergibt sich aus Gl. (15, 10) $D_s = 2\, r_a = 0{,}404$ m, also die Schaufellänge zu $r_a - r_i = r_a/3 = 67{,}3$ mm. Daraus folgt die Spitzengeschwindigkeit der Schaufeln mit $u_{1a} = u_a = r_a\, \omega = 246$ m/s und die Absolutgeschwindigkeit am Radeintritt $c_0 = u_{1a} \operatorname{tg} \beta_{0a} = 155$ m/s.

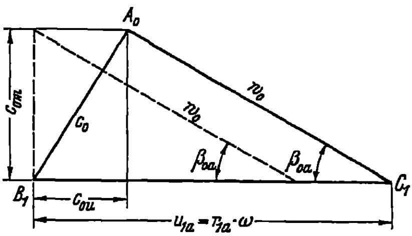


Abb. 32a. Zwei Eintrittsdreiecke gleicher Schallgeschwindigkeitsnähe.

b) Radeintritt mit Drall. Entscheidet man sich für die Verwendung eines (positiven oder negativen) Eintrittsdralls $K_0 = r\, c_{0u}$ (Abb. 32a), so kann eine Nachprüfung in folgender Weise geschehen.

V_0 vergrößert sich infolge des Hinzukommens der Umfangskomponente c_{0u} zu dem bisher betrachteten c_0, das jetzt gleich c_{0m} ist, also infolge eines zusätzlichen Druckabfalls in dem alsdann erforderlichen Eintrittsleitrad.

Da c_{0u} sich mit r ändert, betrachten wir die Zunahme des Volumenstromes für ein Radienelement dr:

$$d V_{0K} = d V_0 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{c_{0u}}{a}\right)^2\right] = 2\, r\, \pi\, dr\, c_{0m} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{K_0}{a r}\right)^2\right].$$

Nehmen wir c_{0m} über r konstant an, so ist eine drehungsfreie Strömung nur im Gleichgewicht, wenn auch K_0 konstant ist (s. S. 248f.). Die Durchführung der Integration zwischen den Grenzen d_n und D_s ergibt also

$$V_{0K} = V_0 + \pi\, c_{0m} \left(\frac{K_0}{a}\right)^2 \ln \frac{D_s}{d_n}. \qquad (15, 23)$$

Bei erheblicher Korrektur ist diese Rechnung mit entsprechend erhöhtem c_{0m} zu wiederholen. Der Einfluß des Druckabfalls durch die Reibung in den Eintrittsleitschaufeln ist in diesem Ausdruck nicht enthalten.

Die Schallgeschwindigkeitsnähe verändert sich zwar stark, aber das Verfahren bleibt bestehen, wie folgende Betrachtung zeigt:

Führt man die Bestimmung des Optimalwinkels β_{0a} jetzt unter der Annahme durch, daß an der Schaufelkante im Punkte a_1 eine Umfangskomponente c_{0u} vorhanden ist und diese durch die schon in Abschnitt 12 (S. 68 ff.) eingeführte relative Drallziffer

$$\delta_r = 1 - \frac{c_{0u}}{u_{1a}} \tag{15, 23a}$$

gekennzeichnet wird, so kommt man wieder zu Gl. (12, 15)

$$D_s = \sqrt[3]{\frac{240\, V_0}{\pi^2 k\, n\, \delta_r \operatorname{tg} \beta_{0a}}} \tag{15, 24}$$

und im Einklang mit Gl. (12, 16) zu

$$\frac{\delta_r^2 n^2 V_0}{k\, a^3} = \frac{30^2}{\pi (1+\lambda)^{3/2}} \cos^2 \beta_{0a} \sin \beta_{0a}. \tag{15, 25}$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite dieser Gleichung ist derselbe, wie in Gl. (15, 15). Nur auf der linken Seite ist $\delta_r n$ an die Stelle von n getreten, so daß also einfach die Drehzahl proportional zu $1/\delta_r$ zu ändern ist.

Demnach führt die weitere Untersuchung zum gleichen Optimalwinkel $\beta_{0a} = 35°20'$, falls die Volumenänderung vernachlässigt wird, und deshalb auch annähernd zum gleichen Optimalwinkel, wenn man die Volumenänderung berücksichtigt, nämlich 32°10'. Letzterer dürfte sich nur unwesentlich dadurch verkleinern, daß sich die Volumenzunahme um den oben in Gl. (15, 23) angegebenen Betrag verstärkt. Der allgemeine Ausdruck für die Schallziffer lautet nach Gl. (15, 25)

$$S = \frac{\delta_r^2 n^2 V_0}{k\, a^3}. \tag{15, 26}$$

Für diese *erweiterte Schallziffer* gilt der in Abb. 32 angegebene Verlauf von $n^2 V/k\, a^3$ unverändert.

Da $\delta_r \lesseqgtr 1$, je nachdem $K_0 = \frac{\text{positiv}}{\text{negativ}}$, d. h. je nachdem $\frac{\text{Gleichdrall}}{\text{Gegendrall}}$ vorliegt, so nimmt also an der Überschallgrenze die Drehzahl entsprechend zu oder ab. Dies ist ohne weiteres verständlich, wenn man bedenkt, daß anderenfalls w_{0a} $\frac{\text{abnehmen}}{\text{zunehmen}}$ würde. Das Geschwindigkeitsdreieck des Eintritts $A_0 B_1 C_1$, Abb. 32a, liegt dann gegenüber dem (gestrichelt gezeichneten) Dreieck des senkrechten Eintritts so, daß w_{0a}, ferner die Meridiankomponente c_{0m} und damit auch (wenn man von der kleinen Zunahme von V_0 absieht) die Raddurchmesser bestehen bleiben. Im übrigen ist der Rechnungsgang sinngemäß der gleiche wie bei Eintritt ohne Drall.

Zahlenbeispiel 2. Der oben für senkrechten Eintritt ausgelegte Axialverdichter soll eine Zuströmung mit einem Gleichdrall K_0 erhalten, der im äußersten Punkt a_1 der Eintrittskante ein Verhältnis $c_{0u}/u = 0{,}2$, also $\delta_r = 0{,}8$ bringt.

Die damalige Drehzahl von 11 650 U/min kann bei gleicher Schallgeschwindigkeitsnähe erhöht werden auf 11650/0,8 = 14560 U/min; ($\omega = 1522$). Wird diese Drehzahl und ebenso der Optimalwinkel $\beta_{0a} = 32°10'$ verwendet, so bleiben (wenn zunächst die zu erwartende kleine Vergrößerung von V_0 außer acht gelassen wird) die Raddurchmesser bestehen, also $D_s = D_a = 404$ mm, so daß $u_{1a} = 0{,}202\,\omega = 308$ m/s, $c_{0u} = 0{,}2\,u_{1a} = 61{,}6$ m/s, womit $K_0 = r_a c_{0u} = 0{,}202 \cdot 61{,}6 = 12{,}43$ m²/s. Nach Gl. (15, 23) vergrößert sich der Volumenstrom infolge des vergrößerten Druckabfalls in erster Annäherung auf

$$V_{0K} = 11{,}2 + \pi\, 155 \left(\frac{12{,}43}{330}\right)^2 \ln 1{,}5 = 11{,}2 + 0{,}282 = 11{,}48\,\text{m}^3/\text{s}.$$

Der erhaltene geringe Zuschlag von 2,5 %, der allerdings durch die Reibung in den Eintritts-Leitkanälen noch etwas erhöht wird, macht eine Wiederholung der Rechnung überflüssig. Immerhin hat dieser Zuschlag zur Folge, daß entweder die Durchmesser oder die Winkel β_{0a} entsprechend vergrößert werden müssen.

In Anbetracht der Kleinheit dieser Winkeländerung kann das Schaufelprofil im äußeren Zylinderschnitt praktisch gleich demjenigen genommen werden, das für senkrechten Eintritt vorgesehen war (während sich in den anderen Zylinderschnitten die Profile ändern). Aus der Hauptgleichung folgt, daß dann trotz des Gleichdralls die Stufenförderhöhe proportional zu n sich vergrößert, weil die Umlenkwirkung des Profils, also $w_{0u} - w_{3u} = c_{3u} - c_{0u}$ unverändert bleibt.

c) Ergänzende Bemerkungen. Die vorstehenden Betrachtungen zeigen, daß beim Verdichter hohen Förderdruckes der Radeintritt mit einem der Raddrehung gleichsinnigen Drall (Gleichdrall) wesentlich günstiger ist als der senkrechte Eintritt. Nach späteren Überlegungen (S. 244) ist beim *Axialverdichter* dieser Gleichdrall am günstigsten in Verbindung mit einem Reaktionsgrad von 50 %, der somit stark bevorzugt wird.

Beim *Radialverdichter* sind jedoch nur mäßige Abweichungen vom senkrechten Eintritt am Platz, damit nicht $c_3 > w_0$ wird, also der Ort des Überschalls an den Leitradeintritt wandert. Dieser Gesichtspunkt ist allerdings nur im Fall der Anordnung des Austrittsleitrades dicht am Laufradumfang wichtig.

Bei langen Axialschaufeln kann man nach S. 245ff. einen großen Eintrittsdrall längs der Eintrittskante häufig nicht konstant (also die Strömung nicht drehungsfrei) halten, damit die Schaufel nicht zu stark verwunden wird. Die Benutzung von Gl. (15,23) ist dann trotzdem möglich, wenn für K_0 ein Mittelwert eingesetzt wird.

Die *wichtigsten Ergebnisse* dieses Abschnitts sind:

1. daß auch die Rücksicht auf den Verdichtungsstoß die Anwendung bestimmter Winkel β_{0a} an der Saugkante des Rades fordert, die fast doppelt so groß sind wie bei Kavitation;

2. daß der an der Grenze des Überschalls gültige Wert S nach Gl.(15,26) eine Kennziffer zur Beurteilung der in der Hand des Herstellers liegenden Maßnahmen zur Vermeidung des Überschalls ist (ebenso wie die Saugzahl S hinsichtlich Kavitation). In ihrer Größe kommt der

jeweils erzielte λ-Wert zum Ausdruck, falls der Optimalwinkel β_{0a} ungefähr eingehalten wird.

d) Gegenüberstellung der Kenngrößen.

Kavitation. Haltedruck

$$\Delta h = A - H_t - (H'_s)_{\max}$$

Kavitationsempfindlichkeit

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{A - H_t - (H'_s)_{\max}}{H}$$

Überschall. Zulässiger Bereich der Geschwindigkeitshöhe

$$\Delta h = \frac{a^2}{2g}$$

Überschallempfindlichkeit

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{a}{2\,g\,H_{\text{stufe}}} = \left(\frac{a}{C}\right)^2$$

abhängig von n_q und Sorgfalt des Herstellers

Saugzahl

$$S = \left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V}{k\,\Delta h^{3/2}}$$

Schallziffer

$$S = (\delta_r\, n)^2 \frac{V_a}{k\, a^3}$$

nur abhängig von Sorgfalt des Herstellers.

16. Einlaufziffer ε bzw. Auslaßwert ε^2 und Strömungswinkel β_0 an der Saugkante.

Wir betrachten wieder wie in Abb. 29 ein Radialrad mit in den axialen Saugmund vorgezogener Laufschaufel.

In Abschnitt 12 bis 15 ist festgestellt worden, daß hinsichtlich des Strömungswinkels β_{0a} im Punkt a_1 der Saugkante bestimmte Optimalwerte bestehen. Man müßte also eigentlich diesen Winkel β_{0a} der Relativströmung vorschreiben und daraus D_s mittels Gl. (12, 15) oder (15, 24) berechnen. Es ist aber besonders für den Anfänger anschaulicher, bei der Rechnung von der Absolutgeschwindigkeit c_0 bzw. ihrer Komponente c_{0m} an dieser Stelle auszugehen. Für diese benutzt man dimensionslose Zahlen und zwar bei der Pumpe die *Einlaufziffer*

$$\varepsilon = c_{0m}/\sqrt{2gH}, \tag{16, 1}$$

bei der Turbine den *Auslaßwert*

$$\varepsilon^2 = c_{0m}^2/2gH. \tag{16, 2}$$

Zwischen ε und dem Schaufelwinkel, den wir durch β_{0a} kennzeichnen wollen, besteht ein einfacher Zusammenhang, den wir zunächst ableiten. Dabei wollen wir den allgemeinen Fall zugrunde legen, daß c_0 beliebig schräg zu u_{1a} gerichtet, also im Saugmund ein Drall entsprechend einer Umfangskomponente c_{0u} im Punkte a_1 (Abb. 32a) vorhanden sei. Diese Umfangskomponente kennzeichnen wir wieder (s. S. 68 u. 90) durch die *relative Drallziffer*

$$\delta_r \equiv 1 - \frac{c_{0u}}{u_{1a}}. \tag{16, 3}$$

Im Regelfall der Drallfreiheit ist offenbar $\delta_r = 1$. Da nun

$$\varepsilon = \frac{c_{0m}}{\sqrt{2gH}} = \frac{u_{1a} - c_{0u}}{\sqrt{2gH}} \operatorname{tg}\beta_{0a} = \frac{\delta_r u_{1a}}{\sqrt{2gH}} \operatorname{tg}\beta_{0a},$$

worin
$$u_{1a} = \frac{\pi D_s n}{60},$$

so ergibt sich, wenn für D_s der Wert aus (12, 15) eingeführt wird,

$$\varepsilon = \frac{\pi}{60 \cdot \sqrt{2g}} \delta_r \operatorname{tg} \beta_{0a} \sqrt[3]{\frac{240}{\pi^2 k \delta_r \operatorname{tg} \beta_{0a}} \frac{n^2 V}{H^{3/2}}}.$$

Hierin ist $\frac{n^2 V}{H^{3/2}} = n_q^2$. Faßt man die Zahlenwerte mit $g = 9{,}81$ m/s^2 zusammen, so ergibt sich

$$\varepsilon = 0{,}0341 \left(\frac{\delta_r n_q}{\sqrt{k}} \operatorname{tg} \beta_{0a}\right)^{2/3} \tag{16, 4}$$

oder
$$\varepsilon^2 = 1{,}17 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\delta_r n_q}{\sqrt{k}} \operatorname{tg} \beta_{0a}\right)^{4/3}. \tag{16, 4a}$$

Bei Drallfreiheit, d. h. $\alpha_0 = 90°$, ist hierin $\delta_r = 1$. Im allgemeinen empfiehlt es sich bei praktischen Rechnungen, die vorstehenden allgemeinen Gleichungen zu benutzen. Dies ist insbesondere bei Axialrädern notwendig, weil dort die Nabenverengung k in weiten Grenzen sich ändert.

Will man statt β_{0a} den ausgeführten Schaufelwinkel β_{1a} einführen, so kann man genügend genau $\operatorname{tg} \beta_{0a} = \frac{1}{\xi_1} \operatorname{tg} \beta_{1a}$ setzen, wobei $\xi_1 = \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$ die Querschnittsverengung durch die endliche Schaufeldicke berücksichtigt. Man erhält dann

$$\varepsilon = 0{,}0341 \left(\frac{\delta_r n_q}{\xi_1 \sqrt{k}} \operatorname{tg} \beta_{1a}\right)^{2/3}. \tag{16, 5}$$

Bei Radialrädern für Pumpen ist im Mittel $k = 0{,}8$ und $\xi_1 = 1{,}15$, also mit $\delta_r = 1$

$$\varepsilon = 0{,}0336\,(n_q \operatorname{tg} \beta_{1a})^{2/3}. \tag{16, 6}$$

Hiernach ist durch Annahme von ε auch über den Schaufelwinkel β_{1a} verfügt, weil n_q in jedem Einzelfall festliegt. Je größer β_{1a}, um so größer ist ε. Da aber der Winkel β_{1a} sich nur in engen Grenzen ändern kann, *so wächst ε mit wachsender Schnelläufigkeit sehr rasch. Dies erklärt die schon* S. 75/76 *festgestellte Tatsache, daß schnelläufige Turbinen einen sehr großen Auslaßwert haben.*

Da lediglich der Winkel $\beta_{1a} \approx \beta_{0a}$, also lediglich die Schaufelabmessungen an der Saugkante die Geschwindigkeit c_{0m} bedingen, so ist tatsächlich H ohne Einfluß. Trotzdem ist die Benutzung von ε, also von Gl. (16, 1) oder (16, 2) bei vorgeschriebener Radform gerechtfertigt, weil hier c_{0m} tatsächlich proportional zu $\sqrt{H}$ ist.

Die optimale Größe des Winkels β_{0a} kann durch die Rücksicht auf Kavitation (optimale Saugfähigkeit) bzw. Schallgeschwindigkeit oder durch die Rücksicht auf Reibungsverluste bedingt sein. In Abschn. 13 bis 15 ist nachgewiesen, daß die Rücksicht auf Kavitation kleine, die

Rücksicht auf Schallgeschwindigkeit große Winkel β_{0a} fordert, und zwar sind in letzterem Fall die Werte etwa doppelt so groß wie bei Kavitation. Die Rücksicht auf Kleinhaltung der Reibung dürfte ähnlich große Winkelwerte wie für die Schallgrenze bedingen, weil hier w_{0a} ein Minimum ist.

Sofern also die Rückgewinnung der mit diesen großen ε-Werten verbundenen großen c_m ohne erhebliche Verluste erfolgt und auf Kavitation keine Rücksicht zu nehmen ist, sind *bei allen Strömungsmaschinen große saugseitige Schaufelwinkel* $\beta_{0a} \approx$ *32 bzw. 35° und also auch große Lieferziffern* $\varphi = \frac{c_{0m}}{u_{1a}} = \delta_r \operatorname{tg} \beta_{0a}$ *anzuwenden*. Dadurch wird auch eine Verkleinerung der Abmessungen erzielt.

Da bei Wasserströmung meist die Rücksicht auf Saugfähigkeit und beim Verdichter hoher Umfangsgeschwindigkeit die Rücksicht auf Überschall maßgebend ist, so sind bei Wasserförderung kleine β_{1a} am Platze, die im Einklang stehen mit den in Abschn. 10 geforderten, ebenfalls kleinen β_2, und beim Verdichter etwa die doppelten β_{1a}, die ebenfalls im Einklang stehen mit den in Abschn. 10 geforderten großen Winkeln β_2 an der Druckkante der Schaufel.

Nimmt man deshalb die Grenzwerte von β_{1a} bei **Pumpen** und **Verdichtern** sehr weit, zu $\beta_{1a} = 15°$ und 40°, so wird nach Gl. (16, 6)

$$\varepsilon = (1{,}32 \text{ bis } 2{,}99)\, 10^{-2}\, n_q^{2/3} \qquad (16, 7)$$

oder in anderer Schreibweise

$$\varepsilon = (0{,}28 \text{ bis } 0{,}64)\, (n_q/100)^{2/3}, \qquad (16, 8)$$

wobei der untere Bereich den Wasserpumpen, der obere Bereich den Verdichtern vorbehalten bleibt.

Diese Beziehungen gelten für alle Räder mit in den Einlauf vorgezogener Saugkante, deren äußerster Punkt a_1 im zylindrischen Teil des Saugmundes liegt. Bei den Langsamläufern mit $n_q < 30$ wandert dieser Punkt jedoch auf größeren Halbmesser (Abb. 26). Dann kann man auf die Abhängigkeit von n_q verzichten und setzen

$$\varepsilon = 0{,}1 \text{ bis } 0{,}3, \qquad (16, 9)$$

wobei die unteren Werte wieder für Wasserförderung, die oberen für Luftförderung gelten.

Bei **Turbinen** gelten diese allgemeinen Ableitungen unverändert, insbesondere Gl. (16, 4) bis (16, 5). Bei Dampf als Energieträger wird fast nur das Axialrad verwendet, wobei die Schaufeln der einzelnen Stufen im Vergleich zum Halbmesser meist viel kürzer sind als beim Propeller und k in weiten Grenzen sich bewegt. Das gleiche gilt für den axialen Verdichter. Hier weicht auch die relative Drallziffer δ_r unter Umständen erheblich vom Wert 1 ab.

Bei Wasser als Energieträger sind in der Turbine die Radformen im wesentlichen die gleichen wie bei den Kreiselpumpen. Ebenso ist im Berechnungspunkt $\delta_r = 1$. Berechnet man aus den in der Lite-

ratur[1] angegebenen Ziffern $\varepsilon^2 = \zeta_a$ mittels Gl. (16, 4a) rückwärts die Winkel β_{0a}, so findet man folgende Werte, wenn man $\delta_r = 1$ und bei den FRANCIS-Turbinen (wie S. 79) $k = 1$, bei den KAPLAN-Turbinen $k = 0{,}8$ setzt:

Tabelle 3. *Auslaßwerte von Francis- und Kaplan-Turbinen.*

	FRANCIS-Turbinen								KAPLAN-Turbinen	
n_s	70	93,3	140,8	188,8	237,2	286,1	336,0	386,5	592	797
n_q	20,8	27,6	41,4	55,5	69,7	84,1	103,0	114,2	174	234
ε^2	0,032	0,032	0,048	0,072	0,096	0,112	0,136	0,152	0,331	0,486
β_{0a} in Graden	30	23,5	21,3	21,5	21,3	19,9	18,9	18,6	19,4	19,2

Man sieht, daß im mittleren Bereich zwischen $n_s \approx 100$ bis 300 der Schaufelwinkel β_{0a} fast durchweg gleich etwa 20° gehalten wird. Nur beim extremen Langsamläufer ist er größer. Dies ist auf den bereits erwähnten Umstand zurückzuführen, daß hier die Schaufelkante schon im radialen Bereich der Strömung endigt. Dann liegt sie auf vergrößertem Halbmesser, so daß das wirkliche β_{0a} kleiner ist als das oben berechnete. Ferner besteht sonst die Gefahr, daß bei schwacher Teillast der Drall im Saugraum und damit auch die Drucksenkung nach der Drehachse hin zu groß wird. In diesen Bereichen mit $n_q < 30$ rechnet man (ebenso wie oben bei Pumpen) mit einem unveränderten ε^2, nämich mit

$$\varepsilon^2 \approx 0{,}032. \qquad (16, 10)$$

Die Verkleinerung von β_{0a} bei den extremen Schnelläufern dürfte darin begründet sein, daß hier der Auslaßwert ε^2 sehr hoch ist und die Wirtschaftlichkeit der Turbine ausschlaggebend beeinflußt. Durch die Herabsetzung wird berücksichtigt, daß die Umsetzung im Saugrohr sich nicht verlustlos vollzieht. Außerdem ist die hohe Überlastbarkeit der KAPLAN-Turbine nur dann zu verwirklichen, wenn bei Normallast der Auslaßwert ε^2 entsprechend gesenkt wird.

Schlußbemerkung. Hinsichtlich des Optimums des Wirkungsgrades wollen wir im Auge behalten, daß auch bei Wasserströmung, dort wo Kavitation nicht zu befürchten ist, große Winkel $\beta_{0a} > 20°$ kleinere Reibungsverluste versprechen als die durch Kavitation bedingten Winkel von etwa 20°, *sofern die Rückgewinnung der entsprechend vergrößerten Auslaßgeschwindigkeit mit gutem Wirkungsgrad erfolgt* (wie das etwa bei den Zwischenstufen mehrstufiger Axialmaschinen möglich ist). Der große Winkel β_{0a} gibt außerdem den Vorteil einer Verkleinerung der Abmessungen, weil nicht bloß die Lieferziffer, sondern (wegen des gleichzeitigen Anwachsens von β_2) auch die Druckziffer (mindestens bei axialer Beaufschlagung) vergrößert wird.

[1] Nach [*I*, *4 S. 37*]; dabei ist zu beachten, daß dort $c_1^2/2gH$ statt $c_0^2/2gH$ für $\zeta_a = \varepsilon^2$ angegeben ist. Bei der Umrechnung ist mit $\frac{t_1}{t_1-\sigma_1} = 1{,}12$ gerechnet.

B. Entwurf des Laufrades.

17. Festigkeit und Formgebung von Welle und Laufrad.

a) **Welle.** Die angenäherte Festlegung der Bohrung für die Welle geht — mindestens beim Radialrad — der Schaufelberechnung voraus. Bei dieser vorläufigen Bestimmung begnügt man sich mit der Zugrundelegung einer Drehungsbeanspruchung τ_{zul}, die dann entsprechend niedrig zu wählen ist. Auf Grund des Drehmomentes M_d bzw. der Wellenleistung N in PS

$$N = M_d\,\omega = \frac{GH}{75}\,\eta^{\mp 1},$$

worin $G = \gamma V$ der Gewichtsstrom in kg/s, ergibt sich der Wellendurchmesser

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi}\,\frac{M_d}{\tau_{zul}}} = 71\sqrt[3]{\frac{N}{n\,\tau_{zul}}}\ |\text{cm}|. \tag{17, 1}$$

Dort wo die Rücksicht auf Formänderung der Welle, insbesondere die kritische Drehzahl wichtig ist, muß diese Bestimmung nachgeholt [*III, 1 und IV, 9*] und τ_{zul} besonders vorsichtig bemessen werden. Bei Turbinen ist noch zu beachten, daß nach Abschn. 29a das Drehmoment mit fallender Drehzahl stark ansteigt. Hier ist ferner die größte Steuer-Eröffnung maßgebend, also $N = N_{1/1}$ zu setzen. Bei Pumpen nimmt man sinngemäß für N den bei der vorliegenden Drehzahl auftretenden Größtwert, der aber nicht beim größten Förderstrom zu liegen braucht (s. S. 177 und Abb. 110).

Im Mittel kann gewählt werden:
Bei *einstufigen* Turbinen und Pumpen $\tau_{zul} = 210$ kg/cm² entsprechend

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{N}{n}}\ |\text{cm}|. \tag{17, 2}$$

Bei *mehrstufigen* Maschinen, deren Lagerabstand größer ist, und bei denen deshalb die Gefahr unzulässiger Nachgiebigkeit der Welle besteht, nimmt man $\tau_{zul.}$ kleiner bis herab zu 120 kg/cm², so daß also d sich zwischen

$$d = 12 \text{ bis } 14{,}4\sqrt[3]{\frac{N}{n}}\ |\text{cm}| \tag{17, 3}$$

bewegt, wachsend mit der Zahl der Stufen.

Zu beachten ist, daß *beim gleichen Rad* N mit n^3 wächst, also der Wellendurchmesser d mit $n^{2/3}$ oder $H^{1/3}$ ansteigt. Auf die vorläufige Rechnung muß nach vollendetem Entwurf des Läufers die Bestimmung der resultierenden Beanspruchung sowie der Formänderung (Verdrehung oder Durchbiegung) und insbesondere *der kritischen Drehzahl* folgen,

Lange Wellen, die bei vielen Stufen (z. B. Kesselspeisung, Druckluftezeugung, Eingehäuse-Kondensationsturbinen) nötig sind, kommen bei dieser Rechnung unter Umständen auf so tiefliegende kritische Drehzahlen 1. Ordnung, daß sie überkritisch laufen müssen.

b) Laufrad Die Laufschaufeln werden durch Fliehkräfte und den Strömungsdruck beansprucht. Die Beanspruchung durch Fliehkräfte überwiegt bei gasförmigen Energieträgern. Der Strömungsdruck, der in erster Linie das übertragene Drehmoment hervorruft, ist für die Beanspruchung des Radkörpers nur bei flüssigen Energieträgern und auch hier nur bei den schnelläufigen Typen von Bedeutung, und zwar ist die Beanspruchung um so größer, je höher die spezifische Drehzahl. Der Ort der größten Beanspruchung liegt an der Einspannstelle zwischen Schaufel und tragender Wand. Diese Ecke ist deshalb gut abzurunden, wenn Schaufel und Rad aus einem Stück gegossen werden, wie bei Wasserströmung der Fall ist. (Eingegossene Blechschaufeln sind in den Eingußflächen vorher gut zu reinigen und möglichst zu verzinnen.)

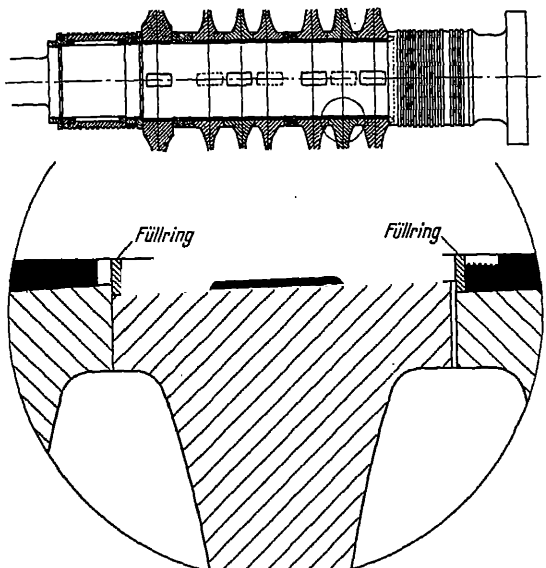


Abb. 33. Aufschrumpfen der Laufräder von Dampfturbinen auf geschlitzte Tragringe, Abziehen mittels des in der Büchse sichtbaren Muttergewindes.

Die größtzulässige Umfangsgeschwindigkeit eines Rades ist bei Wasserströmung jedoch in der Regel nicht durch die Festigkeit, sondern durch die (in Abschn. 12 bis 14 behandelte) Kavitation bedingt. Bei Gasströmung ist dagegen die Festigkeit maßgebend, sofern es sich um Turbinen für Dampf oder Gas handelt. Jedoch überwiegt beim Axialverdichter (gemäß Abschn. 44, c) die Rücksicht auf Überschall (s. S. 81 ff.).

Ausführungsformen der Radbefestigung finden sich in Abb. 31, S. 76, Abb. 51, 71 und Tafel I, S. 146 für Wasserströmung. Bei Gasströmung verlangen die hohen Umfangsgeschwindigkeiten zusammen mit der Übertemperatur des Radkörpers gegenüber der Welle eine Spannungsverbindung, die entweder durch warmes Aufziehen oder Eintreiben geschlitzter konischer Buchsen (Abb. 33 und 34) herbeigeführt wird. Die

Spannungsverbindung läßt sich vermeiden, wenn statt der glatten Wellen die Keilwelle (nach DIN 5462 und 5463) verwendet und für genaues Passen von Welle und Bohrung an den Flanken der Keile gesorgt wird.

Bei Wasserströmung genügt Schiebe- oder Festsitz in Verbindung mit Paßfedern.

Hier müssen aber bei großen Rädern Nabe und Kranz getrennt gegossen werden, um Gußspannungen zu vermeiden, weil die dicke Nabe später erkaltet als die dünneren Radwände. Ebenso werden die Abmessungen des Keils schließlich so groß, daß das Anziehen durch den Hammer nicht mehr möglich ist und deshalb die Verbindung mit der Welle durch Flansche und Schrauben geschehen muß, die dann möglichst eng zu setzen sind, damit ihr Durchmesser klein sein kann (Abb. 31).

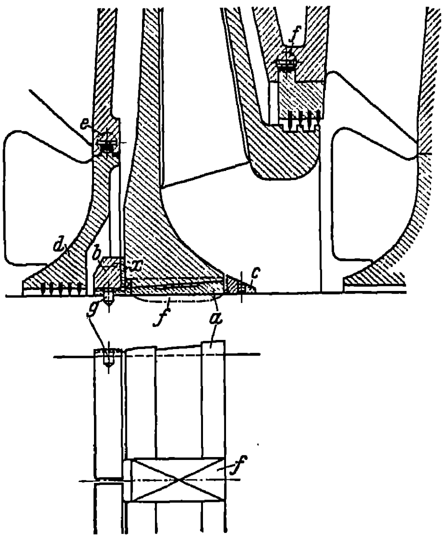


Abb. 34. Befestigung eines Gebläserades mittels geschlitzter, konischer Buchsen (A.E.G.).

Die *Formgebung der Radscheiben im Hinblick auf die Beanspruchung durch Fliehkräfte* schließt sich im ersten Entwurf an die Scheibe gleicher Festigkeit an, so daß also die axiale Dicke vom Umfang nach der Nabe hin wächst (Abb. 33 oder 58). Die endgültige Form muß den konstruktiven und fertigungstechnischen Bedingungen unter Beachtung der zusätzlichen Belastung durch die Schaufeln angepaßt und ihre Beanspruchung nach den einschlägigen Verfahren [*II*, *1*; *IV*, *9*; *III*, *1*] genau untersucht werden. Der Nabenquerschnitt ist symmetrisch zur Mittelfläche zu verteilen.

Beim *Radialrad* (Abb. 34 und 58) liegen 2 seitliche Scheiben vor, von denen die eine die Nabe enthält und durch diese versteift ist, während die andere durch die Saugöffnung geschwächt wird und dementsprechend trotz des am inneren Rand anzubringenden Versteifungswulstes höher beansprucht ist. Da sie sich also stärker dehnt, so müssen die Schaufelfliehkräfte von der anderen Scheibe getragen werden, was bei der Rechnung zu beachten ist [*III*, *1*; *III*, *10*]. Die biegende Wirkung infolge der konischen Form der Mittelfläche darf nicht unbeachtet bleiben, ebenso die Schwächung durch Nietlöcher eingenieteter Blechschaufeln.

Beim *Axialrad* (Abb. 164 S. 312) ist nur eine Scheibe vorhanden, die dazu noch symmetrisch ist. Die Schaufelfliehkräfte wirken ebenfalls meist symmetrisch zum Radquerschnitt, rufen also keine biegenden Momente hervor, so daß die Rechnung mit guter Sicherheit durchgeführt werden

kann, wenn auch der Einfluß von Temperaturänderungen innerhalb des Radkörpers berücksichtigt wird.

Bei allen Scheiben muß in Kauf genommen werden, daß die Tangentialspannungen maßgebend und in Nabennähe höher sind als am äußeren Rand. Dies wird aus dem Grund nicht als bedenklich angesehen, weil die sich dann einstellenden bleibenden Dehnungen den inneren, hoch beanspruchten Scheibenteil auf Kosten des äußeren entlasten. Es ist ja eine alte Erfahrung, daß umlaufende Scheiben wesentlich höhere Umfangsgeschwindigkeiten ertragen als auf Grund der Rechnung zulässig wäre[1]. Notwendig ist allerdings, daß die fertigen Räder bei Überdrehzahl ausgeschleudert werden, damit Fehlstellen erkannt werden.

Die Fliehkraftbeanspruchung der *Schaufeln* muß besonders an ihrer Befestigungsstelle untersucht werden, weil hier Biegungseinwirkung nicht zu vermeiden ist. Für die Radialschaufel vgl. S. 135 und Axialschaufel S. 260, 301f. Bei letzterer muß allgemein beachtet werden, daß die Schwerpunkte der Schaufelquerschnitte auf einer durch den Schwerpunkt der Anlagefläche des Schaufelfußes gehenden Achssenkrechten liegen.

Als zulässige Beanspruchung galt lange der 2,5-te Teil der Streckgrenze des Werkstoffes. Bei hohen Temperaturen, wie sie in den ersten Stufen von Dampf- oder Gasturbinen auftreten, ist die Abhängigkeit der Bruchspannung nicht bloß von der Temperatur sondern auch von der Dauer der Belastung, d. h. die *Zeitfestigkeit* zu berücksichtigen, die bei 300 h (Flugzeugtriebwerke) wesentlich größer als bei 100000 h (stationäre Anlagen) ist[2].

Zu der bisher betrachteten statischen Belastung tritt noch eine Beanspruchung durch Schwingungen [*IV, 9*; *V, 18*], deren Untersuchung besonders bei den Schaufeln notwendig ist [*V, 19*][3].

c) Umrechnungsregeln für Festigkeitsbeanspruchung durch Fliehkräfte bei geometrischer Ähnlichkeit (vgl. auch S. 206). Die Umrechnung der Beanspruchung durch Fliehkräfte läßt sich bei Gleichheit der POISSONschen Zahl m (= Verhältnis der Längsdehnung zur Querkontraktion) leicht beurteilen, weil an gleichgelegenen Punkten von Modell und Hauptausführung die dimensionslose Kennzahl $\sigma/\mu\, u^2$ den gleichen Wert hat. Darin ist σ die Beanspruchung an dem betrachteten Punkt, u die Umfangsgeschwindigkeit eines festen Bezugspunktes, am besten des Radumfanges, $\mu = \gamma/g$ die Dichte des Radmaterials.

Man kann dieses Gesetz auch folgendermaßen ausdrücken:

Für geometrisch ähnliche Räder ist die Beanspruchung an irgendeiner, z. B. der meistgefährdeten Stelle $\sigma = k\,\gamma\, u_2^2/2g$, wo der Beiwert k von der Radform abhängt, also bei Schaufelrädern als eine

---

[1] GRAMMEL, R.: Ingenieur-Archiv Bd. 16 (1947) S. 1—4.

[2] SIEGFRIED, W.: Schweiz. Bauztg. Bd. 68 (1950) S. 591f.

[3] Vgl. auch H. BERNHARD: Die Technik Bd. 3 (1948) S. 152—154. — G. KIRCHBERG und H. J. THOMAS: Konstruktion Bd. 3 (1951) S. 14ff.

Funktion der spezifischen Drehzahl angesehen werden kann und mit dieser wächst.

Geometrisch ähnliche Räder haben bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit in ähnlich gelegenen Punkten die gleiche Beanspruchung.

Bei gleichbleibender Umfangsgeschwindigkeit können sowohl die radialen als auch die axialen Abmessungen eines Rades (einschließlich Schaufeln) im beliebigen aber überall gleichen Verhältnis verändert werden, ohne daß die Anstrengung in ähnlich gelegenen Punkten sich verändert.

Zur Kennzeichnung der Festigkeit des Werkstoffes gegen Fliehkräfte läßt sich offenbar der Zahlenwert σ/γ benutzen, der die Dimension einer Länge hat. Ist σ hierin die Bruchspannung σ_{zB}, so erhält man die sog. „*Reißlänge*". Diese gibt die Länge des Drahtes aus dem vorliegenden Werkstoff an, dessen Eigengewicht den Drahtquerschnitt mit der Bruchspannung belastet. Sie kennzeichnet die Eignung des betreffenden Werkstoffes im Fall der Beanspruchung durch Trägheitskräfte der eigenen Masse.

Ihre Größe ist für einige Werkstoffe aus nachstehender Zusammenstellung zu ersehen.

Reißlänge σ_{zB}/γ einiger Werkstoffe in 10^5 cm *oder* km.

Stahl vergütet legiert	Guß-eisen	Magnes.-legierung geknetet	Weichholz parallel z. Faser	Hartholz parallel z. Faser	Kunstholz	Steinzeug Steatit Kunst-masse
7,8—12,6	2,2—3,4	15,5—23	13—25	13,5—16,7	20,5—22,5	1,9—3,6

Bemerkenswert sind die hohen Werte von Leichtmetall und Holz.

18. Der allgemeine Gang der Berechnung der Laufradschaufel, erläutert am Langsamläufer.

Vorgeschrieben seien Durchfluß V in m^3/s, Höhe H in m und Drehzahl n je min. Man bestimmt zunächst die spezifische Drehzahl $n_q = n\sqrt{V}/H^{3/4}$ und erhält damit nach Abschn. 11 Aufschluß über die zu erwartende Radform. Liegt diese unter der untersten Grenze, so ist H zu unterteilen, also zur Mehrstufigkeit oder partiellen Beaufschlagung (letztere nur bei Turbinen) überzugehen. Außerdem kann man im Fall der Wasserströmung sofort mittels der Saugzahl S die größtmögliche Saughöhe nach Abschn. 13 bzw. 14 ausrechnen und mit der verlangten vergleichen. Im Fall der Luftförderung kann man mittels der Schallziffer S nach Abschn. 15 die Schallgeschwindigkeitsnähe prüfen, wenn sie von Wichtigkeit ist, was aber nur beim Axialverdichter der Fall ist. Diese einleitenden Feststellungen sind nötig, um rechtzeitig die Drehzahl anpassen zu können.

Im vorliegenden Fall liege ein Langsamläufer nach Abb. 35 vor ($n_q = 11$ bis 30), dessen innere Schaufelkante wir, wie es häufig ge-

schieht, achsparallel anordnen. Da auch die äußere Schaufelkante parallel zur Achse ist, so liegt eine einfach gekrümmte Radialschaufel vor, deren Anfangs- und Endverlauf wir zu bestimmen haben. Diese Radformen kommen nur bei Wasserturbinen und Pumpen (einschl. Verdichtern) vor.

Den in die Rechnung eingeführten Durchfluß V' macht man häufig um 3 bis 10 % größer als den verlangten, um die Ungenauigkeiten des Rechnungsverfahrens und bei Pumpen insbesondere den Spaltverlust zu berücksichtigen. Bei Turbinen geht der Spaltverluststrom nicht durch das Rad; dort wird deshalb nur ein kleiner oder gar kein Zuschlag gemacht.

Wir berechnen zunächst das Schaufelende an der Saugkante und anschließend das Schaufelende an der Druckkante.

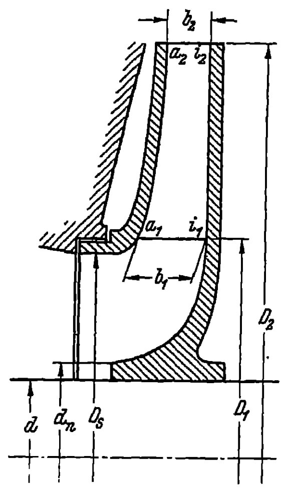


Abb. 35.
Langsamläufiges Radialrad.

a) Das Schaufelende an der Saugkante. Wir legen zunächst den Nabendurchmesser d_n gemäß dem durch Rücksicht auf Festigkeit oder Formänderung bestimmten Wellendurchmesser d (s. S. 96) fest. Dann erhalten wir den Durchmesser D_s des Saugmundes aus der Kontinuitätsgleichung

$$V' = \frac{\pi}{4}(D_s^2 - d_n^2)\, c_s \qquad (18,1)$$

mit $c_s = c_{0m} = \varepsilon C$, wo $C = \sqrt{2gH}$ und ε nach Abschn. 16 zu wählen ist, also bei der vorliegenden Schaufelform nach (16, 9) bzw. (16, 10).

Den Durchmesser D_1, auf dem die Schaufelspitzen liegen, nehmen wir wenig größer als D_s. Dann ist die Radbreite an der inneren Schaufelkante (Abb. 35)

$$b_1 = \frac{V'}{\pi D_1 c_{0m}}. \qquad (18,2)$$

Den Schaufelwinkel β_1 erhalten wir durch Bezugnahme auf das Geschwindigkeitsdreieck (Abb. 8, S. 8). Dieses ist bekannt durch α_1 (welches entsprechend den Zuflußbedingungen zu wählen ist) und die beiden Stücke

$$u_1 = \pi D_1 \frac{n}{60} = \frac{D_1}{2}\omega \qquad (18,3)$$

$$c_1 \sin\alpha_1 \equiv c_{1m} = c_{0m}\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}. \qquad (18,4)$$

Der Verengungsfaktor $t_1/(t_1 - \sigma_1)$ ist vorbehaltlich späterer Berichtigung zu schätzen (s. S. 102). Dann ist

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{c_1 \sin\alpha_1}{u_1 - c_1\cos\alpha_1} = \frac{c_{0m}}{u_1 - c_0\cos\alpha_0}\,\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}. \qquad (18,5)$$

Im Regelfall $\alpha_0 = 90^\circ$ (Abb. 13, S. 25) ist also

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{c_1}{u_1} = \frac{c_0}{u_1}\,\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}. \qquad (18, 6)$$

Bei Wasserströmung sind Werte β_1 von etwa 17° bis 20° (s. S. 73ff.), bei Luftförderung etwa das Doppelte (s. S. 88ff.) erwünscht. Im Fall erheblicher Abweichung empfiehlt sich eine Änderung der Ziffer ε.

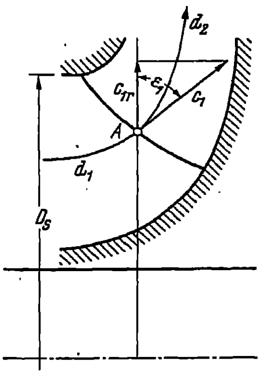


Abb. 35 a. Einfach gekrümmte Radialschaufel mit der Saugkante in der Krümmungszone.

Wird die Saugkante in die Krümmungszone gelegt und trotzdem die einfach gekrümmte Schaufel beibehalten, wie das bei Kreiselpumpen vielfach geschieht [*V*, *4*], so darf nicht übersehen werden, daß die mittlere Flußlinie $d_1\,d_2$ (Abb. 35a) im Schnittpunkt A mit der Schaufelkante von der radialen Richtung um den Winkel ε_1 abweicht und deshalb in (18, 6) $c_{1r} = c_1 \cos\varepsilon_1$ an Stelle c_1 zu setzen ist.

Der geschätzte Verengungsfaktor ist nachzuprüfen[1], wobei $\sigma_1 = s_1/\sin\beta_1$, $t_1 = \pi\,D_1/z$. Die Wandstärke s_1 der Schaufel ist so klein als die Herstellung gestattet zu nehmen. Die Schaufelzahl z erhält man aus der Faustformel

$$z = k\,\frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1}\sin\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}, \qquad (18, 7)$$

worin D_2 und β_2 vorläufig anzunehmen sind und k eine Erfahrungszahl ist, die um so kleiner sein kann, je größer s_1/D_1, weil der Kanal am inneren Halbmesser durch die Dicke s_1 nicht zu stark verengt werden soll. Guter Mittelwert für gegossene Radialräder ist $k = 5$ bis 6,5, für Räder aus gewalztem oder gepreßtem Werkstoff — also bei Verdichtern — wesentlich mehr[2], bis $k = 11$.

(Beim Pumpenrad wird β_1 bisweilen größer ausgeführt als der Rechnungswert [*V*, *2 und V*, *7*]. Beim Turbinenrad ist dies in keinem Fall zulässig).

b) Das Schaufelende an der Druckkante. Für die Bemessung des Laufschaufelendes am Spalt ist zunächst die Hauptgleichung gegeben.

---

[1] Die Berichtigung des Verengungsfaktors ist im Falle $\alpha_0 = 90^\circ$ bei Benutzung folgender Umformung zu vermeiden. Ersetzt man in $\sigma_1 = s_1/\sin\beta_1$ den sin durch den tg, und setzt den dann erhaltenen Wert in Gl. (18, 6) ein, so erhält man eine in $\operatorname{tg}\beta_1$ quadratische Gleichung, aus welcher sich ergibt

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{c_0/u_1 + s_1/t_1\,\sqrt{1 - (s_1/t_1)^2 + (c_0/u_1)^2}}{1 - (s_1/t_1)^2}.$$

Darin ist $(s_1/t_1)^2$ gegen 1 vernachlässigbar, so daß die Gebrauchsformel lautet

$$\operatorname{tg}\beta_1 = c_0/u_1 + s_1/t_1 \cdot \sqrt{1 + (c_0/u_1)^2}, \qquad (18, 6\,\text{a})$$

welche an Stelle von Gl. (18, 6) tritt.

[2] Diese großen Unterschiede der k-Werte lassen sich mildern, wenn $k = k_1 \sin\frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$ mit $k_1 \approx 10$ gesetzt wird, was einem gleichbleibenden Verhältnis zwischen Schaufellänge und mittlerer Kanalweite entspricht [*III*, *1 S. 164*].

Da das Geschwindigkeitsdreieck 3 Bestimmungsstücke verlangt, so müssen 2 weitere, voneinander unabhängige Größen gewählt werden.

Zunächst ist die Umfangsgeschwindigkeit u_2 an der Druckkante zu bestimmen, aus der sich der Raddurchmesser $D_2 = 2\,u_2/\omega$ ergibt. Naheliegend wäre hierfür die Heranziehung der Laufzahl u_2/C nach Gl. (8, 12) (bzw. bei Pumpen der Druckziffer ψ mittels Abb. 21b), wobei der Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ anzunehmen ist. Bei dem vorliegenden langsamläufigen Radialrad ist dies höchstens für Überschlagsrechnungen zweckmäßig. Man geht hier lieber von Annahmen aus, die die angestrebte Form der Schaufel und des Rades sicherstellen.

Man schreibt deshalb den Schaufelwinkel β_2 nach den Angaben in Abschn. 10 vor (also bei FRANCIS-Turbinen $\beta_2 \gtrless 90°$, bei Wasserpumpen $\beta_2 = 15$ bis $40°$, bei Gasverdichtern $\beta_2 = 50$ bis $70°$). Die zweite anzunehmende Größe ist in der Regel die Meridiangeschwindigkeit $c_{2m} = c_2 \sin\alpha_2$, indem diese annähernd gleich der bereits bekannten Geschwindigkeit c_0 gemacht wird. (Nur in Sonderfällen schreibt man den Leitschaufelwinkel α_3 oder die Schaufelbreite b_2 des Laufrades vor.) Man bestimmt nun die Umfangsgeschwindigkeit u_2 gemäß (10, 3) bzw. (10, 4) aus

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{2m}}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2}\right)^2 + g\,H_{\mathrm{th}\,\infty}} \qquad (18, 8)$$

bzw. wenn α_0 von $90°$ verschieden ist,

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{2m}}{2\,\mathrm{tg}\,\beta_2}\right)^2 + g\,H_{\mathrm{th}\,\infty} + u_1\,c_{0u}}\,. \qquad (18, 9)$$

Nach Abschn. 7 nimmt man bei Turbinen $H_{\mathrm{th}\,\infty} = H_{\mathrm{th}} = H\,\eta_h$, während bei Pumpen $H_{\mathrm{th}\,\infty} = H_{\mathrm{th}}\,(1+p) = H\,(1+p)/\eta_h$ ist, wobei p sich aus der dortigen Gl. (7, 15) ergibt. Der Schaufelwirkungsgrad η_h ist in Anlehnung an den Gesamtwirkungsgrad η mit $\eta_h > \eta$ zu schätzen (üblicher Mittelwert ist $\eta_h \approx 0{,}85$)[1]. Bevorzugt man dimensionslose Werte, so bestimmt man statt u_2 die Laufzahl u_2/C und benützt statt obiger Gleichungen die Form von Gl. (10, 5) und (10, 6).

Mit $D_2 = 60\,u_2/\pi\,n$ ist die Radbreite aus

$$b_2 = \frac{V'}{\pi\,D_2\,c_{2m}}\,\frac{t_2}{t_2 - \sigma_2} \qquad (18, 10)$$

gegeben.

Der Einfluß der Schaufeldicke ist an der Druckkante gering, so daß meist $t_2/(t_2 - \sigma_2) = 1$ gesetzt werden kann.

Der Radquerschnitt kann nun gezeichnet werden. Es genügt bei diesen einfachen Radialrädern, wenn der Verlauf der Seitenwände nach Schätzung so eingetragen wird, daß starke Krümmungen vermieden werden und der Auslauf am äußeren Umfang radial erfolgt. Ein Zahlenbeispiel für ein radiales Pumpenrad findet sich in Abschn. 22 und für ein Gebläserad in Abschn. 23.

Auch bei gasförmigen Energieträgern kann die Dichteänderung im Rad in weitem Bereich unberücksichtigt bleiben, wenn mäßige Gefälle

[1] Bei genauen Rechnungen kann man Gl. (3, 8) bzw. (3, 8a) heranziehen.

verarbeitet werden. Hinsichtlich der Handhabung bei starker Dichteänderung vgl. Abschn. 23.

Der Rechnungsgang der langsamläufigen, also einfach gekrümmten Axialschaufel, die nur in Dampf- und Gasturbinen (in abgewandelter Form auch im PELTON-Rad s. S. 153ff.) vorkommt, unterscheidet sich von dem besprochenen nur insofern, als an Stelle des Winkels β_2 die Laufzahl u/C vorgeschrieben wird (s. S. 296ff.), weil hier die Vorsorge vor überhöhter Umfangsgeschwindigkeit wichtig ist, die auch zuweilen zum Verzicht auf Drallfreiheit im Saugraum ($c_{0u} < 0, \alpha_0 > 90°$) zwingt (s. S. 44). Außerdem bringt natürlich die Gleichheit der Durchmesser auf Saug- und Druckseite der Schaufel gewisse Vereinfachungen. Beispiele finden sich in Abschn. 26 und 27. Die axiale Turbinenstufe ist in Abschn. 45 besprochen.

19. Schaufelentwurf bei einfacher Schaufelkrümmung.

Zunächst sei gleichbleibende, dünne Wandstärke der Schaufel vorausgesetzt. Aus der vorstehenden Radberechnung sind die Winkel β_1 und β_2, d. h. die Richtung der Schaufelenden bekannt, die durch eine stetige, verlustarme Linie zu verbinden sind. Dieser Zwischenverlauf ist bei der eindimensionalen Behandlung der Strömung freiem Ermessen überlassen. Er kann entweder nach Schätzung (also mittels Kurvenlineals oder des Zirkels) eingetragen oder aber punktweise berechnet werden. Die nach dem erstgenannten Verfahren ausgebildete Schaufel, die wir kurzerhand *Kreisbogenschaufel* nennen wollen, ist offenbar in ihrem Verlauf weitgehend willkürlich. Diese Unsicherheit sucht das zweite Verfahren auszuschalten durch ein über den ganzen Schaufelverlauf vorgeschriebenes Gesetz, beispielsweise den Verlauf des Schaufelwinkels β oder der Relativgeschwindigkeit w. Die Kreisbogenschaufel ist bei der Turbine gebräuchlich. Die punktweise berechnete Schaufel hat sich vor allem bei Pumpen eingeführt.

a) Kreisbogenschaufel.

Allgemein gilt, daß man sprungweise Änderung des Krümmungshalbmessers vermeiden soll, weil diese zu Grenzschichtansammlungen — auch im Beschleunigerkanal — führen kann. Deshalb sind in den Fällen, wo man nicht mit einem einzigen Kreisbogen auskommt, Kurven mit veränderlicher Krümmung günstiger als Kreisbögen, weil sich so leichter stetige Übergänge schaffen lassen.

Ferner muß angestrebt werden, den Krümmungshalbmesser an den engen Kanalstellen größer zu nehmen als an den weiten, damit die durch die Krümmung verursachten Fliehkräfte nicht zu groß werden und keine unzulässige Drucksenkung an der erhabenen Seite des Schaufelprofils hervorrufen, welche ebenfalls Grenzschichtansammlungen oder sogar Totraumbildung zur Folge haben kann.

Die Grundgedanken des Entwurfs seien zunächst an der Axialschaufel, also dem geradlinigen Schaufelgitter (Abb. 36) erläutert. Sieht man den Verlauf des Kanalquerschnittes als maßgebend an (wie das früher

geschah, aber auch heute noch nicht ganz verlassen ist), so kann man annehmen, daß der Schaufelverlauf im Schrägabschnitt längs $A\,B$ wirkungsfrei sein muß. Dem entspricht das gerade Stück $A\,B$ zwischen Schaufelspitze A und dem Beginn des eigentlichen Kanals am Querschnitt $A_1\,B$ (gleichbleibendes c_m vorausgesetzt). Bei der Radialschaufel

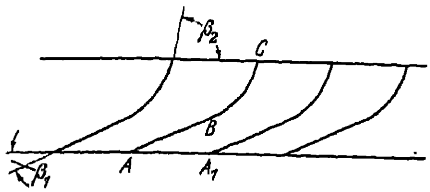


Abb. 36. Axialschaufel mit „wirkungsfreiem" also geradlinigem Saugende AB.

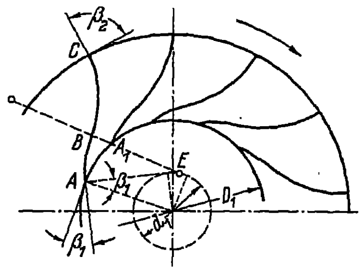


Abb. 36a. Radialschaufel mit Saugende AB nach einer archimedischen Spirale (Ersatzkreisbogen aus E), veraltet.

(Abb. 36a) tritt an die Stelle der Geraden die archimedische Spirale $A\,B$, die offenbar negativ gekrümmt ist. Hat die Schaufel im übrigen positive Krümmung, wie das bei Turbinen, aber nicht bei Pumpen der Fall ist, so stoßen im Punkt B zwei entgegengesetzt gekrümmte Verläufe zusammen.

Die Erfahrung hat nun gezeigt, daß bei der beschleunigten Strömung des Turbinengitters diese wirkungsfreien Schaufelenden wider Erwarten keinen Vorteil bringen und gleichsinnige Krümmung vom Anfang bis Ende vorzuziehen ist (Abb. 37).

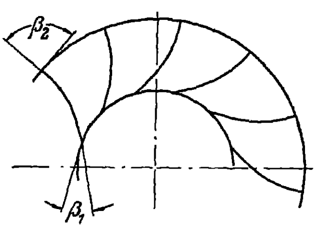


Abb. 37. Radialschaufel mit durchgängig positiver Krümmung.

Es ist hierbei auch zu bedenken, daß infolge des endlichen Schaufelabstandes die beabsichtigte Wirkungsfreiheit sowieso nicht zu verwirklichen ist.

Diese Handhabung gilt nicht ohne weiteres für die *radiale Pumpenschaufel* (Abb. 38). Einmal sind hier im Hinblick auf die verzögerte Strömung rasche Erweiterungen ungünstig, die durch den Wegfall des wirkungsfreien Einlaufs vergrößert werden. Zum anderen ist die *radiale* Pumpenschaufel nach Abschn. 10 negativ (rückwärts), also offenbar gleichsinnig gekrümmt wie ein wirkungsfreier Einlauf nach der archimedischen Spirale. Man lehnt sich deshalb bei der radialen Pumpenschaufel an diese archimedische Spirale an, die man als Kreisbogen zeichnen kann, da nur ein kurzes Stück davon gebraucht wird. Der Mittelpunkt dieses Ersatzkreises $A\,B$ liegt ziemlich genau im Schnittpunkt E der Tangenten, die von den Spitzen A, A_1 zweier aufeinander folgenden Schaufeln an den Kreis vom Durchmesser $d_1 = D_1 \sin\beta_1$ (dem Erzeugungskreis der Evolvente) gezogen werden (Abb. 38).

In Anlehnung an die eingangs erwähnten Erfahrungen mit Turbinenschaufeln weicht man aber von diesem wirkungsfreien Anfang im Sinne eines positiven Schaufeldruckes ab, gibt also dem Einlaufkreis einen etwas größeren Halbmesser als ihn der erwähnte Ersatzkreis der archimedischen Spirale besitzt (Abb. 39). Dabei muß naturgemäß der Winkel β_1 eingehalten, also der Mittelpunkt M_1 auf der verlängerten Tangente $A\,E$ an den Ersatzkreis gesucht werden. Diesen Einlaufbogen führt man höchstens bis zu dem Punkt B, der der Spitze A_1 der folgenden Schaufel gegenüberliegt oder endigt ihn bereits vorher

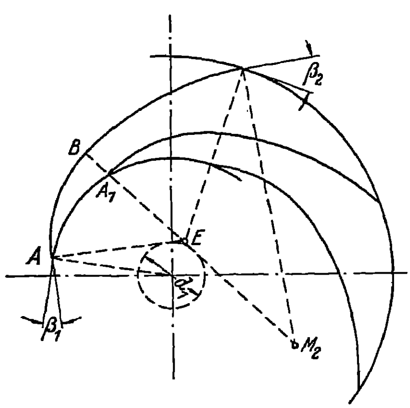


Abb. 38. Radialschaufel mit durchgängig negativer Krümmung, vorwiegend bei Pumpen verwendet.

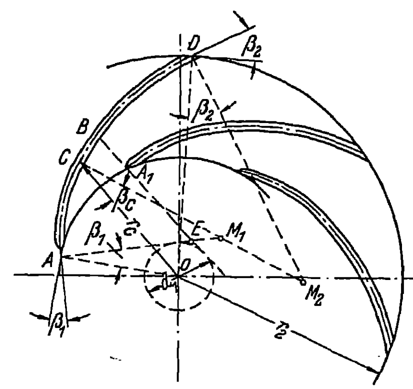


Abb. 39. Erläuterung der Bezeichnungen zu Gl. (19,1).

in C. Die Fortsetzung $C\,D$ der Schaufel wird bei diesem Verfahren als Kreisbogen so gezeichnet, daß der äußere Umfang unter dem verlangten Winkel β_2 geschnitten wird. Sein Mittelpunkt M_2 liegt offenbar auf $C\,M_1$. Sein Halbmesser kann durch Probieren bestimmt oder berechnet werden aus

$$\varrho = \overline{M_2 C} = \overline{M_2 D} = \frac{1}{2}\,\frac{r_2^2 - r_C^2}{r_2 \cos\beta_2 - r_C \cos\beta_C} \qquad (19,1)$$

Darin[1] bezieht sich das Fußzeichen C auf den Übergangspunkt.

In anderer Schreibweise lautet Gl. (19, 1)

$$\varrho = \Delta r\,\frac{r_C + \frac{1}{2}\Delta r}{r_C\,(\cos\beta_2 - \cos\beta_C) + \Delta r \cos\beta_2} \qquad (19,1\,\mathrm{a})$$

worin $\Delta r \equiv r_2 - r_C$.

[1] Der Beweis ergibt sich, wenn für die Dreiecke $O\,C\,M_2$ und $O\,D\,M_2$ (Abb. 39) der Cosinussatz angeschrieben wird. Darin sind die Winkel bei C und D offenbar gleich den Neigungswinkeln β_1 und β_2 der Schaufel. Ist ferner $\overline{OC} = r_C$, so kann geschrieben werden

$$\overline{OM}_2^2 = r_2^2 + \varrho^2 - 2\,r_2\,\varrho\cos\beta_2$$
$$\overline{OM}_2^2 = r_C^2 + \varrho^2 - 2\,r_C\,\varrho\cos\beta_C.$$

Durch Subtraktion fallen $\overline{OM}_2^2$ und ϱ^2 heraus. Man erhält eine Gleichung, aus der sich obige Gl. (19, 1) ohne weiteres ergibt.

Will man die Schaufel mit einem einzigen Kreisbogen zeichnen, so ist in obigen Gleichungen offenbar $r_C = r_1$ und $\beta_C = \beta_1$ zu setzen, weil Punkt C mit dem Anfangspunkt A der Schaufel zusammenfällt. Man erhält dann statt (19, 1)

$$\varrho = \frac{1}{2}\,\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2 \cos\beta_2 - r_1 \cos\beta_1} \tag{19, 2}$$

oder statt (19, 1a)

$$\varrho = \Delta r \frac{r_1 + \frac{1}{2}\Delta r}{r_1(\cos\beta_2 - \cos\beta_1) + \Delta r \cos\beta_2} \tag{19, 2a}$$

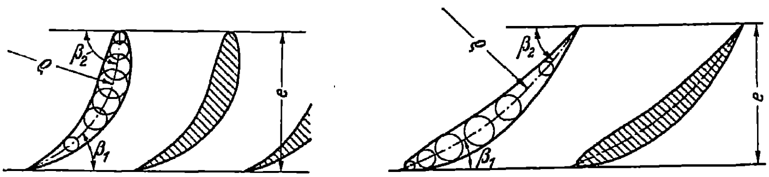
mit $\Delta r = r_2 - r_1$.

Diese Verwendung eines einzigen Kreisbogens ist sowohl bei Pumpen wie bei Turbinen mit Recht viel gebräuchlich. Bei Turbinen ist β_2 größer, also $\cos\beta_2$ kleiner als bei Pumpen. Der Nenner in Gl. (19, 2) wird also negativ und die Schaufel erhält eine positive Krümmung wie in Abb. 37.

Um die Gleichung auch für das geradlinige Schaufelgitter verwendbar zu machen, lassen wir in (19, 2a) r_1 gegen Unendlich gehen; dann wird nach Division mit r_1 der Wert $\Delta r/r_1$ gleich Null und Δr ist die Höhe e des Gitters (Abb. 40). Wenn man gleichzeitig die Größen im Nenner vertauscht, damit sich positive Werte für ϱ ergeben, so erhält man

$$\varrho = \frac{e}{\cos\beta_1 - \cos\beta_2}. \tag{19, 3}$$

Der so erhaltene Verlauf stellt streng genommen die Mittellinie der Schaufel dar. Die Schaufel kann mit gleichbleibender Dicke (beispielsweise auch aus Blech, das eingegossen oder bei Verdichtern ein-



a Turbine b Pumpe

Abb. 40. Profilierte Überdruckschaufel.

genietet wird, Abb. 41) hergestellt sein oder sich nach der Mitte zu verdicken. Stets empfiehlt es sich, am Eintritt gut abzurunden und am Austritt schlank auslaufen zu lassen. Der rechnungsmäßige Winkel wird an der Winkelhalbierenden des Verjüngungswinkels, d. h. am Schaufelskelett (Abb. 40), bisweilen aber auch so verwirklicht, daß eine Winkelübertreibung um den halben Zuschärfungswinkel entsteht. (Hinsichtlich der schnelläufigen Turbinenschaufel s. S 150ff.)

Eine messerscharfe Spitze am Schaufelauslauf ist aus Gründen der Lebensdauer und der Herstellung nicht zweckmäßig. Sie hat auch nicht den Nutzen, den man vielfach davon erwartet, weil der durch eine mäßige Schaufeldicke bedingte CARNOTsche Stoßverlust nur die

kleine Meridiankomponente c_m, aber nicht die Umfangskomponente c_u betrifft. Dünne Blechschaufeln werden am besten nicht zugeschärft oder abgerundet.

Bei der Hakenschaufel (Abb. 41 und 42) ist in Gl. (19, 2 oder 19, 3) $\beta_2 > 90°$ und $\cos \beta_2$ also negativ. Hierzu ist noch folgendes zu sagen. Da die Relativgeschwindigkeit im Axialrad bei Gleichdruck im Fall

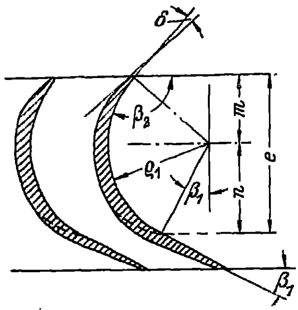


Abb. 41. Gleichdruckschaufel mit verjüngten Enden aus Blech. Neuere Ausführung ohne geraden Auslauf ist gestrichelt eingetragen.

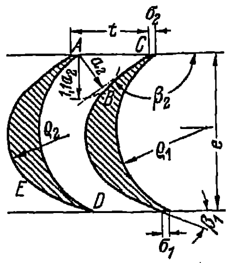


Abb. 42. Profilierte Gleichdruckschaufel für Dampf- und Gasströmung.

der Vernachlässigung der Reibung längs der ganzen Schaufel gleich ist, muß auch der Strömungsquerschnitt gleich bleiben, wie schon S. 41 an Abb. 19a gezeigt worden ist. Wird die Schaufel überall gleich dick gemacht (Abb. 41), so entsteht eine Querschnittserweiterung in der Mitte. Bei Wasserströmung hilft man sich durch Luftzufuhr

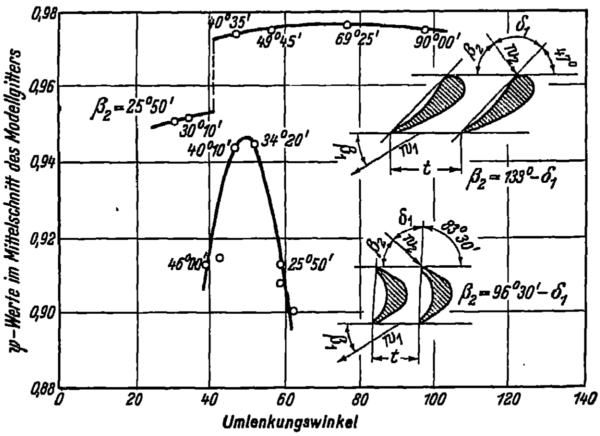


Abb. 43. Nutzen der kräftigen Abrundung am Eintritt bei Turbinenschaufeln, β_1 ist hier und in Abb. 43a an Stelle von $180-\beta_1$ genommen.

(Abb. 19a). Dadurch wird die Strömung zwangsweise zu einer solchen gleichen Druckes wie im offenen Kanal. Bei Dampf- und Gasturbinen wird der in Abb. 19 ersichtliche Luftraum durch den Schaufelquerschnitt ausgefüllt, damit kein Totraum entsteht (Abb. 42).

Neuere Untersuchungen[1] haben gezeigt, daß am Eintritt von Turbinenschaufeln — bei Gleich- wie bei Überdruck bis 50% Reaktion — ein dicker Schaufelkopf in Verbindung mit einer kräftigen Abrundung der Schaufel besser ist als die Zuspitzung. Aus Abb. 43 ist ersichtlich, wie stark sich der Geschwindigkeitsbeiwert ψ_u (der die Reibung bei Axialschaufeln berücksichtigt, s. S. 297ff.) verbessert, wenn man von der spitzen Gleichdruckschaufel auf die Form, die einen dicken Kopf besitzt, übergeht. Der letztere Verlauf zeigt, daß diese flache Schaufel dann ohne Profiländerung sowohl für große und kleine Umlenkungswinkel, d. h. für Gleich- und Überdruck, brauchbar ist (wenn beachtet

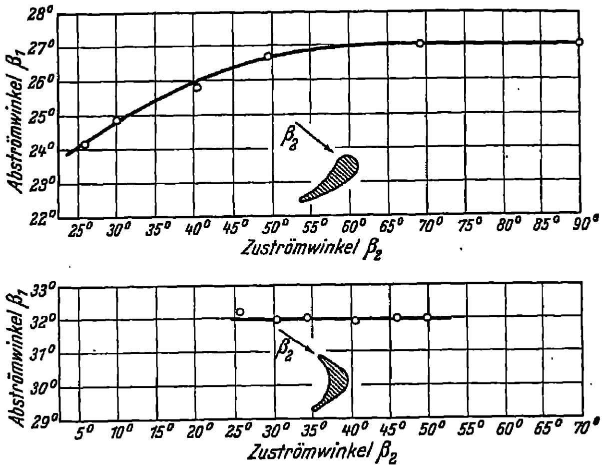


Abb. 43a. Abhängigkeit der Abströmrichtung vom Zuströmwinkel β_1.

wird, daß hier die Abströmrichtung stark vom Zuströmwinkel abhängt, Abb. 43a). Diese Erkenntnisse sind offenbar beachtlich. Sie zeigen, daß eine kräftige Abrundung weitgehende Unempfindlichkeit gegen Abweichungen der relativen Eintrittsgeschwindigkeit von der Anfangsrichtung der Schaufel ergibt.

Es darf aber nicht übersehen werden, daß eine Vergrößerung des Abstandes zwischen Lauf- und Leitschaufel mit der Vergrößerung des Abrundungshalbmessers an der Druckkante Hand in Hand gehen muß, weil sonst Rückwirkungen des dicken Schaufelkopfes auf die Strömung im vorausgehenden Schaufelkranz eintreten. Die Schaufel mit dickem Kopf ist ferner empfindlicher gegen die Mach-Zahl der Anströmgeschwindigkeit, weil der „abgelöste Verdichtungsstoß" sich verstärkt.[2] Der günstige Einfluß des dicken Schaufelanfangs gilt deshalb nur für das Unterschallgebiet. Bei Anströmgeschwindigkeiten nahe der Schallgeschwindigkeit, die gerade bei Hakenschaufeln häufig sind, sind spitze

[1] Pollmann, E.: Messungen an Turbinengittern. Bericht der Gittertagung Braunschweig am 27./28. 3. 1944. Lysholm, Z. VDI Bd. 83 (1939) S. 578.

[2] Melkus, H.: Über den abgelösten Verdichtungsstoß. Ing.-Arch. Bd. 19 (1951) S. 208.

Profile den abgerundeten vorzuziehen. Aus diesem Grunde sind die dickköpfigen Profile bei CURTIS-Rädern (s. S. 319ff.) im ersten Lauf- und Umkehrkranz meist nicht am Platz. Diese Ergebnisse sind sinngemäß auch auf die Radialschaufel zu übertragen. Bei der verzögerten Strömung in der Pumpe sind sie meist nicht anwendbar, weil einerseits die Profile flacher sind und andererseits der Eintritt an der Stelle des engsten Querschnitts liegt, so daß eine sehr starke Verengung des Eintrittsquerschnitts entstehen würde. Hier sind die Profile mit *großer Dickenrücklage* (S. 257ff.) am Platz. Weitere Angaben[1] über den Entwurf der Axialschaufel s. S. 269ff. und S. 301ff.

Unterbrochene Schaufeln (Spaltflügel) scheinen im Verzögerungsgitter mit großer Umlenkung Vorteile zu bringen [*IV*, *22*, S. 24][2].

b) Punktweise errechnete Schaufel.

Diese wird bei der verzögerten Strömung der Pumpe angewendet, wo die Anforderungen höher sind als bei der beschleunigten Strömung in der Turbine. Diese Behandlungsart werde zunächst für radiale Beaufschlagung erläutert. Schreibt man den Verlauf des Schaufelwinkels β in Abhängigkeit von r zwischen den beiden gegebenen Grenzwerten β_1 und β_2 vor, so könnte die Schaufel durch schrittweises Weitergehen um kleine Teilbeträge Δr und jedesmaliges Antragen des zugehörigen Winkels β erhalten werden. Doch ist dieses Verfahren, welches mühsam und ungenau ist, nichts anderes als eine Integration. Deshalb ist es richtiger, diese Integration rechnerisch durchzuführen, indem man zu den einzelnen Radien r den zugehörigen Polwinkel $POA = \varphi$ (Abb. 44) ermittelt und an OA anträgt. Die sehr einfache Bestimmung von φ ergibt sich aus folgender Überlegung:

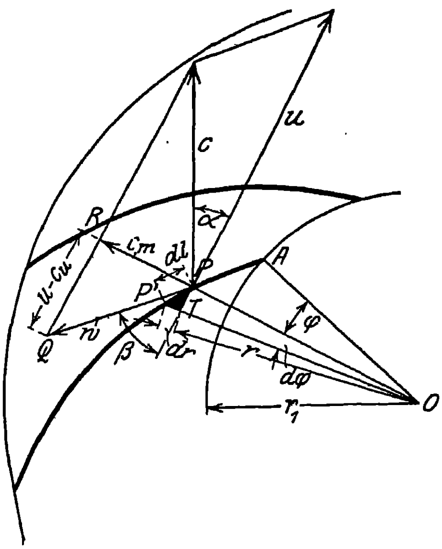


Abb. 44.
Skizze zur punktweisen Schaufelberechnung.

Es ist in dem (schwarz angelegten) Dreieck $PP'T$, dessen Seite PT den Bogen im unendlich kleinen Zentriwinkel $d\varphi$ darstellt und das bei T rechtwinklig ist:

$$\overline{PT} = r\,d\varphi$$

[1] Vgl. insbesondere auch G. FLÜGEL: Über Gestaltung und Systematik neuerer Schaufelprofile für Dampf- und Gasturbinen. Forschg. Ing. Wes. Bd. 16 (1949/50) S. 125/32. Dort sind Profile für den Bereich der Unter- und Überschallgeschwindigkeit entwickelt.

[2] FICKERT, K.: Versuche an Verzögerungsgittern mit großer Umlenkung. Forschg. Ing. Wes. Bd. 16 (1949/50) S. 141/6.

und andererseits
$$\overline{PT} = \frac{\overline{P'T}}{\operatorname{tg}\beta}.$$

Da nun $\overline{P'T}$ den unendlich kleinen Zuwachs dr des Radius r bedeutet, so kann nach Gleichsetzen dieser beiden Ausdrücke geschrieben werden

$$r\,d\varphi = \frac{dr}{\operatorname{tg}\beta}$$

oder

$$d\varphi = \frac{dr}{r\operatorname{tg}\beta}. \tag{19, 4}$$

Man erhält also durch Integration zwischen r_1 und r, wenn gleichzeitig mit $180/\pi$ multipliziert wird, damit sich φ in Graden ergibt

$$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi}\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{r\operatorname{tg}\beta}. \tag{19, 5}$$

Die Integration wird am besten tabellarisch durchgeführt, wobei statt dr endliche Intervalle Δr gewählt werden (Abb. 56 und 60 oder Tabelle S. 130 und S. 133). Ist auf diese Weise der Verlauf von φ in Abhängigkeit von r bekannt, so ist die Schaufel durch ihre Polarkoordinaten gegeben.

Die bisher vorausgesetzte Annahme des β-Verlaufs kann durch die Annahme des Verlaufs anderer Größen ersetzt werden. In vielen Fällen, insbesondere bei Wasserförderung, hat sich die Annahme des w-Verlaufes in Abhängigkeit von r (wieder zwischen den vorgeschriebenen Grenzwerten w_1 und w_2) als zweckmäßig erwiesen. Dann sind auch die Winkel β bekannt, weil in dem Dreieck PQR in Abb. 44

$$\sin\beta = \frac{c_m}{w}. \tag{19, 6}$$

Man sieht, daß jetzt auch der c_m-Verlauf gebraucht wird, der zu der jeweiligen Breite b des aus der vorausgegangenen Rechnung bekannten Querschnitts des Rades errechnet werden kann aus

$$c_m = \frac{V'}{2r\pi b}\,\frac{t}{t-\sigma}. \tag{19, 7}$$

Die Linie der Verengungsziffer $t/(t-\sigma)$ wird dabei als Verbindungslinie der aus der Radberechnung bekannten Anfangs- und Endwerte (beispielsweise als Gerade) eingetragen. Der Einfluß einer Zuschärfung am Austrittsende kann dann dadurch zum Ausdruck kommen, daß diese Linie an den Enden allmählich entsprechend absinkt. Diese Abschätzung des Verengungseinflusses kann man umgehen, wenn man benützt, daß

$$V' = 2r\pi b\,c_m\frac{t-\sigma}{t} = b\,\frac{2r\pi}{t}\left(t-\frac{s}{\sin\beta}\right)w\sin\beta$$

oder, weil $2r\pi/t = z$

$$V' = b\,z\left(t-\frac{s}{\sin\beta}\right)w\sin\beta = (t\sin\beta - s)\,z\,b\,w.$$

Daraus folgt
$$\sin\beta = \frac{s}{t} + \frac{V'}{z\,t\,b\,w},$$
worin der Ausdruck
$$\frac{V'}{z\,t\,b} = \frac{V'}{2\,r\,\pi\,b} \equiv (c_m)_{\text{netto}} \tag{19, 8}$$
die für die Schaufeldicke Null sich ergebende Meridiangeschwindigkeit bedeutet. Diese ist unabhängig von der Wandstärke s. An Stelle von (19, 6) kann also die folgende Gleichung benutzt werden:
$$\sin\beta = \frac{s}{t} + \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{w}. \tag{19, 9}$$
Diese Gleichung macht die Bestimmung der Winkel β von der Annahme des Verlaufs des Verengungsfaktors unabhängig. Sie ist deshalb bei Schaufeln mit veränderlicher Wandstärke wertvoll und auch bei Schaufeln mit konstanter Dicke von Vorteil.

Über den günstigen Verlauf der anzunehmenden Linien kann heute gesagt werden, daß bei den rückwärts gekrümmten Schaufeln der Wasserpumpe die nach unten gebogene w-Linie oder die gerade β-Linie am Platz ist. Die Schaufel verlängert bzw. verkürzt sich, wenn die w-Linie nach oben bzw. nach unten gekrümmt wird, während die β-Linie sich umgekehrt verhält (Abb. 55). Die gerade β-Linie entspricht der nach unten durchgebogenen w-Linie, gibt also eine kürzere Schaufel als die gerade w-Linie. Auch bei Verdichtern ist die Verwendung der β-Linie am Platz, einerseits wegen der steileren Schaufelform, andererseits weil die Volumenänderung dann auf das Verfahren keinen Einfluß hat. Man könnte auch den Verlauf der Schaufelarbeit, d. h. des Dralls $r\,c_u$ zwischen den bekannten Endwerten $r_1\,c_{1u}$ und $r_2\,c_{2u}$ vorschreiben. Doch ist die anzunehmende Linie hier viel schwerer vorauszusehen als in den beiden besprochenen Fällen.

Man kann die punktweise berechnete Schaufel entweder nach Schablone herstellen oder vermaßen. Im ersteren Fall ist sie im Schwindmaß zu zeichnen, falls das Rad gegossen wird. In letzterem Fall wird man am besten den Zentriwinkel der ganzen Schaufel in gleiche Teile teilen und aus der φ, r-Kurve (Abb. 55) die Radien r entnehmen. Man kann aber auch die punktweise berechnete Schaufel aus Kreisbogen zusammensetzen, und diese vermaßen. Hierbei sind aber im Gegensatz zur eigentlichen Kreisbogenschaufel mindestens 4 Kreisbogen nötig, deren Radien sich aus Gl. (19, 1a) errechnen, wenn diese auf Anfang und Ende eines Intervalles Δr bezogen wird. Die einzusetzenden r- und β-Werte erhält man aus der $\beta\,(r)$-Linie. An der Übergangsstelle ändert sich aber der Krümmungshalbmesser sprungweise, was auf S. 104 als ungünstig erkannt wurde.

Leitschaufeln. Alle vorstehend für die Laufschaufel gegebenen Erläuterungen gelten sinngemäß auch für die ruhende Schaufel, bei der es deshalb ebenfalls die Kreisbogenschaufel neben der punktweise errechneten Schaufel gibt. Näheres siehe Hauptabschnitt F.

c) Oberflächenrauhigkeit.

Die Bearbeitung der Oberfläche ist im Hinblick auf die Kosten nur so weit zu treiben, daß der Widerstand der glatten Wand erreicht wird.

Die Oberfläche wirkt als glatt, solange die Rauhigkeitserhebungen nicht über die laminare Untergrenzschicht herausragen [*III, 1*]. Letztere ist in der verzögerten Strömung dicker als in der beschleunigten Strömung, so daß also für Turbinen eine größere Oberflächengüte der Schaufeln lohnend ist, als für Pumpen. Ferner ist die Profilform von Einfluß.

Ist k die mittlere Rauhigkeitserhebung, so wird nach neueren Versuchen[1] an Einzelprofilen im Windkanal beim Anstellwinkel Null die Widerstandszahl der glatten Schaufel erreicht, wenn die „Kornkennzahl"

$$\frac{k w}{\nu} \geqq 14{,}3$$

(ν = kinematische Zähigkeit, w = Anströmgeschwindigkeit), welche Zahl erheblich niedriger liegt, als bisher [*III, 1*] angenommen.

20. Die doppelt gekrümmte Radialschaufel, Mittelläufer.

Ergibt die in Abschn. 18 beschriebene Rechnung ein $n_q > 30$ bzw. ein Durchmesserverhältnis $D_2/D_s < 1{,}5$, so ist es zweckmäßig, die Radialschaufel in den Saugmund des Rades vorzuziehen und doppelt zu krümmen. Auch bei größeren Durchmesserverhältnissen ist diese Maßnahme angezeigt (Abb. 119, 119a), wenn gute Wirkungsgrade oder hohe Saugfähigkeit in Verbindung mit stabilen Kennlinien erzielt werden sollen (S. 73 und S. 181).

Die Herstellung des Rades geschieht dann am besten in Guß. Deshalb wird die doppelt gekrümmte Schaufel fast nur in Verbindung mit Wasserströmung angewendet. Dort reicht die Festigkeit dieser gegossenen Räder voll aus, weil die durch Kavitation bedingten höchsten Geschwindigkeiten sie noch nicht erschöpfen. Bei Gasströmung wird der vorliegende Bereich der spezifischen Drehzahlen in der Regel am Axialrad (s. S. 261ff. und S. 293ff.) verwirklicht.

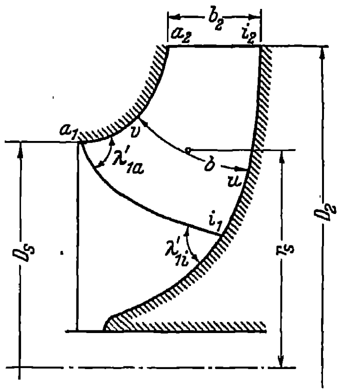


Abb. 45. Doppelt gekrümmte Schaufel mäßiger Schnelläufigkeit.

Es werde zunächst der Fall mäßiger Schnelläufigkeit behandelt, wobei die Druckkante der Laufschaufel im Meridianschnitt achsparallel erscheint (Mittelläufer Abb. 45). Hier sind die Größen D_2, b_2 und D_s wie in Abschn. 18 zu errechnen [jedoch unter Beachtung, daß die Einlaufziffer ε jetzt nach (16, 4) bis (16, 6) zu wählen, also wesentlich vergrößert ist]. Mit ihrer Hilfe zeichnet man den Verlauf der Seitenwandungen $a_1\,a_2$ und $i_1\,i_2$ im Meridianschnitt

[1] Joung, A. D.: The drag effects of roughness at high subcritical speeds, J. roy. Aeronaut. Soc. **1950**, S. 534/40, Auszug Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 454/5.

so ein, daß einerseits die Krümmung sich möglichst gleichmäßig über den ganzen Verlauf verteilt und andererseits der Querschnitt $2\, r_s\, \pi\, b$, also der Betrag $r_s\, b$, wo r_s der Schwerpunktshalbmesser, b die abgewickelte Länge irgendeiner Normallinie $u\, v$ ist, stetig vom Anfangs- auf den Endwert übergeht. Hierbei werden die Normallinien zunächst nach Schätzung eingetragen. (Bei Wasserturbinen ist die Freiheit der Linienführung hierbei dadurch etwas eingeengt, daß man am Außenrand auf die achssenkrechten Seitenwandungen des mit Drehschaufeln besetzten Leitrades tangential übergehen muß, während man dem Pumpenrad auch einen halbaxialen Auslauf geben kann.)

Der Verlauf der Saugkante $a_1\, i_1$ der Schaufel wird dann so gewählt, daß sie in genügendem Abstand von der Druckkante an die Seitenwände mit möglichst steilen Winkeln λ_{1a}' und λ_{1i}' anschließt. Da aber gleichzeitig die Länge der Flußlinien miteinander in Einklang stehen soll (etwa gleiches statisches Moment S), so muß der Anschlußwinkel λ_{1i}' an die Nabenwand tatsächlich kleiner als 90° gemacht werden. Dabei ist im Auge zu behalten, daß die gezeichneten Kanten lediglich die Zirkularprojektionen der wirklichen Kanten sind, die also nicht in Axialebenen (Meridianschnitt) zu liegen brauchen, weil man die Stromlinien um die Achse beliebig gegeneinander verdrehen kann, ohne daß sich das übertragene Moment verändert.

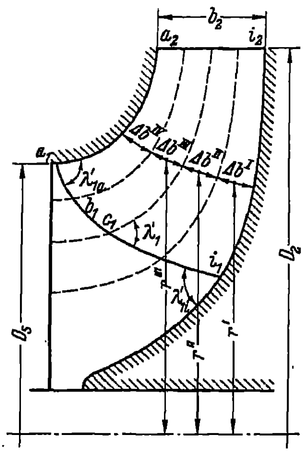


Abb. 46. Aufteilung des Rades Abb. 45 in Teilräder gleicher Ergiebigkeit.

Die Schaufelfläche setzt sich aus der Gesamtheit der durch irgendeine Leitlinie (z. B. eine der beiden Schaufelkanten) gehenden Stromlinien zusammen. Wir greifen eine beschränkte Zahl dieser Stromlinien heraus, zunächst natürlich die auf den Seitenwänden liegenden, die anderen so, daß sie sich über die Fläche gleichmäßig verteilen, beispielsweise so, daß die zugehörigen Rotationsflächen (Flußflächen) gegenseitig gleiche Teilströme abgrenzen (Abb. 46). Im letzteren Fall könnte das Strombild des Meridianschnitts, d. h. der Zirkularprojektion, nach den in [*III*, *1*] für Potentialströmungen abgeleiteten Regeln gezeichnet werden. Da dieses Verfahren aber zeitraubend und es außerdem zweifelhaft ist, ob die Meridianströmung trotz der Einwirkung der Schaufeln ihren Charakter als Potentialströmung behält[1], so wird bei diesem Mittelläufer meist der einfachere Weg eingeschlagen, daß man längs jeder Normallinie die Meridiangeschwindigkeit unverändert

[1] Dies ist nur der Fall bei unendlicher Schaufelzahl und wenn die Kurven gleichen Dralls $r\, c_u$ im Grundriß radial erscheinen; vgl. [*IV*, *9* S. 28ff. und 108]. — Bauersfeld: Z. VDI 1912, S. 2045; — ferner W. Spannhake, Forschung 8, (1937) S. 33. Ein Zahlenbeispiel dieser Art ist in der 1. Auflage von [*III*, *1*] durchgeführt.

annimmt und also für jeden Teilstrom auch $\Delta b' \cdot r' = \Delta b'' \cdot r'' = \Delta b''' \cdot r'''$ macht. Δb ist hierin die Länge des zwischen aufeinanderfolgenden Flußlinien liegenden Stückes der Normallinie, r sein Schwerpunktshalbmesser.

Der Schaufelwinkel β_1 an der Saugkante ist bei drallfreiem Zustrom wieder zu bestimmen aus

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{c_1}{u_1} = \frac{c_0}{r_1\omega}\,\frac{t_1}{t_1-\sigma_1}. \qquad (20,1)$$

Er ist jetzt für jeden Faden verschieden, weil r_1 verschieden ist. Die Verengungsziffer $t_1/(t_1-\sigma_1)$ nimmt man wieder vorläufig an. Bei der anschließenden Nachprüfung ist jetzt aber zu berücksichtigen, daß die Wandstärke s_1', die in $\sigma_1 = s_1'/\sin\beta_1$ auftritt, im Schnitt der Flußfläche mit der Schaufel erscheint und wegen des schiefen Schnittes nicht mit der wirklichen Dicke übereinstimmt. Ist λ_1 der Winkel zwischen Schaufelfläche und Flußfläche am betrachteten Punkt c_1 der Eintrittskante, so ist

$$s_1' = s_1/\sin\lambda_1, \qquad (20,2)$$

wo λ_1 mittels des aus dem Meridianschnitt zu entnehmenden Winkels λ_1' zwischen Flußlinie und Schaufelkante (Abb. 46) bestimmt werden kann aus

$$\operatorname{ctg}\lambda_1 = \operatorname{ctg}\lambda_1'\cos\beta_1, \qquad (20,2a)$$

vorausgesetzt, daß die betrachtete Schaufelkante annähernd in einer Axialebene liegt (z. B. Abb. 63). Faßt man die Gleichungen zusammen, so erhält man

$$\sigma_1 = s_1\sqrt{1+\frac{\operatorname{ctg}^2\beta_1}{\sin^2\lambda_1'}} \qquad (20,3)$$

$$\frac{t_1-\sigma_1}{t_1} = 1 - \frac{s_1}{t_1}\sqrt{1+\frac{\operatorname{ctg}^2\beta_1}{\sin^2\lambda_1'}}. \qquad (20,3a)$$

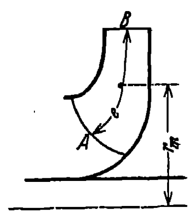


Abb. 46a. Erläuterungen der Bezeichnungen.

Die Schaufelzahl erhält man im Einklang mit (18, 7) aus

$$z = 2k\,\frac{r_m}{e}\sin\frac{\beta_1+\beta_2}{2}. \qquad (20,4)$$

Darin bezeichnet mit Bezug auf Abb. 46a

e die abgewickelte Länge der mittleren Flußlinie AB,
r_m den Halbmesser ihres Schwerpunktes,
k eine Erfahrungszahl[1] von der gleichen Größe wie k in (18, 7) bei gegossenen Rädern = 5 bis 6,5.

Um die räumlich gekrümmten Stromlinien festzulegen, zeichnen wir ihre Projektion auf eine zur Drehachse senkrechte Ebene (Grundriß,

[1] Für Schaufeln mit vorwiegend axialer Erstreckung ist der in Fußnote 2 S. 102 erwähnte Wert $k = k_1 \sin\frac{\beta_1+\beta_2}{2}$ vorzuziehen. Bei axialen Pumpen und Verdichtern ist dann $k_1 \approx 8$ zu wählen (S. 261 ff.).

Abb. 47c). Dabei benutzen wir sinngemäß wieder die beiden im vorausgegangenen Abschnitt besprochenen Verfahren. Die Kreisbogenschaufel muß jetzt auf eine abwickelbare Fläche so übertragen werden, daß ihre Form erkennbar ist.

a) Übertragung der Schaufelschnitte auf Kegelflächen. Als abwickelbare Hilfsfläche wird eine koaxiale Kegelfläche gewählt, welche die betrachtete Flußfläche $d_1 d_2$ am Saugende d_1 (oder dessen Nähe) berührt (Abb. 47a). (In Abb. 47a ist der Berührungspunkt nach d_1 gelegt.)

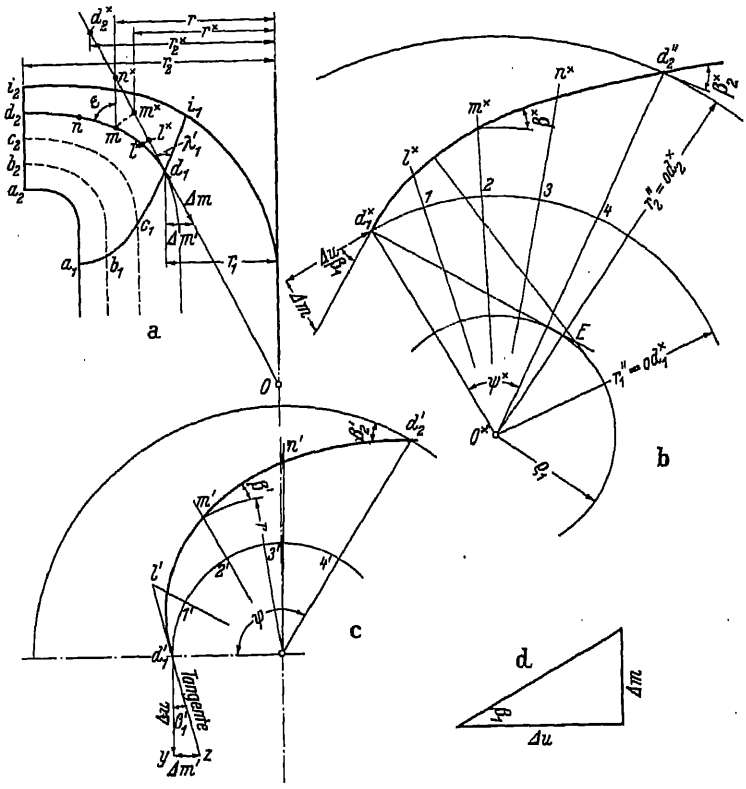


Abb. 47 a–d. Abwicklung des Schaufelschnittes $d_1 d_2$ auf Kegelfläche $d_1 d_2^{\times}$.
a Meridianschnitt (Schnitt nach einer Axialebene),
b Abwicklung des auf die Kegelfläche übertragenen Schaufelschnittes,
c Projektion des Schaufelschnittes auf den Grundriß,
d Nebenfigur zur Bestimmung der Tangente an d_1.

Die Übertragung eines Punktes m der räumlich gekrümmten Stromlinie auf den Kegelmantel $0\, d_1$ nach $m^{\times}$ erfolgt in der Weise, daß er einerseits in der gleichen Axialebene bleibt und andererseits $d_1 m^{\times} =$ Bogen $d_1 m$ wird. Offenbar verzerrt sich hierbei der im Punkt m vorhandene Neigungswinkel β der Stromlinie gegen den zugehörigen Parallelkreis, weil die Umfangslängen im Verhältnis der Halbmesser

also $r^\times/r$ gekürzt werden, während die in die Axialebene fallende Länge erhalten bleibt.

Der neue Winkel $\beta^\times$ folgt also aus

$$\operatorname{tg}\beta^\times = \frac{r}{r^\times}\operatorname{tg}\beta. \tag{20, 5}$$

Um die Winkeltreue aufrecht zu erhalten, werden bisweilen zwei Berührungskegel verwendet, von denen der eine am Eintritt, der andere am Austritt die Flußfläche berührt, weil es ja hauptsächlich auf Einhaltung der Anfangs- und Endwinkel ankommt. Dieses Verfahren ist bei starker Verschiedenheit der Schaufeldicke vorteilhaft und im Zahlenbeispiel des Abschn. 25 verwendet. Man kann aber mit *einem* Berührungskegel auskommen, wenn man die Winkel der Abwicklung mittels (20, 5) umrechnet. Man verfährt dabei wie folgt:

Mit den nach (20, 5) berechneten Anfangs- und Endwinkeln $\beta_1^\times$ und $\beta_2^\times$, den Radien $0\,d_1^\times$ und $0\,d_2^\times$ zeichnet man in Abb. 47b die Abwicklung des Schaufelschnittes als „Kreisbogenschaufel" nach den für einfach gekrümmte Schaufeln im Abschn. 19a besprochenen Regeln. Dieser Schaufelverlauf wird nun in den Grundriß (Abb. 47c) übertragen, wobei zustatten kommt, daß Parallelkreise der Abwicklung das Abbild von Parallelkreisen der Flußflächen darstellen und letztere sich in wahrer Größe projizieren. Zweckmäßig ist es zunächst, den zu dem Zentriwinkel $\psi^\times$ der ganzen Abwicklung gehörigen Berührungsbogen $d_1^\times - 4$ zu übertragen, womit der Zentriwinkel ψ der Projektion gegeben ist. Teilt man nun diesen Bogen in Teilstücke mit den Teilpunkten 1, 2, 3 usw. bzw. 1', 2', 3' usw., so können die radialen Strecken $1 - l^\times$, $2 - m^\times$ usw. der Abwicklung im Aufriß sofort auf der Flußlinie von d_1 aus abgewickelt werden bis l, m, n usw. Da die Achsenabstände der zu den Punkten l, m, n gehörigen Raumpunkte sich sowohl im Aufriß wie im Grundriß in wahrer Größe projizieren, so erhält man die Projektionen l', m', n' usw. dieser Punkte im Grundriß durch Entnahme der zugehörigen Radien (z. B. r für den Punkt m) aus dem Aufriß und Abtragung auf den zu den vorhin bestimmten Teilpunkten 1', 2', 3' usw. gehörigen Fahrstrahlen, womit der Schaufelverlauf $d_1'\, l'\, m'\, n'\, d_2'$ im Grundriß bestimmt ist.

In dieser Weise werden alle Flußlinien behandelt.

Die Schaufeldicke s erscheint in der Abwicklung wegen des schiefen Schnitts mit der Flußfläche vergrößert, und zwar ist nach (20, 3) auf den Parallelkreisen abzutragen die Strecke

$$\sigma = s\sqrt{1 + \frac{\operatorname{ctg}^2\beta}{\sin^2\lambda'}}, \tag{20, 6}$$

wobei λ' der aus dem Meridianschnitt (Abb. 50) zu entnehmende Winkel zwischen Flußlinie und Axialschnitt $x\,y$ ist. (Die Bestimmung des letzteren wird am Schluß dieses Abschnitts besprochen. Er stimmt nicht mit der Normallinie überein.)

Soll die Saugkante in eine Axialebene kommen, nimmt man den Winkel $\psi^\times$ in den einzelnen Abwicklungen entsprechend an. Zwischen $\psi^\times$ und ψ besteht die Beziehung $\psi^\times \cdot \overline{O\,d_1} = \psi\, r_1$. Es ist allerdings

zweifelhaft, ob die Verlegung der Saugkante in eine Axialebene stets anzustreben ist.

Um bestimmte Lagen der Schaufelkanten zu erreichen, kann man benutzen, daß die Stromlinien gegenseitig nach Belieben um die Achse gedreht werden können, und daß die Druckkante, auch wenn sie im Meridianschnitt, d. h. ihrer Zirkularprojektion, achsparallel erscheint, keineswegs in einer Axialebene zu liegen braucht, sondern auch ähnlich wie eine Schraubenlinie verlaufen kann. Maßgebend für die Lage beider Kanten ist in letzter Linie, daß die Winkel zwischen Schaufelfläche und Seitenwand (also auch die Winkel zwischen den nachher zu besprechenden Axialschnitten und den Flußlinien $a_1 a_2$ und $i_1 i_2$) nicht allzuweit von 90° abweichen.

Für Pumpen und Verdichter verdient vielleicht der Vorschlag von A. BUSEMANN Beachtung, die Vorderkante eines Tragflügels nicht senkrecht, sondern schräg zur Anströmrichtung anzuordnen, d. h. bei Strömungsmaschinen die Saugkante nicht in eine Axialebene zu legen, weil dann die Komponente senkrecht zur Kante sich verkleinert und damit die für Kavitation bzw. Überschall maßgebliche kritische Geschwindigkeit höher rückt. Bei den vorliegenden Rädern im Gehäuse ist dieser Nutzen vorhanden, obwohl an der Spitze a_1 der Schaufel die Strömung durch die Gehäusewand zwangsläufig in axialer Richtung geführt wird [*IV, 21* Nr. 988] (vergl. S. 281). Bei Durchführung dieser Maßnahme kommt die Eintrittskante nicht in eine Axialebene.

b) Punktweise Errechnung der Stromlinien. Dieses Verfahren ist insbesondere bei Kreiselpumpen zu empfehlen. Auch die räumlich gekrümmte Stromlinie läßt sich in ihrer ganzen Erstreckung rechnerisch festlegen. Die hierzu notwendige Erweiterung des für zylindrische Schaufeln in Abschn. 19b beschriebenen Verfahrens läßt sich durch folgende einfache Überlegung finden:

In Abb. 48 und 49 ist ein beliebiger Stromfaden sowohl durch seine Zirkularprojektion $d_1 d_2$ im Meridianschnitt als auch seine Orthogonalprojektion $d_1' d_2'$ im Grundriß dargestellt. Betrachtet man das sehr kleine Stück $p p_1 = dx$ im Meridianschnitt, dessen wahre Größe $P P_1$ aus dem Seitenbild der Abb. 49 ersichtlich ist, und welches im Grundriß durch das Stück $p' p_1'$ dargestellt ist, so ist in dem sehr kleinen Dreieck $P P_1 T$ der Winkel bei T ein rechter und bei P gleich β, also:

$$\overline{PT} = \frac{\overline{P_1 T}}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{dx}{\operatorname{tg}\beta}.$$

Da nun dieses Stück $\overline{PT}$ des Parallelkreises übereinstimmt mit seiner Projektion $\overline{p't'} = r\,d\varphi$, so wird

$$r\,d\varphi = \frac{dx}{\operatorname{tg}\beta} \quad \text{oder} \quad d\varphi = \frac{dx}{r\operatorname{tg}\beta},$$

woraus durch Integration, wenn gleichzeitig mit $180/\pi$ multipliziert wird, damit sich φ in Graden ergibt:

$$\varphi^0 = \frac{180}{\pi}\int_0^x \frac{dx}{r\operatorname{tg}\beta}. \tag{20, 7}$$

φ und x können hierbei, wie die Abbildung zeigt, vom äußeren Endpunkt des Stromfadens aus gemessen werden, also die Vorzeichen beider Größen entgegengesetzt der bei der Ableitung stillschweigend gemachten Annahme gewählt werden, wodurch aber offenbar das Ergebnis nicht beeinflußt wird.

Gl. (20, 7) stimmt nahezu überein mit (19, 5). Das Verfahren gestaltet sich demnach beim doppelt gekrümmten Stromfaden ebenso wie bei der einfach gekrümmten Radialschaufel, nur daß der Wert $1/r \operatorname{tg} \beta$ in Abhängigkeit der abgewickelten Länge x der Flußlinie aufzutragen

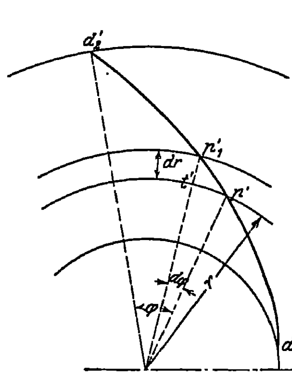


Abb. 48: Projektion des Schaufelschnittes im Grundriß.

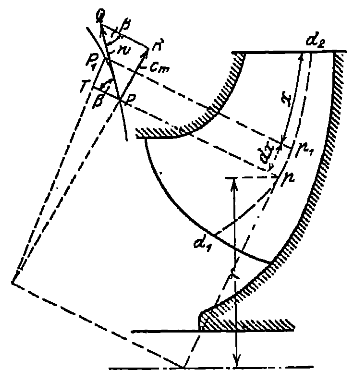


Abb. 49: Meridianschnitt.

Abb. 48 u. 49. Erläuterung zur punktweisen Berechnung des Schaufelschnittes $d_1\, d_2$.

ist, um den zu den einzelnen Längen x gehörigen Wert des Integrals zu erhalten. Die Werte $1/r \operatorname{tg} \beta$ ergeben sich mit Hilfe der aus dem Aufriß zu entnehmenden r, x-Kurve zusammen mit der β, x-Kurve. Letztere kann unmittelbar, unter Beachtung der bekannten Anfangs- und Endwinkel, angenommen werden. Sie kann aber auch aus einem anderen für den Verlauf der Schaufelfläche vorgeschriebenen Gesetz errechnet werden. Ist beispielsweise der Verlauf von w in Abhängigkeit von x angenommen, so können die Winkel β aus

$$\sin \beta = \frac{c_m}{w} \tag{20, 8}$$

und damit auch die Werte $1/r \operatorname{tg} \beta$ errechnet werden. Dabei ist der Verlauf von c_m aus dem Radumriß gemäß Gl. (19,7) bekannt.

Um in letzterem Fall die Benutzung der Verengungsziffer $t/(t-\sigma)$, die zur Ermittlung des Verlaufs von c_m nötig ist, zu vermeiden, kann man die der Gl. (19, 9) entsprechende Beziehung benutzen, nämlich

$$\sin \beta = \frac{s'}{t} + \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{w}, \tag{20, 9}$$

worin $(c_m)_{\text{netto}}$ die mit $s = 0$ sich ergebende Meridiangeschwindigkeit und s' die im Schnitt mit der Flußlinie erscheinende Wandstärke ist.

Die Werte s' entnimmt man einer in das Diagramm eingetragenen passenden Verbindungslinie zwischen den Anfangs- und Endwerten

s_1' und s_2', wobei s_1' aus (20, 2) und (20, 2a) sich errechnet und s_2 sich in ganz entsprechender Weise ergibt, wenn beachtet wird, daß in (20, 2a) λ_2' der Winkel zwischen Flußlinie und dem (nachher zu besprechenden) Axialschnitt ist. Es ist aber meist zulässig, $s_2' = s_2$ zu setzen, weil die Schaufelverengung am äußeren Umfang geringen Einfluß hat.

Aus den zusammengehörigen Werten von r und φ ergibt sich punktweise die Projektion $d_2' d_1'$ des Stromfadens im Grundriß. Für die anderen Stromfäden ist in gleicher Weise vorzugehen, wobei die Saug- oder Druckkante im Grundriß vorläufig anzunehmen ist. Das Verfahren gewährleistet eine stetige Gesamtfläche. Die erhaltene Schaufelfläche ist strenggenommen die Mittelfläche zwischen Vorder- und Rückenfläche der Schaufel, die sich im Modell durch Auftragen der halben Schaufelstärke nach beiden Seiten ergeben.

Das Verfahren führt verhältnismäßig schnell zum Ziel und hat den Vorzug, daß die Schaufelfläche eindeutig festliegt, wenn das zugrunde zu legende Gesetz bekannt ist. Die individuelle Auffassung des mit dem Aufzeichnen der Fläche Beauftragten ist also ausgeschaltet.

Werden in dieser Weise die Stromfäden im Grundriß von der angenommenen Schaufelkante aus aufgezeichnet, so ergibt sich die andere Kante im Grundriß als Verbindungslinie der Endpunkte. Auch hier kann man die Stromfäden im Grundriß beliebig um die Achse gegeneinander drehen. Es muß naturgemäß darauf geachtet werden, daß sich eine stetige Fläche durch sie hindurchlegen läßt, was durch den stetigen Verlauf einer Schaufelkante genügend gewährleistet ist. Durch eine entsprechende Drehung kann man insbesondere spitze Winkel zwischen Schaufel und Seitenwand vermeiden. Diese Winkel sind im Meridianschnitt näherungsweise aus den Winkeln zwischen der seitlichen Begrenzung und den jetzt zu besprechenden Axialschnitten ersichtlich. In Abschn. 24 ist eine Pumpenschaufel nach diesem Verfahren durchgebildet.

c) Tangenten. Weil es auf einen genauen Verlauf der Enden der Stromfäden ankommt, so empfiehlt es sich, dort die Tangenten einzutragen. Dies läßt sich graphisch, wie in Abb. 47 für den Punkt d_1 angedeutet ist, durch Zuhilfenahme des rechtwinkligen Dreiecks Abb. 47d leicht durchführen, das in Abb. 47c mit der Kathete $\Delta m'$ = Projektion von Δm wieder erscheint.

d) Axialschnitte und Schreinerschnitte. Hat man auf eine der beiden beschriebenen Arten die Projektionen sämtlicher Stromlinien gezeichnet, so ist der stetige Verlauf der erhaltenen Schaufelfläche zu prüfen. Dies geschieht zunächst dadurch, daß ein Büschel von axialen Schnittebenen $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ usw. verwandt wird (Abb. 63 oder Tafel I S. 146 Abb. 1 u. 2). Diese Axialschnitte sind im Grundriß als radiales Strahlenbündel gegeben. Das Aufzeichnen im Aufriß wird dadurch erleichtert, daß die Radien der Projektionen eines Punktes im Grund- und Aufriß gleich sind. Im zylindrischen Teil der Flußflächen, wo diese Bedingung versagt, kommt man mittels der Abwicklungen des Verfahrens a) bzw. mittels der φ, x-Linien des Verfahrens b) leicht zum

Ziel. Ist der notwendige allmähliche Übergang zwischen den erhaltenen Schnittlinien nicht vorhanden, so sind die Projektionen der Strombahnen entsprechend zu ändern. Diese Nachprüfung ist insbesondere beim Entwurf der Schaufel nach dem Verfahren a) notwendig, während bei der punktweisen Bestimmung der Schaufel der stetige Zusammenhang schon durch das Verfahren selbst in genügender Weise gewährleistet ist, so daß es sich hier nur um das Erkennen von Zeichenfehlern handeln kann.

Die Winkel λ'_a und λ'_i, unter denen die Schnittlinien $x\,y$ (Abb. 50) der Axialebenen und der Schaufelfläche auf die Seitenwände im Meridianschnitt auflaufen, sollten (wie schon erwähnt) nahe an 90° liegen, da sie gemäß (20, 2a) bei genügend kleinem β mit den wirklichen Winkeln λ_a und λ_i zwischen Schaufelfläche und Seitenwand nahezu übereinstimmen. Auf diese Weise wird vermieden, daß spitze Ecken in den Laufkanälen entstehen. Besonders an der Saugkante ist die Beachtung dieser Regel mit Rücksicht auf die Saugfähigkeit wichtig. Dementsprechend sind die Projektionen der Stromlinien im Grundriß um die Achse gegeneinander zu drehen und damit die Schräglage der Druckkante gegen den Umfang zu wählen. Dieser Gesichtspunkt der Vermeidung spitzer Eckwinkel innerhalb der Schaufelkanäle ist wichtiger als der des radialen Verlaufs der Schaufelkante im Grundriß. Der letztere muß schon deshalb zurücktreten, weil ein schräger Verlauf der Saugkante im Grundriß den Vorteil bietet, daß die zur Schaufelkante senkrechte Komponente der relativen Eintrittsgeschwindigkeit verringert und deshalb die Gefahr der Kavitation (bzw. der Überschreitung der Schallgeschwindigkeit) verkleinert wird [*IV*, *18*, S. 100, 201; *IV*, *21* Nr. 988].

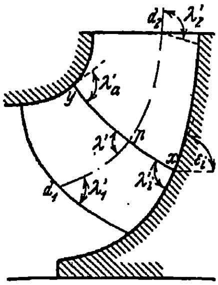


Abb. 50. Erläuterung einiger Bezeichnungen.

Die Herstellung der Modelle für die Schaufel in der Werkstatt erfolgt entweder unmittelbar nach den besprochenen Axialschnitten oder häufiger dadurch, daß entsprechend zugeschnittene Bretter gleicher Dicke, deren Ebenen senkrecht zur Achse sind, aufeinander geleimt werden. Um die Kurven anzugeben, nach denen diese Bretter begrenzt sein müssen, werden zum Schluß im Grundriß die Schnittlinien der Schaufelflächen durch Ebenen senkrecht zur Achse — *die Schreinerschnitte* — (Linien 1 bis 14, Tafel I S. 146) gezeichnet.

Der gegenseitige Abstand der Schnittebenen ist gleich der Dicke der in der Schreinerei zu verwendenden Bretter. Auch der Verlauf dieser Linien läßt erkennen, ob eine stetige Fläche vorliegt oder nicht.

Werden die Schaufeln oder ihre Preßgesenke gegossen, so muß in der Zeichnung das Schwindmaß berücksichtigt werden.

Weitere Einzelheiten sind bei der Durchrechnung der Zahlenbeispiele für Kreiselpumpen in Abschn. 24 und für Francis-Turbinen in Abschn. 25 angegeben, wobei allerdings die Schnelläufigkeit etwas höher ist, als bisher angenommen wurde.

21. Schnelläufer, gekennzeichnet durch die Schräglage der Druckkante der Schaufel im Meridianschnitt.

Die achsparallele Lage der Druckkante der Laufschaufel im Meridianschnitt ist nach Abschn. 11 bei weit getriebener Schnelläufigkeit nicht mehr möglich. Die Notwendigkeit der Schräglage ist in der Rechnung daran zu erkennen, daß der mit dem anzunehmenden Winkel β_2 errechnete Raddurchmesser D_2 nahezu gleich dem Saugdurchmesser D_s geworden ist oder ihn gar unterschritten hat. Hinsichtlich der Wahl der Schräglage, d. h. der Punkte a_2 und i_2 (Abb. 51 und 52) sind die Gesichtspunkte bei Turbinen und Pumpen etwas verschieden, weil die Winkel β_2 und die Ausführungsform der Leitvorrichtung verschieden sind. In beiden Fällen müssen wir beachten, daß nach Abschn. 10 (Abb. 25a) der Winkel β_2 mit wachsendem r_2 abnimmt, weil nach Abb. 8a

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}}. \qquad (21,1)$$

Im Normalfall $\alpha_0 = 90°$ ist $c_{2u} = g\,H_{\text{th}\infty}/u_2$, also

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{r_2\,\omega - \dfrac{g H_{\text{th}\infty}}{r_2\,\omega}}. \qquad (21,1a)$$

Hierin nehmen wir bei der Turbine $H_{\text{th}\infty} = H_{\text{th}} = H\,\eta_h$, obwohl wir uns bei dieser hohen Schnelläufigkeit vorbehalten, später (s. S. 150ff.)

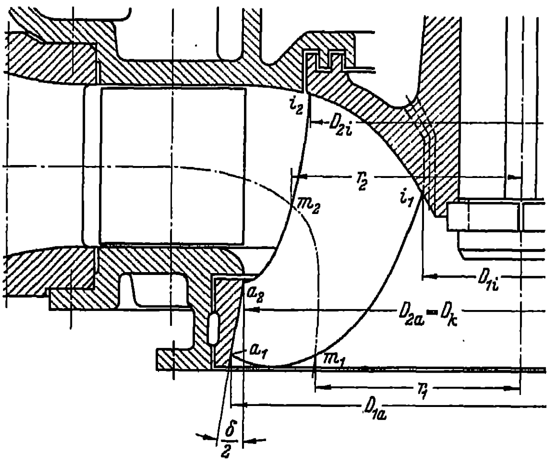


Abb. 51. Schnelläufiges Rad einer FRANCIS-Turbine.

die Auseinanderstellung der Schaufeln in irgendeiner Weise zu berücksichtigen. Bei der Pumpe setzen wir nach Abschn. 7 $H_{\text{th}\infty} = H_{\text{th}}\,(1 + p) = \frac{H}{\eta_h}(1 + p)$ mit $p = \psi'\,r_2^2/z\,S$.

Bei der *Wasserturbine* ist jetzt der Winkel $\beta_2 = 90°$, der die kürzesten Kanäle liefert, nur im Punkt i_2 möglich, wenn dort stumpfe Winkel vermieden werden sollen, was wünschenswert ist. Damit liegt der

Durchmesser D_{2i} fest (Abb. 51). Längs der schrägliegenden Druckkante verkleinert sich β_2 von i_2 nach a_2 gemäß (21, 1a). (Aus zeichnerischen Gründen empfiehlt es sich, den Winkel bei i_2 etwas kleiner als 90° zu nehmen.) Hinsichtlich der Radbegrenzung ist bei diesen schnelllaufenden Turbinenrädern noch folgendes zu beachten.

Die Regelung der vollbeaufschlagten Wasserturbine erfolgt, wie aus Abb. 3a u. b oder 71 zu erkennen ist, durch Drehung der Leitschaufeln. Deshalb müssen die Seitenwände des Leitrades in parallelen Ebenen liegen, die auf der Drehachse senkrecht stehen. Weil nun aber bei den vorliegenden hohen spezifischen Drehzahlen $D_{2a} \approx D_{1a}$, so führt dies zu einer scharfen Abkrümmung der äußeren Radwand am Punkte a_2 von der radialen in die axiale Richtung. Dadurch kommt einerseits die Druckkante der Laufschaufel in eine Zone starker Krümmung der Stromfäden (Abb. 51). Andererseits entsteht zwangsläufig eine Einschnürung des Durchströmquerschnittes beim Durchmesser D_k (der in Abb. 51 mit D_{2a} zusammenfällt, weil a_2 an das Ende der Krümmung gelegt ist) und auf den wieder eine Erweiterung folgt (Tafel I, S. 146). Der Erweiterungswinkel $\delta/2$ sollte höchstens 15° betragen, welcher Wert aber nur bei den extremen Schnelläufern mit $n_q > 72$ ($n_s > 240$) in Frage kommt. Er ist möglichst klein zu halten. Den Durchmesser D_{2a} wählt man schon mit Rücksicht auf Raumbedarf und Anlagekosten so klein als der durch den Auslaßwert ε^2 bedingte Durchmesser D_{1a} gestattet.

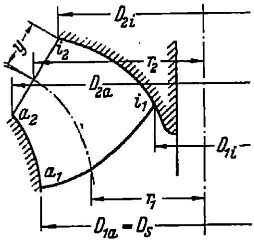


Abb. 52. Schnellläufiges Pumpenrad (Halbaxialschaufel).

Bei der *Pumpe* ist die Notwendigkeit der Schräglage der Druckkante nicht in dieser einfachen Weise ersichtlich, weil durchgängig kleine Winkel β_2 verwendet werden, die zwischen den weiten Grenzen 15 und 45° (nur ausnahmsweise bis 90°) sich bewegen. Hier ist man auch in der Wandführung freier als bei der Turbine, weil keine Drehschaufeln verwendet werden (Abb. 52 oder 64), zudem nur das Spiralgehäuse oder das axiale Leitrad als Leitvorrichtung in Betracht kommt. Die Radwände können also außen auch halbaxial endigen. Somit ist keine Verengung in Radmitte in Kauf zu nehmen. Der bei der Turbine erwähnte Erweiterungswinkel δ ist also stets Null, und der Durchströmquerschnitt geht ohne Einschnürung vom Einlauf in den Auslauf über.

Man wird im übrigen die Lage der Schaufelkanten nach folgenden Gesichtspunkten richten können:

1. Die äußere Flußlinie $a_1 a_2$ darf gegenüber der inneren Flußlinie $i_1 i_2$ nicht zu kurz sein.

2. Längs der äußeren und inneren Flußlinie $a_1 a_2$ und $i_1 i_2$ soll die Relativgeschwindigkeit sich gleichsinnig ändern. Sie soll sich also beide Male entweder verzögern oder beschleunigen.

3. Die Winkel zwischen Schaufelfläche und Seitenwand, die nach S. 121 an den Axialschnitten zu erkennen sind, müssen möglichst steil werden.

Hat man bei *Turbinen* oder *Pumpen* nach den erwähnten Gesichtspunkten den Meridianschnitt mit den Schaufelkanten in erster Näherung entworfen, so ist das Strombild des Meridianschnittes in Anlehnung an das S. 114 Gesagte zu zeichnen. Dabei ist aber zu berücksichtigen, daß die Druckkante in der Krümmungszone der Flußlinien liegt und deshalb c_{2m} bei a_2 größer ist als bei i_2. Für die ideale Flüssigkeit hätte dies unter bestimmten Voraussetzungen[1] durch Entwurf des Strombildes der Potentialströmung nach den in [*III*, *1*] angegebenen Regeln zu geschehen. Dabei ergeben sich aber längs der Druckkante so beträchtliche Geschwindigkeitsunterschiede, wie sie unwahrscheinlich sind. Da zudem ein verhältnismäßig großer Zeitaufwand für die Ermittlung des Strombildes der Potentialströmung erforderlich ist, so sind einfachere Näherungsverfahren am Platz.

Hierbei geht man so vor, daß man längs der einzelnen Normallinie im Bereich der Saugkante gleich große Geschwindigkeit, im Bereich der Druckkante aber eine den vorliegenden Krümmungsverhältnissen angepaßte Geschwindigkeitsverteilung annimmt und dementsprechend die Flußlinien einzeichnet. Ein solches passendes Verteilungsgesetz für die Meridiangeschwindigkeit im Bereich der Druckkante liefert nach [*III*, *1*, S. 45 und 194] die Gleichung

$$ln \frac{c_{3m}}{c_{3mi}} = \frac{y}{\mu \varrho_i}\left[\frac{y}{2l}\left(\frac{\varrho_i}{\varrho_a} - 1\right) + 1\right] \qquad (21, 2)$$

Wir wenden diese Gleichung kurzerhand auf den Verlauf der Druckkante an, behandeln diese also als Normallinie, obwohl sie im allgemeinen keine solche ist. Dementsprechend bezeichnet in (21, 2)

c_{3mi}, c_{3m} die Meridiangeschwindigkeiten bei i_2 bzw. in der Entfernung y von i_2, gemessen auf der Druckkante (Abb. 52),

ϱ_i, ϱ_a die Krümmungshalbmesser im Meridianschnitt der Seitenwände bei i_2 und a_2,

y das abgewickelte Stück der Druckkante zwischen i_2 und dem betrachteten Punkt,

l die abgewickelte Länge der Druckkante $i_2\,a_2$,

$\mu \approx 3$ bis 5 eine Berichtigungszahl, die dem Umstand Rechnung trägt, daß infolge Grenzschichtanhäufung und Auseinanderstellung der Schaufeln[1] die Meridianströmung den Charakter einer achsensymmetrischen Potentialströmung weitgehend verliert.

Mit $y = l$ ergibt (21, 2) für das Verhältnis der Meridiangeschwindigkeiten an den Seitenwänden:

$$ln \frac{c_{3ma}}{c_{3mi}} = \frac{l}{2\,\mu \varrho_i}\left(\frac{\varrho_i}{\varrho_a} + 1\right). \qquad (21, 3)$$

Man trägt nun das Verhältnis $c_{3m}/c_{3mi} = \nu$ aus (21, 2) über der abgewickelten Druckkante als Verteilungskurve auf (Abb. 65 oder Abb. 3 Tafel II S. 147). Die Druckkante ist dann durch Probieren so zu

[1] Vgl. Fußnote [1], S. 114.

unterteilen, daß das Produkt $\Delta b_2 r_2 \nu$ für die verwendeten Teilströme gleich ist. Dabei ist ν aus der Verteilungskurve zu dem jeweiligen Wert y zu entnehmen, welcher im Mittelpunkt des mit Δb_2 in die Stromröhre einbeschriebenen Kreises vorhanden ist. r_2 ist der Achsenabstand des Mittelpunktes dieses Kreises. Da $V = \Sigma (2 \pi r_2 \Delta b_2 c_{3mi} \nu)$, so folgt der Betrag von c_{3mi} aus

$$c_{3mi} = \frac{V}{2 \pi \Sigma r_2 \Delta b_2 \nu}, \tag{21, 4}$$

womit die Geschwindigkeit $c_{3m} = \nu c_{3mi}$ an beliebiger Stelle der Druckkante gegeben ist. Man zeichnet nun die Flußlinien so ein, daß sie in passender Entfernung von der Druckkante in das einfache Strombild, welches gleichbleibendes c_m längs jeder Normallinie aufweist, zwangslos einmünden. Da es allein auf die Bereiche der Eintritts- und Austrittskante ankommt, braucht man nur wenig Zwischenkontrollen. Es genügt ein stetiges Gesamtbild. Jetzt können die Schaufelwinkel β_1 in der im vorausgegangenen Abschnitt angegebenen Weise berechnet werden. Die Winkel β_2, die naturgemäß in der zugehörigen Flußfläche zu messen sind, errechnen sich für einen beliebigen Punkt der Druckkante der Schaufel mit dem Halbmesser r_2 aus (21, 1a).

Die Veränderung von β_2, c_{3m} und r_2 längs der Druckkante ergibt entsprechend verschiedene Geschwindigkeitspläne (Abb. 67 oder Tafel II S. 147, Abb. 1).

Die im Fall der Pumpe wichtige Minderleistungsziffer der Gl. (7, 11)

$$p = \frac{\psi' r_2^2}{z S} \tag{21, 5}$$

ist im allgemeinen für jede Flußlinie verschieden, weil sowohl r_2 wie S sich ändern. Die vorhandenen Unterschiede sind bei der Berechnung von β_2 möglichst zu berücksichtigen, wie in dem Zahlenbeispiel (s. S. 138 ff.) gezeigt werden wird.

Auch im Fall der Turbine ist bei diesen Schnelläufern eine Winkelübertreibung angebracht, über deren Durchführung in Abschn. 25 Angaben gemacht werden.

Sind hiernach die Winkel β_2 für die betrachteten Flußlinien berechnet, so können die Projektionen der Stromlinien im Grundriß in gleicher Weise gezeichnet werden, wie für den Mittelläufer in Abschn. 20 beschrieben ist. Bei extremer Schnelläufigkeit wird die Außenwand weggelassen, weil ihre Reibung stärker ins Gewicht fällt als der in Kauf zu nehmende zusätzliche Spaltverlust.

Wir haben bis jetzt die Entwicklungsformen des Radialrads behandelt, die also dadurch gekennzeichnet sind, daß der Saugmund an ein geschlossenes Saugrohr für die Zu- oder Abführung des Wassers angeschlossen werden kann. Sinngemäß müßte die Behandlung der entsprechenden Schaufelformen des Axialrades folgen, wie sie in Abb. 28 bereits überschläglich abgeleitet worden sind. Da hier aber teilweise andere Rechenverfahren gewählt werden müssen, so sollen diese Räder später (Hauptabschnitt G) zusammenfassend betrachtet werden.

C. Ausführungsbeispiele von Laufrädern.

In diesem Hauptabschnitt soll die Anwendung der abgeleiteten Verfahren an praktischen Beispielen erläutert und bei dieser Gelegenheit auch die Besonderheit besprochen werden, die bei den einzelnen Arten von Strömungsmaschinen vorliegt.

22. Kreiselpumpe mit einfach gekrümmter Radialschaufel.

In Abschn. 10 bzw. 16 haben wir festgestellt, daß bei Radialpumpen für Wasserförderung negativ gekrümmte Schaufeln mit Winkeln $\beta_2 < 45°$ und kleinen Einlaufziffern ε am Platze sind.

Übungsbeispiel: Zu berechnen ist das Laufrad einer Pumpe für $V = 16$ l/s $= 0{,}016$ m³/s, $H = 96$ m bei $n = 1450$ U/min ($\omega = \pi\, n/30 = 151{,}8$) (vgl. auch Abb. 53—56).

Da $n_q = n\,\sqrt{V}/H^{3/4} = 1450\,\sqrt{0{,}016}/96^{3/4} = 5{,}98$ weit unter den im Abschn. 11 als ausführbar angegebenen Zahlen liegt und partielle Beaufschlagung bei Pumpen nicht in Frage kommt, so muß zur Mehrstufenanordnung gegriffen werden. Strebt man ein Rad mit $n_q = 20$ an, so folgt die Stufenzahl i aus

$$i^{3/4} \cdot 5{,}98 = 20$$

$$i = \left(\frac{20}{5{,}98}\right)^{4/3} = 4{,}99 \approx 5,$$

also Stufenförderhöhe $\Delta H = \dfrac{H}{i} = \dfrac{96}{5} = 19{,}2$ m.

Die weitere Rechnung schließt sich eng an die Angaben in Abschn. 18 an. (Berechnung der größten Saughöhe am Schluß des Beispiels.)

Der rechnungsmäßige Förderstrom betrage $V' = 1{,}05 \cdot 0{,}016 = 0{,}0168$ m³/s.

α) *Saugkante.* Unter Annahme eines Wirkungsgrades $\eta = 0{,}7$ ergibt sich die Wellenleistung $N = \dfrac{16 \cdot 96}{75 \cdot 0{,}7} = 29{,}3$ PS. Damit wird nach (17, 3) der Wellendurchmesser $d = 14{,}4\,\sqrt[3]{N/n} = 4{,}0$ cm, welcher Wert wegen der Verschwächung durch Keilnuten auf 42 mm erhöht werden soll. Dies bedingt den Nabendurchmesser $d_n = 52$ mm. Die Einlaufziffer ε muß an der unteren Grenze der in (16, 9) angegebenen Werte genommen werden. Da $\alpha_0 = 90°$, so ergibt sich, weil $C = \sqrt{2g\,\Delta H} = 19{,}38$ m/s mit $\varepsilon = 0{,}11$ der Wert $c_s = c_0 = 0{,}11 \cdot 19{,}38 = 2{,}13$ m/s. Damit erhält man aus (18, 1) $D_s = 0{,}113$ m $= 113$ mm.

Nimmt man D_1 wenig größer, also $= 120$ mm, und $c_0 = c_s = 2{,}13$ m/s, so ist nach (18, 2), wo $c_{0m} = c_0$, die Radbreite

$$b_1 = \frac{0{,}0168}{\pi \cdot 0{,}12 \cdot 2{,}13} = 0{,}0209 \text{ m} = 21 \text{ mm}.$$

Da ferner $u_1 = \omega D_1/2 = 9{,}1$ m/s, so könnte nach Annahme der Verengungsziffer $t_1/(t_1 - \sigma_1)$ der Winkel β_1 aus (18, 6) berechnet und anschließend die Verengungsziffer berichtigt werden. Wir wollen diese Annahme mit späterer Berichtigung umgehen, indem wir auf (18, 6a) Bezug nehmen. Schätzen wir die Schaufelzahl $z = 7$, so wird $t_1 = \pi \cdot 120/7 = 53{,}8$ mm und mit $s_1 = s_2 = 3$ mm gibt (18, 6a) unmittelbar

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{2{,}13}{9{,}1} + \frac{3}{53{,}8}\sqrt{1 + \left(\frac{2{,}13}{9{,}1}\right)^2} = 0{,}2913$$
$$\beta_1 = 16^\circ\, 20'.$$

Nachprüfung der Schaufelzahl nach (18, 7) mit $k = 6$, wenn vorläufig $D_2 = 2\, D_1$ und $\beta_2 = 26^\circ$ geschätzt wird, ergibt $z = 6{,}5 \approx 7$, in Übereinstimmung mit der Annahme.

β) *Druckkante.* Der Wirkungsgrad der Pumpe ist oben zu 70 % angenommen worden. Werden Spaltverluste, Radreibung und Lagerreibung ausgeschieden[1], so kann ein Schaufelwirkungsgrad $\eta_h = 83$ % erwartet werden. Demnach ist $\Delta H_{\text{th}} = 19{,}2/0{,}83 = 23{,}1$ m. Da bei Pumpen stets die Minderleistung infolge der Auseinanderstellung der Schaufeln zu berücksichtigen ist, so ist auf die Ergebnisse von Abschn. 7 Bezug zu nehmen. Die vorläufige Annahme von $r_2/r_1 = 2$ gibt nach (7, 16) $p = 8/3 \cdot \psi'/z$ und mit $\psi' = 0{,}85$, $p = 0{,}324$, also $\Delta H_{\text{th}\infty} = 1{,}324 \cdot 23{,}1 = 30{,}6$ m. Nunmehr wird nach (18, 8), wenn bei diesem Langsamläufer im Gegensatz zu den anderen Radformen c_{2m} etwas kleiner als c_0 genommen, nämlich $c_{2m} = 0{,}9\; c_0 = 0{,}9 \cdot 2{,}13 = 1{,}92$ m/s gewählt wird,

$$u_2 = \frac{1{,}92}{2 \cdot \operatorname{tg} 26^\circ} + \sqrt{\left(\frac{1{,}92}{2 \operatorname{tg} 26^\circ}\right)^2 + g \cdot 30{,}6} = 19{,}4 \text{ m/s}.$$
$$D_2 = \frac{2\,u_2}{\omega} = \frac{2 \cdot 19{,}4}{151{,}8} = 0{,}256 \text{ m} = 256 \text{ mm}.$$

Da demnach $r_2/r_1 > 2$, kann nach der im Anschluß an Gl. (7, 16) gemachten Bemerkung das Ergebnis beibehalten werden.

Die Verengungsziffer beträgt, weil $t_2 = 256\,\pi/7 = 115$ mm, $\sigma_2 = 3/\sin\beta_2 = 3/0{,}4384 = 6{,}85$ mm, $t_2/(t_2 - \sigma_2) = 115/108{,}2 = 1{,}06$, so daß $b_2 = \frac{0{,}0168 \cdot 1{,}06}{\pi \cdot 0{,}256 \cdot 1{,}92} = 0{,}0115 \text{ m} = 11{,}5 \text{ mm}.$

Das Rad ist in Abb. 53 und 54 dargestellt. Oberhalb der waagerechten Mittellinie ist die Kreisbogenschaufel nach Verfahren a) Abschn. 19 und unterhalb der Mittellinie die punktweise berechnete Schaufel nach Verfahren b) gezeichnet.

Für beide Schaufeln ist der gleiche Meridianschnitt verwendet, der sich aus einem linearen Verlauf der Meridiangeschwindigkeit

$$(c_m)_{\text{netto}} = \frac{V'}{2\,\pi\, r\, b} \tag{22, 1}$$

[1] Wobei man sich meist durch Schätzung behilft. Die genaue Berechnung ermöglicht Gl. (3, 8).

zwischen den gegebenen Grenzwerten c_0 und $c_{3m} = c_{2m}(t_2 - \sigma_2)/t_2$ in Abhängigkeit von r ergibt (Abb. 55).

Die Kreisbogenschaufel ist in Anlehnung an die Darlegungen S. 105 gemäß der Form A so gezeichnet, daß der Einlaufkreis aus E_1 mit einem um 20% größeren Halbmesser geschlagen ist, als der aus E zu schlagende Ersatzkreis der archimedischen Spirale besitzen würde (Erzeugungskreis hat $d_1 = D_1 \sin\beta_1 = 31{,}5$mm). Der Übergangspunkt zum zweiten Kreis liegt etwas vor dem Anfang des eigentlichen Kanals. Vergleichsweise sind auch von 2 weiteren Schaufeln die Mittellinien B und C eingetragen, wo C nach den Angaben der Fußnote[1], also einem einzigen Kreisbogen verläuft und B mit dem genauen Ersatzkreis der archimedischen Spirale aus E gezeichnet ist. Wie zu erwarten ist, fällt die erste Schaufel wesentlich kürzer und die andere wesentlich länger aus. Die erstere gibt nach neueren Versuchen den

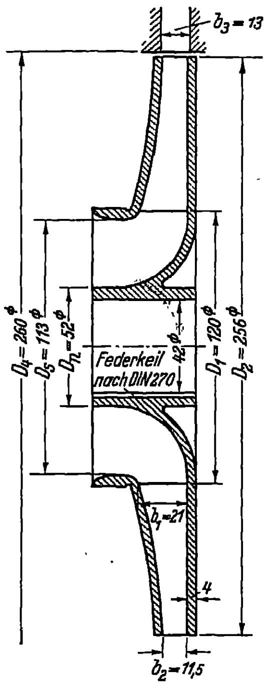


Abb. 53: Meridianschnitt.

[1] Aus Gl. (19, 2) erhält man den Halbmesser $\varrho = 111{,}2$ mm. Man kann auch folgende graphische Bestimmung benutzen (Abb. 57): Antragen des Winkels $\beta_1 + \beta_2$ in O an den beliebigen Radius OG. Ziehen einer Geraden GK durch den Schnittpunkt K des freien Schenkels dieses Winkels mit dem Eintrittskreis bis zum zweiten Schnittpunkt B. Mittellot auf GB, welches im Schnitt mit dem freien Schenkel des an GO in G angetragenen Winkels β_2 den gesuchten Mittelpunkt M ergibt.

Die gleiche Konstruktion gilt auch bei Vorwärtskrümmung oder axialer Beaufschlagung, gleichgültig, ob die Punkte B und K ihre Lage vertauschen und der Punkt M auf die andere Seite von GB fällt.

Die Richtigkeit der Konstruktion folgt daraus, daß $\beta_1 + \beta_2 + \varphi = \sphericalangle OKB = \sphericalangle OBK$, $\beta_2 + \varphi = \sphericalangle MGB = \sphericalangle MBG$, also durch Subtraktion $\beta_1 = \sphericalangle OBK - \sphericalangle MBG = \sphericalangle OBM$.

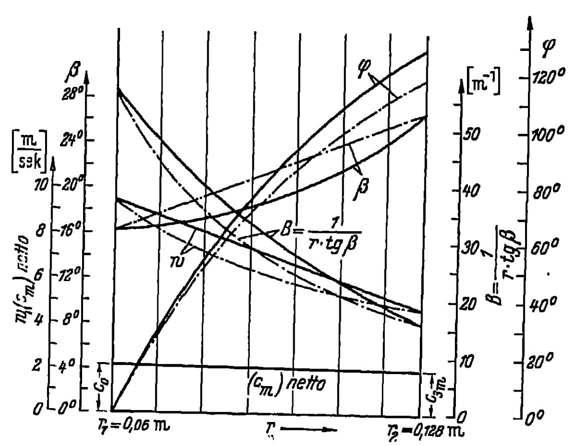


Abb. 55: Schaubild zur punktweise berechneten Schaufel.

Abb. 53-56. Laufrad zum

besseren Wirkungsgrad, der auch dem des Verlaufes *A* nicht nachstehen dürfte.

Die *punktweise errechnete Schaufel D* ist (gemäß Abb. 55) nach einer

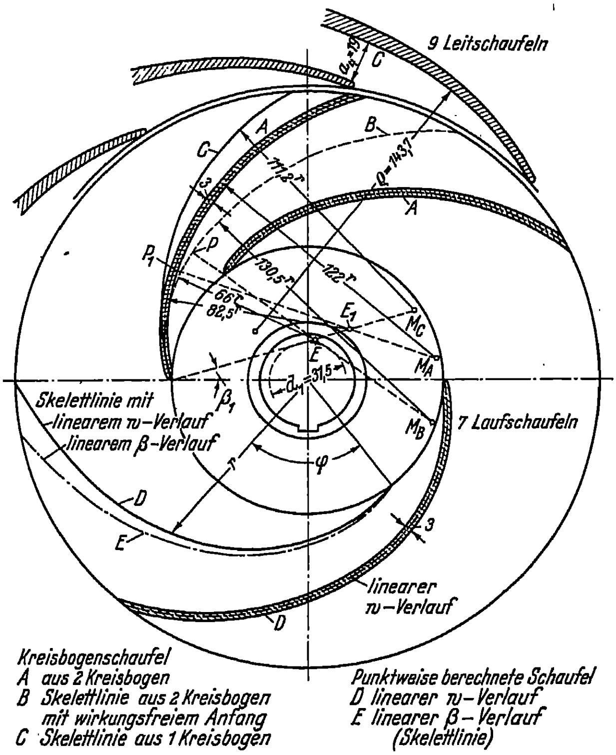


Abb. 54: oberer Teil: Kreisbogenschaufel; unterer Teil: Punktweise errechnete Schaufel für linearen w-Verlauf und linearen β-Verlauf. Letzterer strich-punktiert.

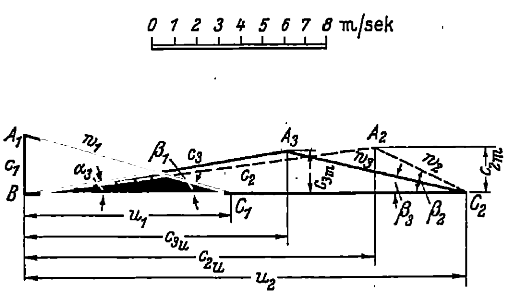


Abb. 56: Geschwindigkeitsplan.

geraden $w(r)$-Linie ermittelt und der Verlauf von β aus (19, 9) mit $s = 3$ mm bestimmt. Die Anfangs- und Endwerte der w-Linie sind

$$w_1 = \frac{u_1}{\cos\beta_1} = \frac{9{,}1}{\cos 16^\circ 20'} = 9{,}48 \text{ m/s},$$

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\sin\beta_2} = \frac{1{,}92}{\sin 26^\circ} = 4{,}38 \text{ m/s}.$$

ıbeispiel S. 126ff.

Die Berechnung der Polwinkel $\varphi(r)$ geschieht tabellarisch in folgender Aufstellung:

r	b	$(c_m)_{\text{netto}}$	w	t	β aus Gl. (19, 9)	$B = 1/r\,\text{tg}\,\beta$	$\Delta f = \frac{\Delta r}{2}(B_n + B_{n-1})$	$\Sigma\Delta f$	$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi}\Sigma\Delta f$
m	mm	m/s	m/s	mm	Grad	m^{-1}	—	—	Grad
0,060	21,0	2,12	9,48	53,8	16,3	57,3	0,0000	0,000	0,0
0,070	18,4	2,075	8,73	62,8	16,6	47,9	0,5260	0,526	30,0
0,080	16,5	2,031	7,98	71,8	17,2	40,3	0,441	0,967	55,5
0,090	15,0	1,986	7,23	80,8	18,2	33,8	0,3705	1,3375	76,6
0,100	13,7	1,941	6,48	89,7	19,5	28,2	0,310	1,6475	94,3
0,110	12,7	1,896	5,75	98,7	21,2	23,4	0,258	1,9055	109,0
0,120	12,0	1,851	4,98	107,7	23,6	19,1	0,2125	2,118	121,0
0,128	11,5	1,810	4,38	114,9	26,0	16,0	0,1405	2,2585	129,1

Die zusammengehörigen Werte von r und φ ergeben den voll ausgezogenen Schaufelverlauf in der unteren Hälfte von Abb. 54. Vergleichsweise ist die Schaufelberechnung auch unter Zugrundelegung eines geraden β-Verlaufs (Abb. 55) durchgeführt (strichpunktierte β-Linie, wobei in obiger Tabellenrechnung die Spalten für b, $(c_m)_{\text{netto}}$, w und t überflüssig sind). Man sieht, daß diese Schaufel kürzer ist, als die des geraden w-Verlaufs. Sie ist wahrscheinlich auch günstiger.

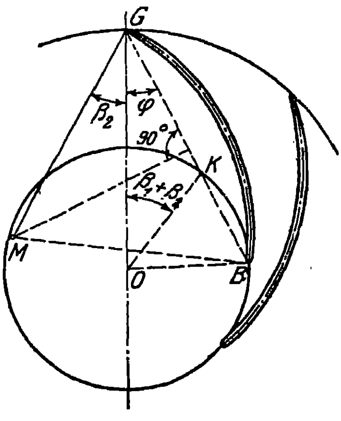


Abb. 57. Kreisbogenschaufel aus einem einzigen Kreisbogen.

Der Verlauf der in der Tabellenrechnung erscheinenden Größen ist in Abb. 55 eingetragen, wobei Unstetigkeiten etwaige Rechenfehler erkennen lassen.

Die Geschwindigkeitsdreiecke sind für die Saug- und Druckkante aus Abb. 56 ersichtlich.

γ) *Ergänzende Betrachtungen.* Die w-Kurve der aus 1 Bogen gezeichneten Kreisbogenschaufel, die nach neueren Erfahrungen die günstigste Form darstellt, ist aus der Zeichnung mittels (19, 9) rückwärts ermittelt und des Vergleichs halber in Abb. 55 strichpunktiert eingetragen. Würde sie zugrunde gelegt, so würde das zweite Verfahren genau die Kreisbogenschaufel liefern. Der Verlauf der aus mehreren Kreisen zusammengesetzten Kreisbogenschaufel würde an den Übergangsstellen der Kreisbogen Unstetigkeiten zeigen.

Die Radreibung des einzelnen Rades beträgt gemäß (3, 10) mit $\gamma = 1000\ \text{kg/m}^3$

$$N_r = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 19{,}4^3 \cdot 0{,}256^2 = 0{,}575\ \text{PS}.$$

Also macht die Radreibung der 5 Räder von der gesamten Wellenleistung $5 \cdot 0{,}575/29{,}3 = 0{,}098 \approx 10\,\%$ aus, welcher hohe Betrag auf die langsamläufige Radform und das kleine β_2 zurückzuführen ist.

Die größte *Saughöhe* berechnet sich nach (13, 10) mittels der Saugzahl $S = 2{,}4$ und $A = 10$ m, $H_t \approx 0{,}2$, $k = 1 - (52/113)^2 = 1 - 0{,}21 = 0{,}79$ aus

$$(H_s')_{\max} = 10 - 0{,}2 - \left[14{,}5^2 \frac{0{,}016}{0{,}79 \cdot 2{,}4}\right]^{2/3} = 10 - 0{,}2 - 1{,}52$$
$$= 8{,}28 \text{ m},$$

ist also sehr hoch.

23. Einstufiges Gebläse.

Nach Abschn. 10 wird bei Gasverdichtern die Schaufel im Mittel etwas steiler gestellt als bei Wasserpumpen. Der Winkel β_2 ist $\gtrless 50°$. Ebenso ist nach Abschn. 16 auch β_1, d. h. die Einlaufziffer ε erheblich größer und zwar etwa doppelt so groß.

Übungsbeispiel: Zu berechnen ist das auf freiem Wellenende sitzende Laufrad eines einstufigen Gebläses für 330 m³/min Förderstrom, 2200 mm WS (oder kg/m²) Förderdruck gegen die freie Atmosphäre, Antrieb durch Elektromotor unter Zwischenschaltung eines Getriebes, so daß die Drehzahl frei gewählt werden kann. Barometerstand $b_a = 760$ mm QS bei einer Außentemperatur[1] von 20°C. (Abb. 58 bis 59 b).

Atmosphärendruck p_a in kg/cm² $= b_a/735{,}5 \cdot (1 - 0{,}000163\ t) = 1{,}03$ kg/cm² bei[2] einer Außentemperatur von $t = 20$°C.

Infolge des Druckverlustes in der Saugleitung, geschätzt zu 1 % des Absolutwertes, der Erwärmung der Luft darin um etwa 3° auf 23° und infolge des zu 6 % angenommenen Sicherheitszuschlages beträgt der in die Rechnung einzuführende Förderstrom

$$V_s' = \frac{1{,}06}{0{,}99} \cdot \frac{273 + 23}{273 + 20} \cdot \frac{330}{60} = 5{,}95 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Ferner ist

Druck im Saugstutzen: $p_S = p_a \cdot 0{,}99 = 1{,}03 \cdot 0{,}99 = 1{,}02$ kg/cm²

Druck im Druckstutzen: $p_D = p_a + 2200 \cdot 10^{-4} = 1{,}25$ kg/cm².

Temperatur im Saugstutzen: $T_S = 273 + 23 = 296°$ K.

Um zu hohe Drehzahlen zu vermeiden, wählen wir das langsamläufige Radialrad, also mit einem Radienverhältnis $r_2/r_1 = 2$, und bestimmen die zugehörige Drehzahl[3]. Die Förderhöhe ist in diesem Beispiel mit Absicht so gewählt, daß die Dichteänderung zwar in Erscheinung tritt, aber ohne Nachteil vernachlässigt werden kann.

α) *Berechnung unter Vernachlässigung der Dichteänderung im Rad.* Wird in Gl. (2, 1) $c_S = c_D$ genommen, so wird $H = h_p = h_{ad}$, also nach

[1] Die Außentemperatur ist an der oberen, zu erwartenden Grenze genommen, um die Sicherheit der Rechnung zu erhöhen. Der Barometerstand sollte dagegen gleich dem kleinsten auftretenden Wert gewählt werden.

[2] Der Beiwert 0,000163 ist gleich dem Unterschied der Temperaturausdehnungsziffer zwischen Quecksilber und dem Messing des Ablesemaßstabes, nämlich $(0{,}181 - 0{,}0184)\, 10^{-3}$.

[3] Dies könnte abgekürzt auch durch Vorschreiben eines passenden n_q geschehen.

(2, 8), weil dort $427\,c_p = 103$,

$$H = 103 \cdot 296 \left[\left(\frac{1,25}{1,02}\right)^{0,4/1,4} - 1\right] = 1820\ \text{m}$$

und mit $\eta_h = 0{,}84$, $H_{th} = H/\eta_h = 2165$ m. In $c_s = \varepsilon\sqrt{2gH}$ ist ε bei Luftförderung nahe an der oberen Grenze der in Gl. (16, 9) angegebenen Werte, nämlich zu 0,25 gewählt, entsprechend $c_s = 47{,}3$ m/s. Wegen der fliegenden Lagerung sei $d_n \approx 0$, womit nach (18,1) $D_s = 0{,}400$ m, mithin $D_1 \approx D_s + 30 = 430$ mm. Da die Drehzahl unbekannt ist, muß jetzt

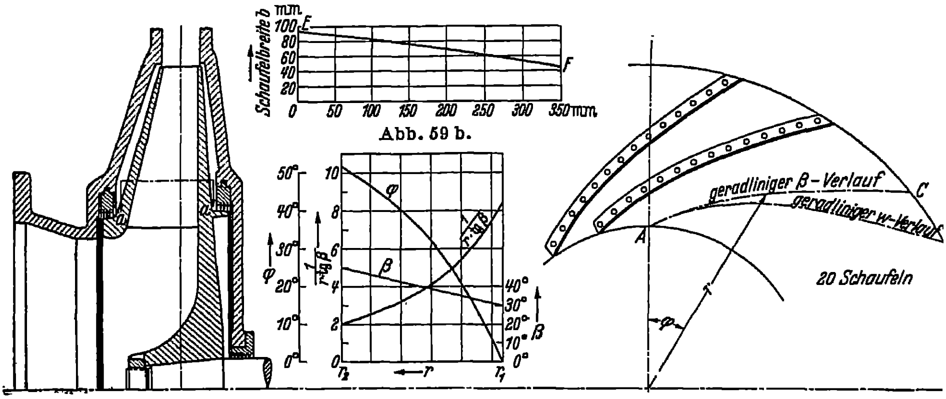


Abb. 58. Abb. 59a. Abb. 59.

Abb. 58: Querschnitt. Abb. 59: Schaufelverlauf. Abb. 59a: Schaubild für punktweise Errechnung. Abb. 59 b: Abwicklung der Schaufel.
Abb. 58-59 b. Laufrad eines einstufigen Verdichters mit eingenieteten Blechschaufeln, nach Abschn. 23.

die Umfangsgeschwindigkeit u_2 ermittelt werden. Die Radform sei die des normalen Langsamläufers, also $D_2 = 2\,D_1 = 860$ mm. Ferner sei $\beta_2 = 50°$ und also nach (7, 13) $\psi' \approx 1{,}1$. Die Schaufelzahl sei vorläufig auf $z = 20$ geschätzt, so daß nach (7, 16) die Minderleistungsziffer $p = 0{,}147$ und $H_{th\infty} = 2485$ m. Also ergibt sich nach (18, 8) — sofern $c_{2m} = c_0 = c_2 = 47{,}3$ m/s genommen wird —: $u_2 = 177{,}7$ m/s, woraus $n = 60\,u_2/\pi\,D_2 = 3930$ U/min*, $u_1 = u_2/2 = 88{,}9$ m/s. Nach Annahme von $t_1/(t_1 - \sigma_1) = 1{,}045$, also $c_1 = 1{,}045 \cdot 47{,}3 = 49{,}5$ m/s, wird $\operatorname{tg}\beta_1 = c_1/u_1 = 0{,}556$, $\beta_1 = 29°6'$.

Nachprüfung der Schaufelzahl mittels (18, 7) gibt $k = 10{,}45$, also mehr als den bei Wasserförderung üblichen Wert 6,5, wie bei diesen Verdichtern mit dünnen Blechschaufeln angebracht ist.

Nachprüfung der Eintrittsverengung: Schaufeln seien aus Blech von 1,5 mm Dicke. Da $t_1 = \pi \cdot 430/20 = 67{,}5$, $\sigma_1 = s_1/\sin\beta_1 = 3{,}1$, so wird $t_1/(t_1 - \sigma_1) = 1{,}047$.

* Die jetzt mögliche Nachprüfung der Schallgeschwindigkeitsnähe nach Abschn. 15 ergibt für die Schallziffer $S = n^2\,V/k\,a^3$ mit $a = 347$ m/s, $k \approx 1$ den kleinen Wert 2,25. Da nach Gl. (15, 19) die optimale Überschallgrenze bei 70,3 liegt, so sieht man, daß Überschall bei diesen Radformen kaum je erreicht wird, obwohl zu bedenken ist, daß der angegebene Wert S nur bei Verwendung des Optimalwinkels Geltung hat (Abb. 32) und die vorliegende Radform insofern ungünstig ist, als die Saugkante auf größerem Durchmesser als D_s liegt.

Die Radbreiten sind am Eintritt nach (18, 2) $b_1 = 0{,}093$ m $= 93$ mm, am Austritt, weil die Abnahme des Volumens vernachlässigt ist und $(t_2 - \sigma_2)/t_2 \approx 1$, $b_2 = b_1/2 = 46{,}5$ mm. Die seitliche Begrenzung des Rades ist mit Rücksicht auf die Herstellung der aufgenieteten Deckscheiben geradlinig.

Die Schaufel ist in Abb. 59 punktweise gezeichnet, mit Linie AB unter Zugrundelegung eines geradlinigen w-Verlaufs, wobei $w_1 = c_1/\sin\beta_1 = 102{,}0$ m/s, $w_2 = c_{2m}/\sin\beta_2 = 61{,}9$ m/s. Zum Vergleich ist der Verlauf AC angegeben, den ein geradliniger β-Verlauf nach Abb. 59a liefert. Der erstere unterscheidet sich vom letzteren dadurch, daß er länger ist und kurz vor dem Austritt einen Wendepunkt besitzt. Für die Ausführung ist die Form AC gewählt, weil sie den besseren Wirkungsgrad liefern dürfte, und hierfür nachstehend die tabellarische Berechnung angegeben. In Abb. 59b ist der abgewickelte Schaufelumriß eingetragen, der in seiner oberen Begrenzung EF leicht gewölbt ist, obwohl die Erzeugende der Radwand geradlinig verläuft. Dies muß bei der Herstellung des Preßgesenkes beachtet werden.

Berechnung der Schaufelform AC (Abb. 59).
(Annahme eines geraden β-Verlaufs nach Abb. 59 a).

r m	β Grad	$\operatorname{tg}\beta$	$B = 1/r\operatorname{tg}\beta$ m^{-1}	$\Delta f = \frac{\Delta r}{2}(B_n + B_{n-1})$	$\Sigma\Delta f = \varphi$	$\varphi^\circ = \varphi\frac{180}{\pi}$ Grad
0,215	29,1	0,556	8,45	0	0	0
0,23	30,5	0,589	7,39	0,1190	0,1190	6,81
0,25	32,5	0,636	6,29	0,1368	0,2558	14,65
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
0,41	48,1	1,116	2,19	0,0466	0,8644	49,5
0,43	50,0	1,193	1,95	0,0414	0,9058	51,9

β) *Konstruktive Ausbildung.* Werden die Laufscheiben nach a und b Abb. 60 bzw. Abb. 62 unter Anlehnung an die Scheibe gleicher Festigkeit (s. S. 98) aus legiertem Stahl (Cr-Ni-Stahl u. a.) geformt, so können Umfangsgeschwindigkeiten von 350 m/s und mehr erreicht werden, auch wenn die Schaufeln eingenietet sind, sofern diese Vernietung der Schaufeln entsprechend sorgfältig erfolgt. Die in einem Rad erreichbare Förderhöhe beträgt demnach etwa 7000 m, also wesentlich mehr als in diesem Beispiel angenommen ist. Bei mittleren und kleinen Umfangsgeschwindigkeiten werden die Seitenwände nach c bzw. d und e (Abb. 60) aus Stahl-

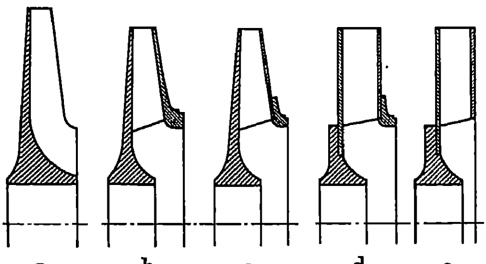


Abb. 60 a—e. Ausführungsformen genieteter Radialräder, a hohe, b und c mittlere, d und e niedere Umfangsgeschwindigkeit.

blech herausgeschnitten, das an die Nabe bzw. — bei der offenen Seitenwand — an einen inneren Verstärkungsring angenietet wird. Die Schaufeln bestehen meist aus Stahlblech von 1 bis 2,5 mm Dicke, das im Querschnitt U- oder häufiger Z-förmig gebogen und in den Seitenwänden mit versenktem Kopf vernietet wird (Abb. 61 c und 61 d)[1]. Zur Vermeidung von Kantenstoß sind die Umbördelungen am Eintritt und Austritt zugeschärft. Wird die Schaufel mit größerer Wandstärke geschmiedet, so können die Nietbolzen beiderseits an die Schaufeln angefräst oder durch innerhalb des Schaufelmaterials liegende Löcher hindurchgesteckt werden (Abb. 61 a und 61 b), wobei auch noch weitere Löcher zur Verringerung der Fliehkräfte angebracht werden können. Diese beiden Ausführungen sind insbesondere bei schmalen und parallelwandigen Rädern angebracht. Sie ergeben glatte Kanäle ohne Umbördelung und Nietköpfe aber schwere Räder, wenn nicht Leichtmetall verwendet wird. Bei Aufladegebläsen für

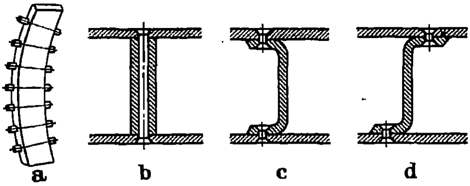


Abb. 61 a—d. Eingenietete Laufschaufeln. a Massivschaufel mit angefrästem Zapfen; b Massivschaufel mit durchgestecktem Niet; c und d Blechschaufeln mit U- bzw. Z-Profil.

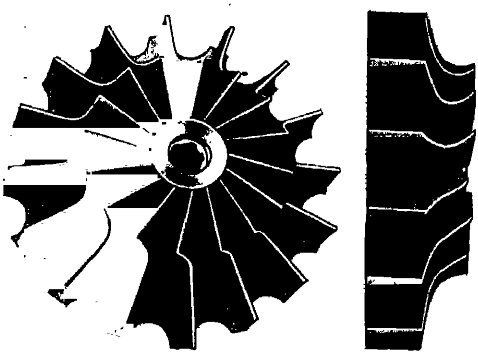


Abb. 62. Laufrad aus Duraluminium gepreßt und Eintrittsenden nachträglich umgebogen für hohe Geschwindigkeiten.

Brennkraftmaschinen werden die Schaufeln in einem Stück aus Duraluminium mit der Nabenwand gepreßt und meist ohne Deckwand verwendet (Abb. 62). Dadurch ist eine erhebliche Steigerung der Umfangsgeschwindigkeit bis über 450 m/s möglich. Da die Schaufeln hierbei radial gestellt sind, muß das in den axialen Einlauf hineinragende Eintrittsende nach dem Pressen zur Erzielung stoßfreien Eintritts in die Umfangsrichtung abgebogen werden. Trotz der dadurch

[1] Kluge, F.: Konstruktion Bd. 2 (1950) S. 270.

bedingten Notwendigkeit, die Richtungsänderung der Schaufel auf einer kurzen Wegstrecke zu erzwingen, sind doch gute Ergebnisse erzielt worden.

In jedem Fall ist die Schaufel sorgfältig auf ihre Beanspruchung durch Fliehkräfte zu untersuchen. Bei der umgebördelten Schaufel nach Abb. 61 *c* u. *d* ist die Biegungsanstrengung an der Krempe zu beachten, welche meist nicht am äußeren Umfang, sondern wider Erwarten am Schaufeleintritt am größten ist.

γ) *Berücksichtigung der Dichteänderung.* Wenn das in einem Rad erreichbare Druckverhältnis so gering ist wie im vorliegenden Beispiel, braucht die Dichteänderung nicht berücksichtigt zu werden, zudem ihre Vernachlässigung (bei $\beta_2 < 90°$) eine Verkleinerung der rechnungsmäßigen Radleistung also eine Erhöhung der Sicherheit der Rechnung bedeutet. Trotzdem soll ihr Einfluß verfolgt werden.

An der *Saugkante* ist eine, der Geschwindigkeit c_1 entsprechende Drucksenkung gegenüber dem ruhenden Gas vorhanden, welcher nach Gl. (15, 7) folgende relative Zunahme des Volumenstromes entspricht

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{2}\left(\frac{c_1}{a_1}\right)^2. \tag{23, 1}$$

Darin ist $c_1 = 49{,}5$ m/s, a_1 die Schallgeschwindigkeit $= 20{,}2\sqrt{T_1} = 20{,}2\sqrt{296} = 347$ m/s, so daß die relative Zunahme beträgt

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{2}\left(\frac{49{,}5}{347}\right)^2 = 0{,}0102,$$

also im vorliegenden Fall sehr klein ist. Allerdings enthält sie nicht die Reibung in der Zuleitung, die bei der Bestimmung von V' überschläglich erfaßt wurde.

An der *Druckkante* sind zwei Einflüsse in entgegengesetzter Richtung wirksam, nämlich die Zunahme des Drucks und der Temperatur. Der erste steigert, der zweite verringert die Dichte. Nach der allgemeinen Zustandsgleichung beträgt der Volumenstrom im Spalt

$$V_3 = V_S\frac{T_3}{T_S}\frac{p_S}{p_3} = V_S\frac{T_S + \Delta t_3}{T_S}\frac{p_S}{p_3}, \tag{23, 2}$$

wo das Fußzeichen S sich auf einen beliebigen Bezugspunkt vor dem Rad und das Fußzeichen 3 auf einen Punkt kurz hinter dem Laufrad bezieht. In dieser Gleichung ist die wirkliche Temperaturzunahme Δt_3 durch die übertragene Arbeit abzüglich der Zunahme an kinetischer Energie verursacht, so daß

$$427\, c_p \Delta t_3 = \frac{H}{\eta_i} - \frac{c_3^2 - c_S^2}{2g},$$

woraus

$$\Delta t_3 = \frac{H/\eta_i - (c_3^2 - c_S^2)/2g}{427\, c_p} \tag{23, 3}$$

mit $427\, c_p = 103$ für Luft. Diese Temperaturzunahme steht mit den Drücken in der Beziehung

$$\left(\frac{p_3}{p_S}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} = \frac{T_S + (\Delta t_{\text{ad}})_3}{T_S}, \tag{23, 4}$$

wobei $(\Delta t_{ad})_3 = \eta_i \Delta t_3$ gesetzt werden kann. Geht man mit dem so erhaltenen Wert in (23, 2) ein, so folgt

$$V_3 = V_S \frac{1 + \Delta t_3/T_S}{(1 + \eta_i \Delta t_3/T_S)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}}} \tag{23, 5}$$

oder für kleine $\Delta t_3/T_S$, wo der Nenner nach Entwicklung in eine unendliche Reihe mit dem zweiten Glied abgebrochen werden kann,

$$V_3 = V_S \frac{1 + \Delta t_3/T_S}{1 + \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \eta_i \Delta t_3/T_S}. \tag{23, 6}$$

Diese vereinfachte Gleichung gibt für $\Delta t_3/T_S = 0{,}05$ bzw. 0,1 einen Fehler von + 0,7 bzw. + 2,7 %, ist also in weitem Bereich brauchbar.

In unserem Zahlenbeispiel ist $c_{3u} = g\,H_{th}/u_2 = 119{,}0$ m/s. Wird das Fußzeichen S ausnahmsweise auf die Saugkante bezogen, so ist $c_S = c_0 = c_{2m}$ und in (23, 3) $c_3^2 - c_S^2 = c_{3u}^2 = 14\,100$ m²/s². Wird $\eta_i = 0{,}78$ geschätzt, so gibt (23, 3) $\Delta t_3 = 15{,}7°$ und (23, 5) $V_3/V_S = 0{,}914$, also eine Volumenabnahme um 8,6 %.

Man könnte also die Radbreite b_2 um diese 8,6 % verkleinern oder den Raddurchmesser um einen verschwindenden Betrag verkürzen (weil in (18, 8) das entsprechend verkleinerte c_{2m} einzusetzen wäre). Im allgemeinen ist aber die mit der Vernachlässigung verbundene geringe Erhöhung der Sicherheit der Rechnung erwünscht. Auch auf die Bemessung der Austrittsleitvorrichtung wirkt sie sich nicht nachteilig aus, weil deren Weite sowieso um einen erheblichen Schätzungsbetrag über den Rechnungswert erhöht werden muß (S. 224).

Aus diesen Gründen erübrigt sich die Berücksichtigung der Dichteänderung bis etwa $H = 2500$ m oder $p_D/p_S = 1{,}3$.

δ) *Zustandskurve* (Abb. 62a). Bei gasförmigem Fördermittel ist es von Interesse, die Zustandsänderung im Entropiediagramm zu verfolgen. Die ganze auf das Gas je kg übertragene Arbeit, also die innere Arbeit H_i, ist nach (3, 2) gleich der Summe aus Schaufelarbeit H_{th}, Spaltverlust Z_{sp} und Radreibung Z_r, sofern der Austauschverlust Z_a am Radumfang, der bei normalem Durchfluß gering ist, zunächst vernachlässigt wird. Sie beträgt also je kg Gas nach (3,4)

$$H_i = 427\,c_p\,(t_D - t_S) = H_{th} + Z_{sp} + Z_r. \tag{23, 7}$$

Darin ist
$$Z_{sp} = H_{th} \frac{V_{sp}}{V}, \quad Z_r = \frac{75\,N_r}{\gamma\,V}. \tag{23, 8}$$

Die Rauminhalte sollen auf den am Radaustritt herrschenden Zustand bezogen werden, so daß $V = 0{,}914 \cdot 5{,}95 = 5{,}42$ m³/s.

Die Abdichtung des Spaltstromes erfolgt an den beiden Stellen a (Abb. 58), wobei aber die rechte durch die Stopfbüchse ergänzt ist und daher einen vernachlässigbaren Verlust bedingt. Am Spalt sind $z = 3$ Spitzenringe aus weichem Material (Leichtmetall oder Kupferlegierung)

vorgesehen. Der Dichtungsdurchmesser betrage $D_i = D_1 = 430$ mm, die Spaltweite $b_i = 0{,}6\ D_i/1000 + 0{,}1 \approx 0{,}4$ mm. Der Druck H_{pi} unmittelbar vor der Dichtungsstelle steht nach Gl. (34, 1) mit dem Druck H_p am äußeren Radumfang in der Beziehung

$$H_{pi} = H_p - \frac{(u_2/2)^2 - (u_1/2)^2}{2g},$$

wobei das negative Glied den Einfluß der mit $\omega/2$ umlaufenden Luft zwischen Rad und Gehäuse berücksichtigt (s. S. 209). Darin ist nach (8, 6)

$$H_p \approx H\left(1 - \frac{c_{3u}}{2u_2}\right) = 1820\left(1 - \frac{119}{2 \cdot 177{,}7}\right) = 1204\,\text{m}.$$

(entsprechend einem Reaktionsgrad $\mathfrak{r} = 1204/1820 = 0{,}66$). Damit folgt, weil $u_i = u_1 = 88{,}9$ m/s, $H_{pi} = 904$ m, für den Spaltverluststrom

$$V_{sp} = \mu_i \pi D_i b_i \sqrt{2gH_{pi}},$$

worin nach Gl. (33, 4) (mit $\alpha = 1$) $\mu_i = 1/\sqrt{z} = 1/\sqrt{3} = 0{,}58$, also $V_{sp} = 0{,}042\,\text{m}^3/\text{s}$. Damit ist nach (23,8) $Z_{sp} = 2165 \cdot 0{,}042/5{,}42 = 16{,}8$ m.

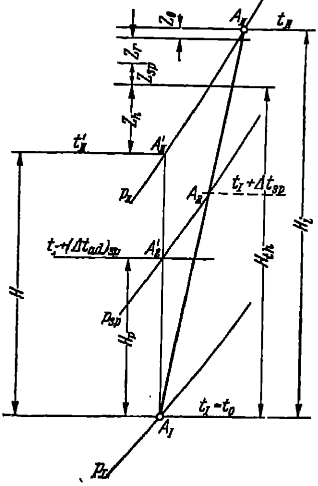


Abb. 62a. Zustandskurve.

Zur Berechnung von Z_r setzen wir in Gl. (23, 8) den Wert für N_r aus (3, 10) ein, wobei γ herausfällt, und erhalten

$$Z_r = \frac{9\,u_2^3\,D_2^2 \cdot 10^{-5}}{V} = \frac{9 \cdot 177{,}7^3 \cdot 0{,}86^2 \cdot 10^{-5}}{5{,}42} = 68{,}5\,\text{m}.$$

Somit ergibt sich nach Gl. (23, 7)

$$H_i = 2165 + 16{,}8 + 68{,}5 = 2250{,}3\,\text{m}$$

$$\eta_i = \frac{H}{H_i} = \frac{1820}{2250{,}3} = 0{,}80.$$

Hiernach enthält der bei der Berechnung der Volumenänderung eingesetzte Wert $\eta_i = 0{,}78$ eine genügende Sicherheit im Hinblick auf den nicht berücksichtigten Austauschverlust Z_a. Betrachten wir die Differenz als Austauschverlust, d. h. behalten wir den letzteren Wert $\eta_i = 0{,}78$ bei, so wird die spezifische innere Arbeit $H_i = 1820/0{,}78 = 2330$ m und damit die wirkliche Temperaturzunahme im Gebläse, weil für Luft $427\,c_p = 103$

$$t_D - t_S = 2330/103 = 22{,}8°.$$

In Abb. 62a ist die Zustandskurve als Polytrope in das iS-Schaubild eingezeichnet, wobei der Maßstab der Ordinate von kcal/kg auf mkg/kg umgerechnet und deshalb der Faktor $A = 1/427$ weggelassen ist. Wegen der Konstanz von c_p stellen die Ordinaten naturgemäß auch

Temperaturänderungen dar, wobei der Maßstab der Ordinaten mit 103 zu dividieren ist. Der Zustand im Spalt ist durch den Punkt A_2 dargestellt.

Bemerkenswert ist, daß der Spaltverlust nach dieser Rechnung nur $0{,}042/5{,}42 \cdot 100 = 0{,}8\,\%$ ausmacht. Trotzdem ist der S. 131 gemachte Zuschlag von 6 % zum Förderstrom gerechtfertigt, da man bei Kreiselpumpen mit reichlicher Sicherheit rechnen muß.

24. Schnelläufige Kreiselpumpen.

(Schraubenpumpe Abb. 63 bis 70 b.)

Der Schnelläufer der Pumpe unterscheidet sich von dem Schnellläufer der FRANCIS-Turbine neben den kleinen Winkeln β_2 durch die freiere Wandführung, die an der Druckkante deshalb meist halbaxial endigt, während die Turbine radialen Übergang zum Leitrad verlangt.

Übungsbeispiel: Es soll das Laufrad für einen Förderstrom von $2000\ \mathrm{m^3/h} = 0{,}555\ \mathrm{m^3/s}$, eine Förderhöhe von 14 m bei $n = 970$ U/min ($\omega = 102$) entworfen werden.

Die spezifische Drehzahl beträgt $n_q = 970 \cdot \sqrt{0{,}555}/14^{3/4} = 99{,}7$ ($n_s = 364{,}0$).

Bei diesen doppelt gekrümmten Schaufeln kann nach Abschn. 13 die Saugzahl $S \approx 2{,}9$ gewählt werden. Damit berechnet sich aus Gl. (13, 10) mit $A - H_t = 9{,}3$, $k \approx 1$ die größte gesamte Saughöhe $(H_s')_{\max} = 2{,}43$ m.

Mit einem Sicherheitszuschlag von 8 % ergibt sich der rechnerische Förderstrom zu $V' = 1{,}08 \cdot 0{,}555 = 0{,}6\ \mathrm{m^3/s}$. Gl. (16, 8) gibt $\varepsilon = 0{,}3 \cdot (0{,}997)^{2/3} = 0{,}30$. Damit wird $c_s = \varepsilon \sqrt{2gH} = 4{,}98$ m/s. Da das Laufrad fliegend angeordnet werden soll, ergibt sich mit $d_n \approx 0$ der Saugrohrdurchmesser nach (18, 1) zu $D_s = 0{,}392$ m. Gewählt wird $D_s = 400$ mm. Die berichtigte Geschwindigkeit im Saugrohr beträgt damit $c_s = 4{,}78$ m/s.

Bei Annahme eines Wirkungsgrades der Pumpe von 80 % erhält man eine Wellenleistung $N = 130{,}2$ PS und mit $\tau_{\mathrm{zul}} = 210\ \mathrm{kg/cm^2}$ nach (17, 2) einen Bohrungsdurchmesser von 6,1 cm, ausgeführt mit 62 mm.

Schätzt man den hydraulischen Wirkungsgrad entsprechend zu $\eta_h = 0{,}88$, so ergibt sich $H_{\mathrm{th}} = 14/0{,}88 = 15{,}90$ m. Es werde zunächst der mittlere Faden betrachtet. Für diesen werde die Minderleistungsziffer p vorläufig zu 0,3 geschätzt, so daß $H_{\mathrm{th}\infty} = 15{,}9 \cdot 1{,}3 = 20{,}7$ m. Wählt man nun $\beta_2 = 28^\circ$ und setzt man ferner $c_{2m} \approx c_s \approx 4{,}8$ m/s, so gibt (18, 8) $u_2 = 19{,}42$ m/s, entsprechend $D_2 = 0{,}383$ m, also $D_2/D_s = 0{,}98$. An dieser Stelle berechnet sich die längs der zugehörigen Normallinie zu messende Radbreite mit $c_{3m} \approx c_{2m}$

$$b_2 = \frac{V'}{\pi\, D_2\, c_{3m}} = 0{,}104\ \mathrm{m}.$$

Mit[1] den Werten D_2, b_2, D_s wird der Radquerschnitt so entworfen, daß die Mittelwerte der Meridiangeschwindigkeit stetig von c_s auf c_{3m} übergehen. Hierbei ist eine halbaxiale Austrittsrichtung zu bevorzugen, weil sie eine sanfte Wandkrümmung ermöglicht, die man auf die ganze Wandlänge verteilt.

Wegen der gesteigerten Schnelläufigkeit werden 4 Teilströme gleichen Durchflusses verwendet und das Strombild zunächst unter Annahme gleichbleibender Meridiangeschwindigkeit längs der einzelnen Normallinien gezeichnet (in die Abbildungen nicht eingetragen).

Nun wird der Verlauf der Druckkante im Meridianschnitt unter Beachtung des oben berechneten mittleren Durchmessers D_2 eingetragen und anschließend die Saugkante zugefügt. Die Lage der Druckkante in der Krümmungszone bedingt ein Ansteigen von c_{3m} nach a_2 hin. Dieses ist infolge der halbaxialen Austrittsrichtung im vorliegenden Fall so gering, daß seine Berücksichtigung unterbleiben könnte. Es soll aber zur Darlegung des allgemeinen Rechnungsganges bestimmt werden. In Gl. (21, 2), welche sich, weil $\varrho_i = \infty$, vereinfacht zu

$$ln \frac{c_{3m}}{c_{3mi}} = \frac{y^2}{2 \mu l \varrho_a} \quad (24, 1)$$

soll $\mu = 3$ also etwas knapp gewählt werden, damit die Geschwindigkeitsunterschiede deutlich in Erscheinung treten.

Bei a_2 geht der Krümmungshalbmesser von 140 sprungweise auf 20 mm über. Deshalb wird der Mittelwert $\varrho_a = \sqrt{140 \cdot 20} = 53$ mm genommen. Entsprechend der so erhaltenen und in Abb. 65 dargestellten c_{3m}-Verteilung wird das Strombild im Bereich der Druckkante berichtigt. Anschließend kann die Schaufel endgültig festgelegt werden.

Zur Ermittlung der Schaufelzahl nach Gl. (20, 4) wird unter Annahme von $(t_1 - \sigma_1)/t_1 = 0,8$ in (20, 1) der Winkel β_1 des mittleren Fadens vorläufig zu 23,1° berechnet und damit, weil $r_m = 163$ und $e = 120$ mm, die Schaufelzahl $z \approx 8$ erhalten.

Jetzt können für jeden Faden die Schaufelwinkel β_1 und β_2 festgelegt werden. Für β_1 ergibt die Rechnung nach (20, 1) und (20, 3a) die Werte

beim Faden	a	b	c	d	i
r_1	200	175	144,5	116	91 mm
β_1	16,4	19,0	23,7	28,6	33,9 Grad

In Abb. 66 sind die Geschwindigkeitspläne für den Eintritt gezeichnet.

[1] Jetzt ist zu untersuchen, ob sich hierzu ein passendes Spiralgehäuse entwickeln läßt. Da $c_{3u} = g\,H_{th}/u_2 = 8,01$ m/s, so liefert Gl. (38, 12) einen Halbmesser des Spiralquerschnitts (d. h. bei $\varphi = 360°$), wenn im Hinblick auf den halbaxialen Austritt $r_t \approx r_2 \approx 0,195$ m geschätzt wird, $\varrho_{max} = 0,218$ m, entsprechend einer mittleren Geschwindigkeit in diesem Querschnitt von $c_{ua} = V'/\pi\,\varrho^2_{max} = 4,0$ m/s. Diese Geschwindigkeit ist im Hinblick darauf, daß auf den betrachteten Querschnitt eine konische Erweiterung folgen muß, als knapp anzusehen. Anzustreben ist $c_{ua} \approx c_s$, also $\varrho_{max} \approx 1/2 \cdot D_s$. Man erkennt, daß die vorliegende spezifische Drehzahl an der oberen Grenze für die Ausführbarkeit eines Spiralgehäuses liegt. Bei höherer Schnelläufigkeit muß zu axialen Austrittsleitschaufeln übergegangen werden.

Berechnung von β_2 vgl. Tabelle auf S. 141. Abb. 67 zeigt den hiernach erhaltenen Geschwindigkeitsplan für den äußeren und inneren Faden. Anschließend ist zu prüfen, ob $w_1 - w_2$ durchgängig gleiches Vorzeichen hat. Anderenfalls ist die Lage der Schaufelkanten zu ändern.

Die Schaufelfläche ist in Abb. 63 und 64 nach der punktweisen Berechnung (Verfahren *b*, s. S. 118ff.), entworfen. Die Austrittskante

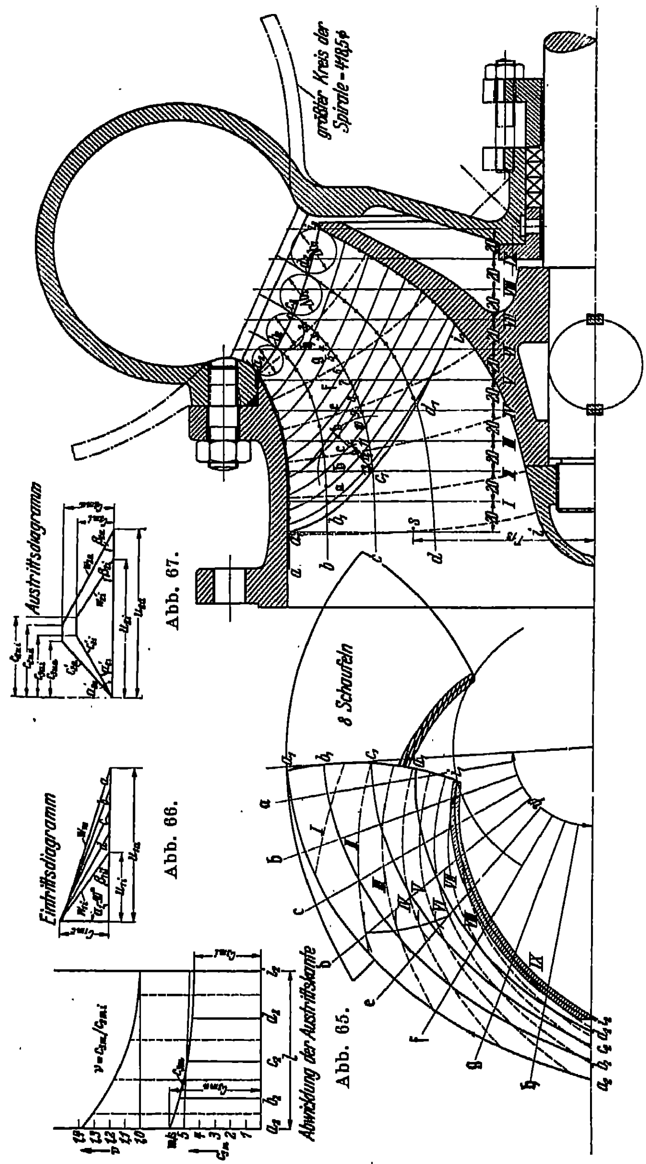


Abb. 64. Abb. 67. Abb. 66. Abb. 65. Abb. 63.

Berechnung von β_2.

Flußlinie	c_{3m}	$\frac{t_2}{t_2-\sigma_2}$	c_{2m}	S	r_2	u_2	p mit $\psi' = 1{,}05$ Gl. (21,5)*	$H_{th\,\infty} = H_{th}(1+p)$	tg β_2 Gl.(21,1a)	β_2
	m/s	—	m/s	m²	m	m/s	—	m	—	Grad
a	6,00	1,10[1]	6,60	0,0223	0,220	22,3	0,278	20,3	0,494	26,3
b	5,35	1,10[1]	5,89	0,0225	0,207	21,0	0,256	20,0	0,504	26,8
c	4,85	1,10	5,33	0,0195	0,196	19,9	0,257	20,0	0,531	27,9
d	4,48	1,10[1]	4,93	0,0172	0,187	19,0	0,272	20,2	0,576	29,9
i	4,35	1,10[1]	4,79	0,0147	0,180	18,3	0,289	20,4	0,661	33,4

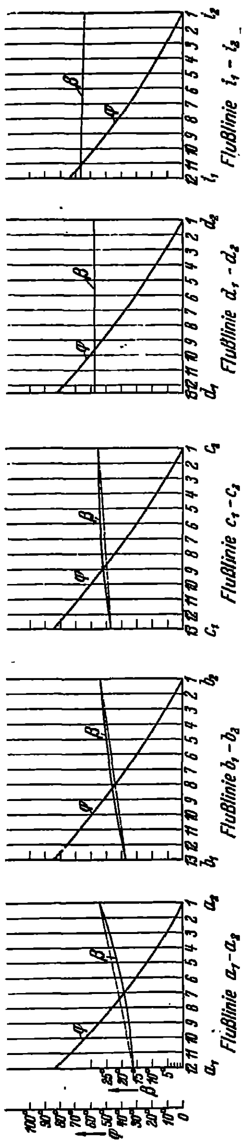


Abb. 70b. Flußlinie $i_1 - i_2$.

Abb. 70a. Flußlinie $d_1 - d_2$.

Abb. 70. Flußlinie $c_1 - c_2$.

Abb. 69. Flußlinie $b_1 - b_2$.

Abb. 68. Flußlinie $a_1 - a_2$.

Abb. 63-70b. Schnelläufiges Kreiselpumpenlaufrad des Abschn. 24. Entwurf mittels punktweiser Errechnung.

ist in eine Axialebene gelegt. Die dargestellte Fläche ist als Vorderfläche der Schaufel behandelt.

Bei dieser punktweisen Berechnung ist vom β-Verlauf ausgegangen, welcher als gerade Verbindungslinie der bekannten Anfangs- und Endwerte ohne weiteres in die Diagramme 68 bis 70b eingetragen werden konnte. Um einen angenähert radialen Verlauf der Eintrittskante im Grundriß, Abb. 63, zu erzielen, mußte nachträglich die β-Linie der Fäden c und b leicht nach oben (zur Erzielung einer Verkürzung), des Fadens a leicht nach unten (zur Erzielung einer Verlängerung) gekrümmt werden. Dieser Zweck kann durch kleine Verschiebungen der Eintrittskante im Aufriß gefördert werden.

25. Francis-Turbine.

a) Vorbemerkung: Die Francis-Turbine ist schnelläufiger als das im nächsten Abschnitt behandelte Pelton-Rad und langsamläufiger als die Kaplan-Turbine (s. S. 160ff. und S. 285ff.). Sie umfaßt den Bereich $n_q = 21$ bis 120 ($n_s = 70$ bis 400). Die Entwicklung geht in Richtung einer Verminderung der zulässigen Schnelläufigkeit,

[1] Hier ist der für den mittleren Faden geltende Wert eingesetzt.

* Die Zahl ψ' ist wegen der fehlenden Leitschaufeln mit 1,05 reichlich gewählt (S. 37). Ferner ist sie für alle Flußlinien trotz der wechselnden Werte β_2 und r_1/r_2 gleich gelassen, weil es zweifelhaft ist, ob das bei den vielschaufligen Axialrädern festgestellte und in Gl. (7, 14) angegebene Anwachsen von ψ' mit r_1/r_2 für die vorliegende geringe Schaufelzahl zutrifft.

also der Verwendung der einzelnen Bauform für wachsende Fallhöhen, nämlich der KAPLAN-Turbine[1] bis 60 m und der FRANCIS-Turbine[2] bis 400 m, wobei die Rücksicht auf Kavitation bzw. die Verschleißfestigkeit des Werkstoffs die Grenze bildet (s. S. 64).

Bei der beschleunigten Strömung in der FRANCIS-Turbine sind nach Abschn. 10 Winkel β_2 nahe 90° am Platz. Liegt die Druckkante im Meridianschnitt schräg zur Achse, wobei nach Abschn. 21 der Winkel β_2 längs der Druckkante von innen nach außen abnehmen muß, so wird dieser Winkel von fast 90° an der Nabenwand bei i_2 verwirklicht.

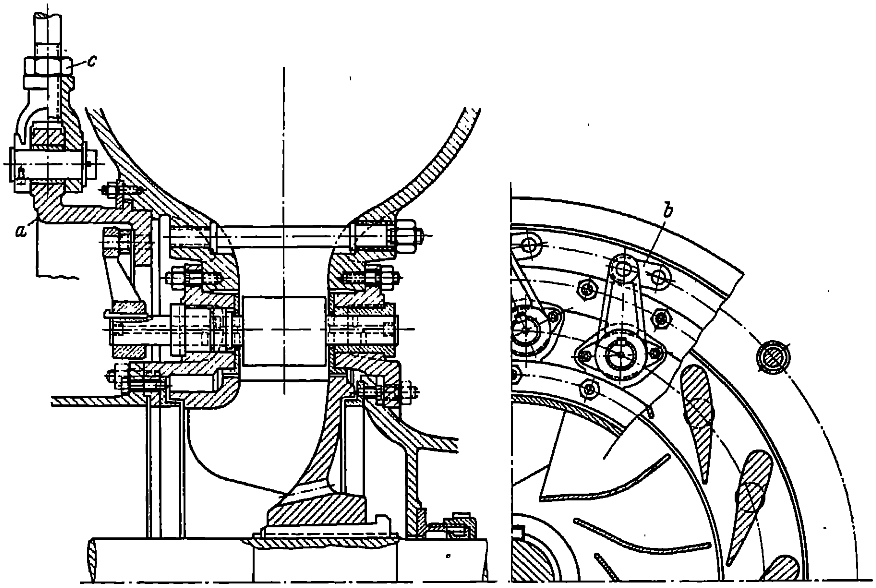


Abb. 71. Drehschaufelregelung der FRANCIS-Turbine mit Außenantrieb (Außenregelung).

Die FRANCIS-Turbine wird durch Drehung der radial beaufschlagten Leitschaufeln geregelt (FINKsche Drehschaufel, Abb. 3 und 71). In Abb. 3 ist das Regelgestänge innerhalb des Gehäuses, also im Wasser liegend, angeordnet. Diese *Innenregulierung* kommt wegen der Schwierigkeit der Schmierung der Gelenke nur bei kleinen Leistungen und kleinen Fallhöhen in Betracht. Die *Außenregelung* (Abb. 71), bei welcher Regulierring *a* und Verbindungslaschen *b* samt Antriebsgestänge *c* im Luftraum liegen, vermeidet diese Nachteile und ist deshalb am häufigsten in Anwendung.

Je weiter diese Drehschaufeln geöffnet werden, um so näher treten ihre Spitzen an den Laufradumfang heran. Die Gefahr, daß die Leit-

[1] DUBS, R.: Schweiz. Bauztg. Bd. 68 (1950) S. 379/80; H. F. CANAAN: Z. VDI. Bd. 93 (1951) S. 1083/92.

[2] WEINGART, Ch.: FRANCIS- oder PELTON-Turbine, Schweiz. Bauztg. Bd. 68 (1950) S. 429/34.

schaufeln an die Laufschaufeln stoßen, ist offenbar bei größter Schaufelöffnung, also der Maximalleistung, vorhanden, die demnach den Durchmesser des Gehäuses bestimmt und außerdem für die Festigkeit der Welle usw. (s. S. 96) und für die größtmögliche Saughöhe (s. S. 80ff.) maßgebend ist. Deshalb ist es üblich, die größte Eröffnung dem Entwurf zugrunde zu legen und überhaupt die Maschine durch Angabe der größten Leistung $N_{1/1}$ und nicht der Normalleistung N zu kennzeichnen. Der Berechnungspunkt des Laufrades ist aber nach wie vor der des stoßfreien Eintritts und senkrechten Abströmens, den wir als den normalen bezeichnen. Die gegenseitige Lage des maximalen und normalen Durchflusses ist durch folgende Überlegung gegeben.

Den Durchfluß V des Berechnungspunktes können wir beim Punkt besten Wirkungsgrades annehmen. Die größte Leistung liegt auf dem abfallenden Zweig der Wirkungsgradkurve. Bei der Festlegung der Größtlast ist aber zu bedenken, daß der Verlauf des Wirkungsgrades η in Abhängigkeit vom „*Füllungsgrad*" V_x/V beiderseits des Bestpunktes $V_x/V = 1$ beim Langsamläufer viel langsamer abfällt als beim Schnelläufer (Abb. 71a), wie in Abschn. 31 (Abb. 110a und 111b) noch näher gezeigt werden wird. (Das Fußzeichen x soll andeuten, daß eine beliebige Abweichung vom Berechnungspunkt vorliegt. Den Größen des Berechnungspunktes geben wir kein Fußzeichen.)

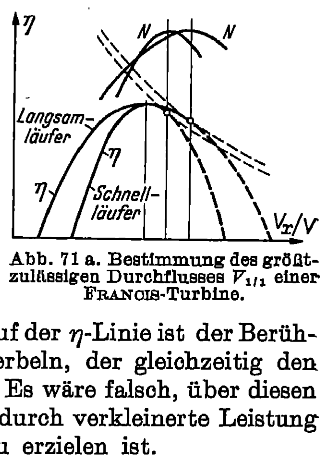


Abb. 71 a. Bestimmung des größtzulässigen Durchflusses $V_{1/1}$ einer FRANCIS-Turbine.

In dem Ausdruck für die Nutzleistung

$$N_x = \frac{\gamma}{75} V_x H \eta$$

sind für eine gegebene Anlage die Faktoren γ und H konstant.

N_x ist also proportional zu $\eta\ V_x$. Somit sind die Linien $\eta\ V_x$ = konst, die gleichseitige Hyperbeln darstellen, Linien gleicher Leistung, und der Punkt der Größtlast auf der η-Linie ist der Berührungspunkt einer dieser gleichseitigen Hyperbeln, der gleichzeitig den Durchfluß der größtmöglichen Last ergibt. Es wäre falsch, über diesen Durchfluß $V_{1/1}$ hinauszugehen, weil die dadurch verkleinerte Leistung auch mit verringertem Wasserverbrauch zu erzielen ist.

Der erwähnte Berührungspunkt liegt nun aber bei der flachen η-Linie des Langsamläufers viel weiter rechts als bei der spitzen η-Linie des Schnelläufers, so daß es beim Langsamläufer nicht immer möglich ist, die dieser maximalen Leistung entsprechende Leitradweite zu verwirklichen.

In nachfolgender Tabelle sind brauchbare Erfahrungswerte von $V/V_{1/1}$ zu verschiedenen Werten von $n_{s1/1}$ angegeben. Dabei sind auch passende Mittelwerte von $\eta_{1/1}$ und η beigefügt, womit $n_s = (n_s)_{1/1} \sqrt{\frac{V}{V_{1/1}} \frac{\eta}{\eta_{1/1}}}$. Die unterste Spalte enthält die Werte c_{3m}/c_0, die für den Entwurf nötig sind.

Letztere nehmen mit wachsendem n_s ab. Dies hängt damit zusammen, daß $\operatorname{tg} \alpha_3 = c_{3m}/c_{3u}$ und damit die Neigung der Leitschaufeln zu groß

würde, wenn man durchweg $c_{3m} = c_0 = \varepsilon \sqrt{2gH}$ machen würde, weil mit wachsendem n_s nach Abschn. 16 ε und also c_0 stark zu- und andererseits nach der Hauptgleichung c_{3u} stark abnimmt (denn im äußersten Punkt a_2 der Druckkante ist u_2 bei großem n_s stets größer als bei i_2. Es würde also der Drehwinkel der Leitschaufeln zu groß sein, wodurch Schwierigkeiten bei der Ausbildung des Verstellmechanismus der Leitschaufeln auftreten. (Beim Schnelläufer mit schräger Druckkante soll hierbei c_{3m} den Mittelwert der Meridiankomponente am Durchmesser D_{2a} darstellen, wenn die Leitradwände vom Abstand b_4 (in Abb. 1, Tafel I, gleich 158 mm) bis zu diesem Durchmesser verlängert werden, so daß also $V = \pi\, D_{2a}\, b_4 \cdot c_{3m}$.) Die beiden senkrechten Spalten rechts gelten für Propellerturbinen, die sich von den KAPLAN-Turbinen dadurch unterscheiden, daß sie feststehende Laufschaufeln haben. Ihre untersten 4 Zeilen sind auch auf KAPLAN-Turbinen anwendbar.

Tabelle 4.
Einige Rechnungsdaten für den Entwurf von Francis- und Propeller-Turbinen (Mittelwerte).

$(n_s)_{1/1} =$	75	100	150	200	250	300	350	400	600	800
$V/V_{1/1} =$	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,90	0,94	0,97
$\eta_{1/1} =$	0,80	0,82	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,84	0,85
$\eta =$	0,85	0,86	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,86	0,87	0,87
$n_s =$	70,0	93,3	140,8	188,8	237,2	286,1	336,0	386,5	592	797
$n_q =$	20,8	27,6	41,35	55,5	69,7	84,1	98,7	114,2	174,1	234,2
$c_{3m}/c_0 =$	1,00	1,00	1,00	1,00	0,95	0,875	0,83	0,78	0,58	0,54

b) Übungsbeispiel: Für eine Fallhöhe von $H = 50$ m und einen größten Wasserstrom $V_{1/1} = 3{,}0\ \mathrm{m^3/s}$ ist das Laufrad einer FRANCIS-Turbine zu entwerfen. Die Turbine soll mit einer Drehstromdynamo möglichst hoher Drehzahl unmittelbar gekuppelt werden. Größte Saughöhe $(e_s')_{\max} = 2{,}3$ m. Höhenlage des Aufstellungsortes über dem Meeresspiegel $h = 415$ m, also maßgeblicher Barometerstand $A = 10 - 0{,}0012 \cdot h = 9{,}5$ m WS.

α) *Wahl der Drehzahl.* Diese ist nach oben durch die Rücksichten auf Festigkeit und Kavitation begrenzt. Bei Wasserströmung überwiegt die letztere.

Mit der Dampfspannung des Wassers von $H_t = 0{,}2$ m (entsprechend 17,2°C) wird der Haltedruck nach (14, 2)

$$\Delta h = 9{,}5 - 0{,}2 - 2{,}3 = 7{,}0 \text{ m}.$$

Im Hinblick auf die zu erwartende Radform dürfte nach Abschn. 14 mindestens eine Saugzahl $S \equiv \left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V}{k\Delta\, h^{3/2}} = 9$ zulässig sein[1], so daß

$$n = 100 \sqrt{\frac{k\Delta\, h^{3/2} S}{V_{1/1}}}.$$

Das Rad hängt fliegend an der Welle, wie das sowohl bei senkrechter wie waagerechter Wellenlage bevorzugt angewendet wird. Dann kann

[1] Der entsprechende Wert von σ folgt aus Gl. (12, 10) zu 0,141 (vgl. Tab. 1 S. 79), wenn für k und n_q die nachher ermittelten Werte eingesetzt werden.

die Ziffer k für die Nabenverengung gleich 1 gesetzt werden, und es errechnet sich $n = 100\sqrt{\frac{1 \cdot 7^{3/2} \cdot 9}{3,0}} = 745$. Bei einer Periodenzahl 50 des Drehstromnetzes wären also 750 U/min (entsprechend 4 Polpaaren) anzuwenden, so daß $\omega = \pi\, n/30 = 78,5$.

Als spezifische Drehzahl ergibt sich also

$$(n_q)_{1/1} = \frac{n\sqrt{V_{1/1}}}{H^{3/4}} = 69,2 \text{ bzw. } (n_s)_{1/1} = 3,65\sqrt{0,82} \cdot n_q = 229$$

(falls $\eta_{1/1} = 0,82$), so daß nach Abschn. 14, Tabelle 1 eine noch höhere Saugzahl als 9 hätte angewendet werden können und deshalb die Saugverhältnisse recht vorsichtig beurteilt sind.

Wellendurchmesser: Nutzleistung $N_{1/1} = \dfrac{1000 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 0.82}{75} = 1640$ PS.

Die vorläufige Berechnung des Wellendurchmessers nach (17, 2) gibt $d = 15,55$ cm, ausgeführt $d = 160$ mm.

β) *Radumriß* (Vgl. Tafel I u. II). Aus obiger Tabelle 4 entnehmen wir $V/V_{1/1} = 0,85$. Nimmt man noch einen Sicherheitszuschlag von 3 %, so wird der Berechnungswasserstrom $V' = 1,03 \cdot 0,85 \cdot 3 = 2,62 \text{m}^3/\text{s}$ und die spezifische Drehzahl des Berechnungspunktes $n_q = n\sqrt{V}/H^{3/4} = 64,8$. Wählt man am äußeren Faden $a_1\,a_2$ den relativen Abströmwinkel β_{0a} im Einklang mit Abschn. 14 zu 21 Grad, so findet sich nach (16, 4a) mit $\delta_r = 1$

$$\varepsilon^2 = 0,00117\left(\frac{64,8}{1} \cdot 0,384\right)^{4/3} = 0,085,$$

womit $c_0 = \sqrt{2g \cdot 50 \cdot 0,085} = 9,13$ m/s. Dann ergibt sich der Durchmesser beim Übergang zum Saugrohr aus $\frac{\pi}{4}\;D_{1a}^2 = 2,62/9,13$ zu $D_{1a} = 0,604$ m.

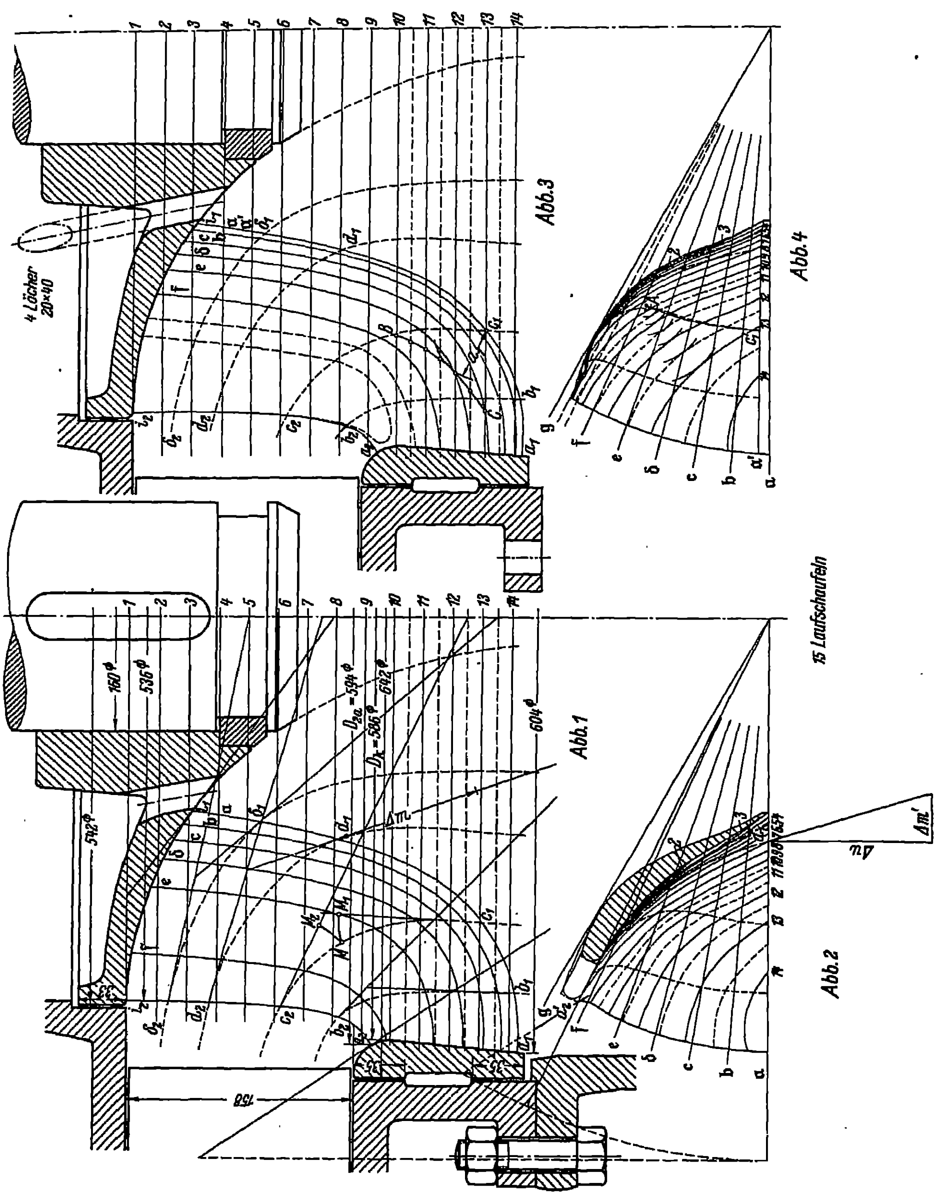
Um die Abmessungen an der Druckkante zu bekommen, beachten wir, daß dort bei i_2 der Schaufelwinkel β_{2i} nahe bei 90° sein sollte. Wir wählen $\beta_{2i} = 85°$ und entnehmen aus Tabelle 4 $c_{3m}/c_0 = 0,97$, also $c_{3m} = 0,97 \cdot 9,13 = 8,86$ m/s. Dies ist ein Mittelwert für den ganzen Bereich der Druckkante. Bei i_2 ist $(c_{3m})_i$ etwas kleiner (S. 124). Wir behalten aber den Mittelwert bei, weil der Einfluß einer Änderung der Meridiankomponente an dieser Stelle im Hinblick auf das große β_{2i} nach (18, 8) verschwindet. Diese Gleichung liefert, weil $H_{\text{th}\,\infty} \approx H_{\text{th}} = H \cdot \eta_{\text{h}} = 50 \cdot 0,87 = 43,5$ m,

$$u_{2i} = \frac{8,86}{2\,\text{tg}\,85^0} + \sqrt{\left(\frac{8,86}{2\,\text{tg}\,85^0}\right)^2 + g \cdot 43,5} = 21,05 \text{ m/s},$$

entsprechend $D_{2i} = 2\,u_{2i}/\omega = 0,536$ m.

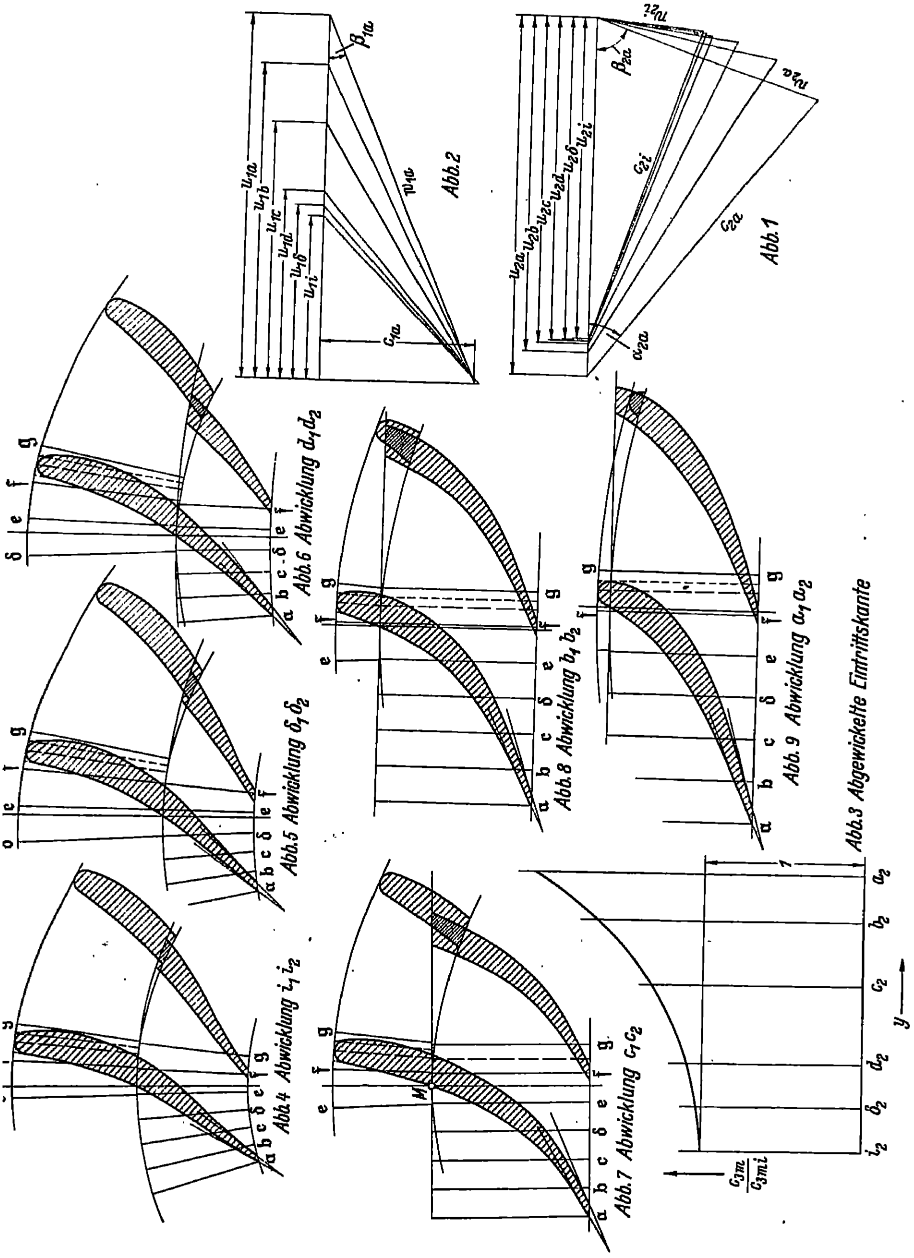
Wäre dieser Wert merklich größer als D_{1a}, so könnte die Druckkante achsparallel, d. h. $D_{2a} = D_{2i}$ genommen werden, was bis $n_s \approx 140$ möglich ist. Im vorliegenden Fall ist eine Schräglage nicht zu umgehen, wie unsere Rechnung zeigt und im Hinblick auf den Wert von n_s nicht anders zu erwarten ist. Dabei könnte noch $D_{2a} \approx D_{1a}$ sein.

Bei Überschreitung von $n_s = 180$ ist es aber — wie im Abschn. 21 näher dargelegt — zweckmäßig, $D_{2a} < D_{1a}$ zu machen, so daß ein Erweiterungswinkel $\delta/2$ (Abb. 51) entsteht, der bei hohem n_s bis auf 15° anwachsen kann. Diese Erweiterung ist bei der beschleunigten



Tafel I. Schaufelplan zum Übungsbeispiel Abschn. 25: Entwurf der Laufschaufel einer FRANCIS-Turbine.

Strömung der Turbine zulässig, ja notwendig, weil sonst der äußere Raddurchmesser an der Druckkante zu groß würde, was nicht bloß



Tafel II. Schaufelschnitte und Geschwindigkeitspläne zu Tafel I.

erhöhte Herstellungskosten für Gehäuse und Leitrad, sondern auch ungünstige Schaufelformen zur Folge hätte. Bei der vorliegenden Schnelläufigkeit ist nur ein mäßiges δ nötig. Wir wählen $D_{2a} = 594$ mm und zeichnen jetzt unter Zugrundelegung des bekannten Mittelwertes von c_{3m} den ganzen Radumriß (Abb. 1 Tafel I) mit der Druckkante, wobei die Leitradbreite

$$b_4 = \frac{V'}{\pi \cdot D_{2a} \cdot c_{3m}} = \frac{2,62}{\pi \cdot 0,594 \cdot 8,86} = 0,158 \text{ m}.$$

Die Saugkante fügen wir ebenfalls nach den S. 114 angegebenen Richtlinien bei. Der kleinste Durchmesser D_k der äußeren Begrenzung soll nur wenig kleiner als D_{2a} gemacht werden, oder man zieht die Druckkante bis zur engsten Stelle herab, so daß $D_{2a} = D_k$ wie in Abb. 51.

Zur Festlegung der Schaufelfläche zerlegen wir das Rad durch die Flußflächen $a_1 a_2$, $b_1 b_2$, $c_1 c_2$, $d_1 d_2$, $i_1 i_2$ in vier Teilräder gleicher Schluckfähigkeit und halbieren im vorliegenden Fall das innerste Teilrad nochmals durch die Flußfläche $\delta_1 \delta_2$. Wir zeichnen diese Flußlinien nach Abschn. 20 und 21. Die Lage der Druckkante in der Krümmungszone bedingt ein Ansteigen der Meridiankomponente c_{3m} von i_2 nach a_2, das wir aus (21, 2) berechnen. Bei Entnahme der Krümmungshalbmesser ϱ_i und ϱ_a an den Stellen i_2 und a_2 muß man die Krümmungen in der Nachbarschaft dieser Punkte berücksichtigen, sofern diese sich sprunghaft ändern. Wir vermitteln dann die Krümmungen, d. h. die reziproken ϱ-Werte arithmetisch. An der inneren Flußlinie stoßen eine Gerade und ein Kreis vom Halbmesser 226 mm zusammen, so daß

$$\frac{1}{\varrho_i} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{226}\right) = \frac{1}{452} \quad \text{also } \varrho_i = 452 \text{ mm}.$$

Der Halbmesser ϱ_a ist im Bereich a_2 konstant mit $\varrho_a = 26$ mm.

Die Auswertung von Gl. (21, 2) mit $\mu = 5$ nach den S. 124 ff. gemachten Angaben gibt die Verteilungskurven von $\nu = c_{3m}/c_{3mi}$ Abb. 3, Tafel II, womit nach Ermittlung von c_{3mi} aus (21, 4) auch der Verlauf von c_{3m} gegeben ist und die Flußlinien zwischen Leitrad und Saugrohr eingetragen werden können.

γ) *Berechnung der Schaufelwinkel.* Die Winkel β_2 an der Druckkante sind gemäß (21, 1) nachstehend tabellarisch errechnet, wobei die Schaufelverengung an der Druckkante vernachlässigt, also $c_{2m} = c_{3m}$ genommen ist.

Berechnung der Schaufelwinkel β_2.

Faden	$a_1 a_2$	$b_1 b_2$	$c_1 c_2$	$d_1 d_2$	$\delta_1 \delta_2$	$i_1 i_2$	Dim.
D_2	595	558	542	537	536,5	536	mm
u_2	23,35	21,87	21,25	21,10	21,05	21,00	m/s
$c_{2m} = c_{3m}$	14,20	11,55	9,14	7,52	7,11	6,90	m/s
$c_{2u} = g\,H_{th}/u_2$	18,30	19,50	20,06	20,22	20,32	20,40	m/s
$\operatorname{tg} \beta_2$	2,82	4,87	7,67	8,55	9,75	11,50	—
β_2	70°30′	78°25′	82°30′	83°20′	84°10′	85°	Grad

Die Winkel β_1 an der Saugkante errechnen wir aus (20, 1), wobei wir vorläufig $\frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} = 0{,}88$ annehmen. Um die Berichtigung dieses Wertes durchzuführen, brauchen wir die Schaufelzahl z nach (20, 4). In dieser Gleichung ist am *mittleren* Faden $c_1 c_2$ $r_m = 228$ mm, $e = 163$ mm, $\beta_1 = 30°40'$, $\beta_2 = 82°35'$, womit

$$z = 13{,}0 \frac{228}{163} \cdot 0{,}841 = 15{,}3, \text{ gewählt } z = 15.$$

Die endgültige Berechnung von β_1 ist für alle Fäden in nachstehender Tabelle durchgeführt.

Berechnung der Schaufelwinkel β_1.

Faden	r_1	$u_1 = r_1 \omega$	$c_1 = c_0/0{,}88$	$\operatorname{tg} \beta_1 = c_1/u_1$	λ_1' (Abb. 46)	$t_1 = 2 r_1 \pi / z$	$\frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}$ (20,3 a)	$c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$	β_1
	m	m/s	m/s	—	Grad	mm	—	m/s	Grad
$a_1 a_2$	0,302	23,72	10,35	0,436	90°	126,4	0,941	9,70	22° 15′
$b_1 b_2$	0,261	20,50	10,35	0,505	78°	109,2	0,938	9,74	25° 25′
$c_1 c_2$	0,213	16,70	10,35	0,620	48°30′	89,4	0,920	9,93	30° 40′
$d_1 d_2$	0,155	12,15	10,35	0,851	33°30′	65,0	0,892	10,23	40° 10′
$\delta_1 \delta_2$	0,1435	11,27	10,35	0,919	53°	60,2	0,916	9,98	41° 30′
$i_1 i_2$	0,135	10,60	10,35	0,976	65°	56,8	0,920	9,93	43° 10′

Mittels der jetzt bekannten Anfangs- und Endwinkel ist die Schaufelung in Tafel I nach dem in Abschn. 20a und 21 beschriebenen Verfahren der Übertragung der Schaufelschnitte auf Kegelflächen gezeichnet. Dabei sind 2 Kegelflächen für jede Flußfläche benutzt, obwohl man nach Abschn. 20a auch mit einer einzigen Kegelfläche auskommen kann. Der eine Kegel ist jeweils in die Nähe der Saugkante, der andere in die Nähe der Druckkante gelegt (Abb. 1, Tafel I) Beide Abwicklungen sind in eine solche gegenseitige Lage gebracht (Tafel II), daß ihnen ein mittlerer Punkt M der betrachteten Flußlinie, z. B. $c_1 c_2$, also seine Abwicklungen M_1 und M_2 ebenso die zugehörigen Mantellinien gemeinsam sind. In diese sich aneinanderschließenden Abwicklungen (Abb. 4 bis 9, Tafel II) werden nun die Schaufelschnitte als stetige Linien nach den Angaben des Abschn. 19 eingetragen (gegebenenfalls unter Beachtung der nachher zu erläuternden Winkelübertreibung) und danach die Projektion im Grundriß (Abb. 2 und 4, Tafel I) gezeichnet. Diese Projektionen erhalten dann zunächst im Übergangspunkt M (Tafel II, Abb. 7) einen schwachen Knick, der durch einen sanften Übergang ersetzt werden muß. (An den Saugenden der äußeren Flußlinien $a_1 a_2$, $b_1 b_2$, $c_1 c_2$ sind statt der Berührungskegel kurzerhand Kreiszylinder verwendet, weil die in der Abwicklung erscheinenden Radien andernfalls zu groß sein würden und infolge der geringen gegenseitigen Abweichung kein merkbarer Fehler entsteht. Die Mantellinien dieser Kreiszylinder gehen jeweils durch die Punkte

a_1, b_1, c_1, so daß keine Umrechnung der Winkel β_1 nach (20, 5) nötig ist.) Zur Kontrolle empfiehlt es sich, in den Grundriß die Anfangs- und Endtangenten nach den Angaben S. 120 einzutragen. Dies ist in Abb. 2, Tafel I bei a_2' und d_1' durchgeführt.

Wie man sieht, erhalten die gegossenen Schaufeln veränderliche Wandstärken. Deshalb ist sowohl ihre Vorder- wie Rückfläche zeichnerisch darzustellen, während bei Blechschaufeln die Darstellung einer Fläche genügt. Die Wandstärke erscheint in den Abwicklungen nicht in wahrer Größe. Sie wird am besten mittels Gl. (20, 6) festgelegt.

Es genügt zunächst, diesen Wert σ am Ein- und Austritt, ferner an der Stelle der größten Dicke zu berechnen und den übrigen Verlauf der Schaufel nach Schätzung einzutragen. Der Winkel β bezieht sich hierin auf die Mittelfläche und ist demgemäß zu schätzen, während der Winkel λ' aus dem Meridianschnitt der Vorderfläche entnommen werden kann. Die notwendige Berichtigung des Verlaufs ergibt sich von selbst beim Aufzeichnen der Axial- und Schreinerschnitte.

Die Ecken beim Übergang der Schaufel auf die Radwände sind abzurunden. Die größte wirkliche Dicke, die nahe am Schaufelkopf vorhanden ist, nimmt man etwa gleich der Dicke der Radwand. Die Schaufeln laufen an der Saugkante aus mit einer Dicke $s_1 \approx 3$ mm.

δ) *Winkelübertreibung beim Turbinen-Schnelläufer.* Bei der Berechnung der Schaufelwinkel β_1 und β_2 haben wir die Auseinanderstellung der Schaufeln nicht berücksichtigt, weil dieses bei der langsam- und mittelläufigen Wasserturbine im allgemeinen auch nicht nötig ist. Bei der vorliegenden hohen spezifischen Drehzahl ist die Auseinanderstellung aber bereits zu beachten. Dies geschieht vielfach überschläglich dadurch, daß die erhaltenen Schaufelwinkel nur an der konkaven Vorderfläche verwirklicht werden, wodurch die Winkel der Mittelfläche um den halben Zuschärfungswinkel übertrieben werden (Abb. 72). Diese Maßnahme ist offenbar besonders bei stark veränderlicher Wandstärke, wo Zuschärfungswinkel von 5 bis 10° üblich sind, wirksam aber ziemlich willkürlich.

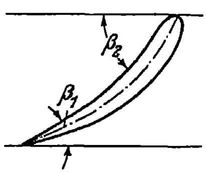


Abb. 72. Winkelübertreibung bei der schnelläufigen Turbinenschaufel.

Will man den Grad der Übertreibung den vorliegenden Bedingungen besser anpassen, so liegt es nahe, die für die Pumpenschaufel in Abschn. 6 und 7 abgeleiteten Verfahren sinngemäß zu übertragen, wobei folgendes ins Gedächtnis zurückzurufen ist.

Die Übertreibung am Eintritt ist wenig wichtig, weil sie lediglich zur Vermeidung eines Eintrittsstoßes dienen kann. Da aber eine zu starke Übertreibung den nachteiligen Rückenstoß herbeiführt, so macht man vorsichtshalber die Schaufel durch eine kräftige Eintrittsabrundung unempfindlich gegen Stoß, wobei man nach der oben gegebenen Anweisung den Diagrammwinkel auf der Vorderseite der Schaufel berücksichtigen kann. Wichtig ist dagegen der Austrittsverlauf der Schaufel, weil er maßgebend ist für die Ablenkung und damit für die Schaufel-

arbeit. Wir können zur Festlegung des Austrittswinkels das bei der Pumpe angewandte Verfahren verwenden und erhalten entsprechend Gl. (7, 10) und (7, 11) die Beziehungen

$$H_{\text{th}\infty} - H_{\text{th}} = p H_{\text{th}}, \tag{25, 1}$$

die wir aber jetzt auf den Bereich der Saugkante verwenden und wobei wir setzen

$$p = \psi'_T \frac{r_1^2}{z S}. \tag{25, 2}$$

Berücksichtigt man nun, daß

$$H_{\text{th}\infty} = 1/g \cdot (u_2 c_{3u} - u_1 c_{1u})$$
$$H_{\text{th}} = 1/g \cdot (u_2 c_{3u} - u_1 c_{0u}), \tag{25, 3}$$

wobei also c_{1u} die bei unendlicher Schaufelzahl sich ergebende, c_{0u} die wirkliche und also angestrebte Umfangskomponente des Austritts darstellt, so folgt

$$u_1 (c_{0u} - c_{1u}) = p H_{\text{th}} g$$

oder

$$-\frac{u_1 - c_{0u}}{c_{1m}} + \frac{u_1 - c_{1u}}{c_{1m}} = \frac{p H_{\text{th}} g}{u_1 c_{1m}},$$

also

$$\operatorname{ctg} (\beta_1)_{\text{korr}} - \operatorname{ctg} \beta_1 = \frac{p H_{\text{th}} g}{u_1 c_{1m}}.$$

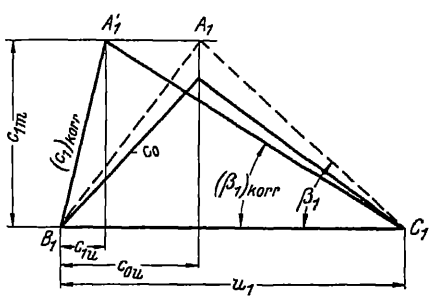


Abb. 72 a. Austrittsdreiecke der Turbine ohne und mit Berücksichtigung der Minderleistung.

Darin ist $(\beta_1)_{\text{korr}}$ der gesuchte, β_1 der bei Annahme unendlich dicht stehender Schaufeln, also bei der bisherigen Rechnung sich ergebende Schaufelwinkel. In Abb. 72a ist $A_1 B_1 C_1$ das bisherige und A_1', $B_1 C_1$ das korrigierte Austrittsdreieck, bezogen auf einen Punkt kurz vor dem Austritt.

Setzt man für p den Wert aus (25, 2) und H_{th} aus (25, 3) ein, so wird mit $u_1 = r_1 \omega$

$$\operatorname{ctg} (\beta_1)_{\text{korr}} = \operatorname{ctg} \beta_1 + \psi'_T \frac{r_1 (r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u})}{z S c_{1m}}. \tag{25, 4}$$

Im Berechnungspunkt ist meist $\alpha_0 = 90°$, also $c_{0u} = 0$, womit

$$\operatorname{ctg} (\beta_1)_{\text{korr}} = \operatorname{ctg} \beta_1 + \psi'_T \frac{r_1 r_2}{z S} \frac{c_{3u}}{c_{1m}}. \tag{25, 5}$$

Die Erfahrungszahl ψ'_T ist bei Turbinen anders festzulegen als bei Pumpen, weil die Übertreibung aus den S. 31 ff. angegebenen Gründen erst bei Überschreitung von $n_q \approx 45$ ($n_s \approx 150$) positiv zu sein scheint, und also ψ'_T bei diesem Grad der Schnelläufigkeit durch Null hindurchgeht. Ferner ist eine Anlehnung an die Formel (7, 13) schon deshalb nicht möglich, weil das Wachsen von β_1 auf die Schaufelarbeit und damit auf den Schaufeldruck entgegengesetzt wirkt als das Wachsen von β_2. Wir setzen schätzungsweise

$$\psi'_T = 0{,}8\,(1 + \cos \beta_1) \left(1 - \frac{200}{n_s + 100}\right). \tag{25, 6}$$

(Der Bruch in der zweiten Klammer kann auch $60/(n_q + 30)$ geschrieben werden.)

Die Auswertung von (25, 5) ergibt erst im Bereich von $n_s \approx 250$ Übertreibungen, die der Größenordnung des halben Zuschärfungswinkels entsprechen. Im vorliegenden Beispiel findet sich für die Flußlinien

	$a_1\,a_2$	$b_1\,b_2$	$c_1\,c_2$	$d_1\,d_2$	$\delta_1\,\delta_2$	$i_1\,i_2$
$(\beta_1)_{\text{korr}} =$	20°50′	24°0′	29°20′	38°17′	39°30′	41°7′
$\beta_1 - (\beta_1)_{\text{korr}} =$	1°30′	1°30′	1°30′	1°58′	2°5′	2°8′

Diese Rechnungsweise soll lediglich einen Anhalt bieten. Sie bedarf noch der Nachprüfung durch die Erfahrung.

ε) *Kantenlage.* Druck- und Saugkante sind in eine Axialebene gelegt. Maßgebend für ihre Lage ist aber in Wirklichkeit, daß die Winkel λ_a und λ_i zwischen Schaufelfläche und Radwand nicht zu spitz sind. Dementsprechend sind die Stromlinien gegeneinander um die Achse zu drehen (S. 120).

Für die Herstellung der Modelle und zur Prüfung der Stetigkeit der Schaufelfläche sind Axial- und Schreinerschnitte nach den Angaben des Abschn. 20 eingetragen.

ζ) *Lichte Austrittsweite.* Zur Erleichterung der Nachprüfung der Kernbüchsen der Schaufelkanäle oder bei Blechschaufeln der richtigen Lage der eingeformten Schaufeln ist die Kenntnis der lichten Austrittsweite für einige Punkte der Austrittskante wichtig. Diese darf aber nicht aus den Kegelabwicklungen entnommen werden, weil sie dort zu groß erscheint. Sie ergibt sich aber rasch auf folgende Weise (Tafel I, Abb. 3 und 4).

Um den gewählten Punkt A, der offenbar auf der Austrittskante der Vorderfläche der *nächstfolgenden* Schaufel liegen muß, also um $t_2 - \sigma_2$ auf dem zugehörigen Parallelkreis gegenüber dem entsprechenden Punkt c_1 der Austrittskante der gezeichneten Rückfläche (Abb. 3 und 4, Tafel I) verschoben liegt, werden die Kreise geschlagen, die die benachbarten Schreinerschnitte dieser Rückfläche berühren. Die Radien dieser Kreise stellen die Projektionen der Lote auf die wirklichen Schreinerschnitte im Raum dar, deren wirkliche Länge leicht im Aufriß bestimmt werden kann, da dort der senkrechte Abstand dieser Schnitte gegeben ist. Wir bringen diese Lote in ihrer wirklichen Länge im Meridianschnitt (Tafel I, Abb. 3) zur Darstellung, indem wir sie durch Drehung um die durch A gehende Senkrechte in eine Lage parallel zur Ebene des Meridianschnittes bringen und dorthin in wahrer Größe projizieren. Ihre Endpunkte ergeben dann die Linie BC, deren kleinster Abstand von dem dort nach c_1 gelangten Punkt A der gesuchte Abstand a_1 ist.

Liegt eine Blechschaufel, also nur die Darstellung der Mittelfläche vor, so wird diese häufig als Rückfläche genommen. Das Verfahren der Bestimmung der Austrittsweite bleibt dann unverändert.

26. Peltonrad.

a) Vorbemerkung. Im Bereich $n_q < 18$ ($n_s < 60$) erhält die FRANCIS-Turbine ein radiales Laufrad mit engen Kanälen und deshalb verschlechtertem Wirkungsgrad. Die gleiche Abhilfe wie bei Pumpen, nämlich Mehrstufenanordnung ist aber bei Wasserturbinen nicht erforderlich, weil hier die andere Abhilfemaßnahme, nämlich die partielle Beaufschlagung nicht nur keine Verschlechterung, sondern in der beim PELTON-Rad angewandten Form sogar eine Verbesserung des Wirkungsgrades mit sich bringt.

Partielle Beaufschlagung ist nur in Verbindung mit Gleichheit des Druckes auf beiden Radseiten möglich (s. S. 41ff.). Verzichtet man gleichzeitig auf die Verwendung eines Saugrohres, so kann das Laufrad im Luftraum umlaufen, wobei nur der beaufschlagte Teil des Umfangs mit dem Wasser in Berührung kommt. Es unterliegt also ebenso wie der beaufschlagende Wasserstrom nur noch der Reibung an der Luft, die verschwindend klein ist im Vergleich zur Reibung am Wasser. Dies macht sich besonders stark insofern geltend, als die nicht beaufschlagten Schaufeln nicht im Arbeitsmittel nutzlose Verdrängungsarbeit leisten, wie etwa bei der Dampf- und Gasturbine.

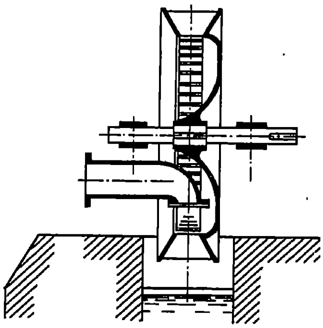


Abb. 73. SCHWAMKRUG-Turbine.

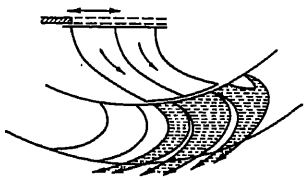


Abb. 73a. Regelung der SCHWAMKRUG-Turbine.

Partielle Beaufschlagung ermöglicht die Regelung durch Änderung des Beaufschlagungsbogens. Dies kann durch Öffnen und Schließen von Leitkanälen geschehen, wie bei den Vorgängern des PELTON-Rades, nämlich der SCHWAMKRUG-Turbine (Abb. 73, 73a) oder der axialen Gleichdruckturbine (Abb. 74). Bei Dampf- und Gasturbinen wird diese Maßnahme heute noch bevorzugt verwendet. Bei der PELTON-Turbine verwirklicht man die Änderung der Beaufschlagung am Auslaßquerschnitt eines einzelnen Leitkanals. Wesentlich ist, daß gleichzeitige Drosselung, also Vernichtung von Energie vermieden und eine reine Quantitätsregelung verwirklicht wird.

Nicht jede Beaufschlagungsrichtung ist bei Gleichdruck möglich oder zweckmäßig, wie folgende Überlegung zeigt. In Gl. (8, 3) muß $H_p = 0$ sein, also gilt

$$u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_3^2 + 2g\,Z_u = 0.$$

Fassen wir die relative Austrittsgeschwindigkeit w_0 ins Auge, indem wir schreiben

$$w_0^2 = u_1^2 - u_2^2 + w_3^2 - 2\,g\,Z_u, \tag{26,1}$$

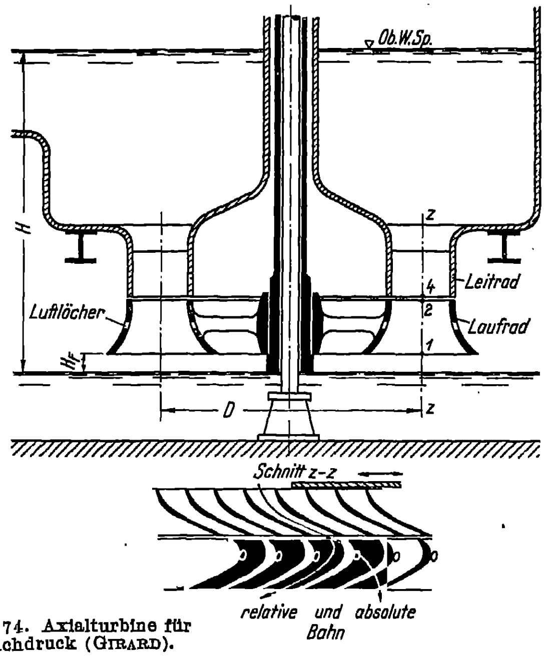


Abb. 74. Axialturbine für Gleichdruck (GIRARD).

so sieht man, daß das Radialrad der FRANCIS-Turbine, das langsamläufig sein müßte, mit $u_1 < u_2$ nicht mehr zweckmäßig ist, weil Gefahr

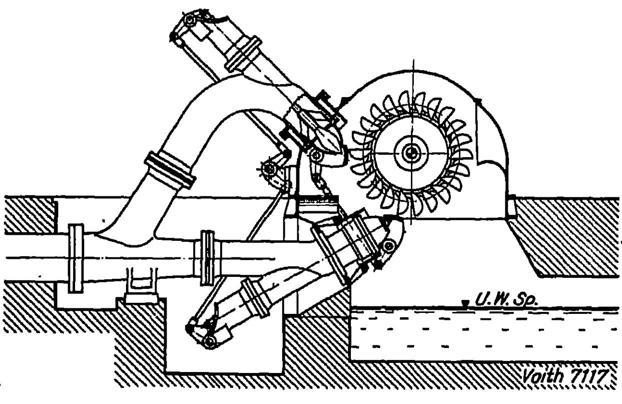


Abb. 75. PELTON-Turbine mit 2 Düsen.

besteht, daß w_0^2 negativ wird, also das Wasser nicht mehr nach innen abfließen kann. Man hat sich lange Zeit beholfen durch Übergang auf die radial auswärts gerichtete Beaufschlagung in der SCHWAMKRUG-

Turbine (Abb. 73, 73a). Dort ist $u_1^2 - u_2^2$ stets positiv, also $w_0 > w_3$. Der Radkörper ist aber gegen Fliehkräfte, die bei den hier vorliegenden großen Gefällen eine Rolle spielen, wenig fest. Ferner ist die Regelung mit Verlusten behaftet, weil der Abschluß der Leitkanäle in den Zwischenstellungen nicht ohne Drosselung möglich ist, die um so schwerer wiegt, als nur wenige Leitkanäle vorhanden sind.

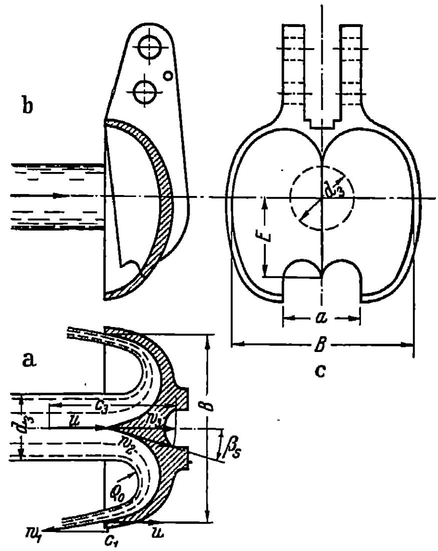


Abb. 76. PELTON-Schaufel.

Aus letzterem Grund konnte sich auch die Axialturbine nach GIRARD (Abb. 74), die noch älter ist als die SCHWAMKRUG-Turbine, nicht halten.

Die beste Lösung liefert die PELTON-Turbine (Abb. 75). Ihren Schaufelkörper (Abb. 76) kann man sich aus der Vereinigung zweier axialer Hakenschaufeln entstanden denken, gegen deren gemeinsame Eintrittskante der allseitig freie Wasserstrahl anströmt (Abbildung 76a). Der Vorzug gegenüber der einfachen Axialturbine und der SCHWAMKRUG-Turbine besteht zunächst darin, daß die am Strahlrand dort auftretenden Verdrängungs- und Stoßverluste (Abb. 82a) wegfallen, obwohl die einzelne Schaufel nach wie vor von einem einzelnen Wasserballen getroffen wird (Abb. 76a). Ferner geschieht die Regelung verlustlos durch axiale *Verschiebung einer Nadel* mit zwiebelförmigem Ende (Abb. 77)[1].

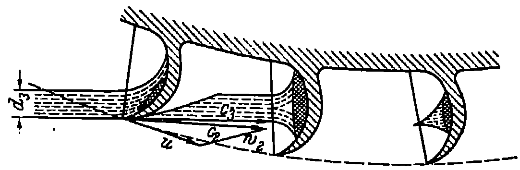


Abb. 76 a. Aufteilung des Strahls auf die aufeinanderfolgenden Schaufeln einer Tangentialradturbine.

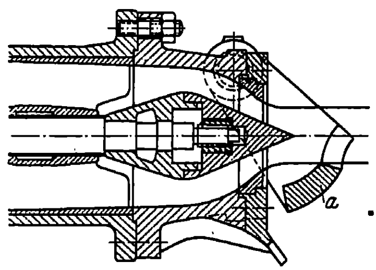


Abb. 77. Nadeldüse und Ablenker zur PELTON-Turbine mit Ablenker *a*.

Die Zahl der beaufschlagenden Düsen ist aber beschränkt. Sie beträgt bei waagerechter Welle höchstens 2. Bei stehender Welle kann man auf 4 bis 6 kommen[2], weil die gegenseitige Störung geringer ist.

[1] Über die Strahlausbildung in der PELTON-Turbine, vgl. Bulletin Technique de la Suisse Romande, 14. und 28. Oktober 1944, Auszug in Schweiz. Bauztg. Bd. 69 Nr. 30 (1951) S. 421. [2] Vertikalturbine 62000 HP mit 6 Düsen vgl. Transact. of the ASME Vol. 73 (1951) S. 289/96.

Bei schnellem Schließen der Düsennadel würden wegen der langen Rohrleitung starke Drucksteigerungen an der Turbine und damit eine Überbeanspruchung der Rohrleitung entstehen. Deshalb sind noch sog. *Ablenker* nötig, welche bei Leistungsabnahme gemäß Abb. 77a zuerst eingreifen, dann sich langsam in dem Maße bis zum Strahlrand zurückziehen, als die Nadel sich dem neuen Gleichgewichtszustand nähert.

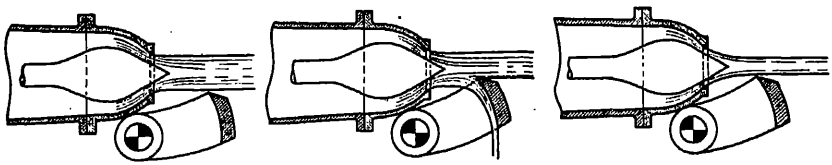


Abb. 77a. Schema der Doppelregelung.

Im Falle *wachsender* Belastung greift der Ablenker nicht ein, bleibt also außerhalb des Strahls und weicht soweit aus, als der Strahl dicker wird. Zu beachten ist, daß aus den eingangs erwähnten Gründen ein Saugrohr nicht zweckmäßig ist, also die Austrittsenergie, ebenso die Freihanghöhe, d. h. der Höhenunterschied zwischen Beaufschlagungsstelle am Rad und Unterwasserspiegel verloren sind.

b) Rechnungsgang. Gegeben H, $V_{1/1}$ und n (bzw. ω).

Die Kennziffer n_q gebe einen in den Bereich des Pelton-Rades mit 1 Düse fallenden Wert ($n_q \leq 9$, Bestwerte bei 4 bis 6). Mit $C = \sqrt{2 g H}$ wird die Austrittsgeschwindigkeit aus der Düse $c_3 = \varphi C$, wo $\varphi \approx 0{,}98$. Jetzt ist der Strahlquerschnitt (nicht Austrittsquerschnitt der Düse) $f_3 = V/c_3$ und damit der Strahldurchmesser d_3 gegeben. Nach (8, 12), wo jetzt $\alpha_2 = 0$, $\mathfrak{r} = 0$ zu setzen ist, beträgt die Laufzahl für senkrechtes Abströmen vom Rad $u/C = \eta_h/2\,\varphi$ oder mit $\eta_h = 0{,}9$, $\varphi = 0{,}98$, $u = 0{,}46\,C$. (Damit ist der Durchmesser des die Strahlmitte berührenden Kreises gegeben gleich $2\,u/\omega$). Wir wollen uns vergewissern, indem wir den Geschwindigkeitsplan für den Mittelschnitt I (Abb. 78) der Schaufel in Abb. 79a aufzeichnen, wobei wir also eine Strömung mit gleichbleibenden Achsenabständen des betrachteten Wasserfadens, also mit $u_1 = u_2 = u$ annehmen. Die relative Eintrittsgeschwindigkeit wird $w_3 = c_3 - u = (0{,}98 - 0{,}46)\,C = 0{,}52\,C$. Diese wird durch den halben Zuschärfungswinkel β_s der Schneide in $w_2 \approx w_3$ übergeführt. Den halben Schneidenwinkel β_s kann man mit 7 bis 15° bemessen. Infolge der Reibung an der Laufschaufel ist die relative Austrittsgeschwindigkeit $w_1 < w_2$. Wir setzen $w_1 = \psi\, w_2$, wo der Geschwindigkeitsbeiwert ψ infolge der geringen benetzten Wandlänge nahe bei 1 liegt. Wir schätzen $\psi = 0{,}95$, so daß $w_1 = 0{,}95\, w_2 = 0{,}95 \cdot 0{,}52\, C = 0{,}493\, C$. Im Falle senkrechten Austritts wäre also

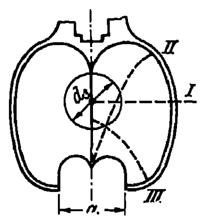


Abb. 78. Verschiedene Flußlinien I, II, III.

$c_1 = \sqrt{w_1^2 - u^2} = C\sqrt{0{,}493^2 - 0{,}46^2} = 0{,}177\,C$, also der Auslaßwert $\varepsilon^2 = 0{,}177^2 = 0{,}031$ in guter Übereinstimmung mit Gl. (16, 10)[1].

In der Regel schreibt man $u/C = 0{,}42$ bis $0{,}46$ vor, wobei die kleinen Werte bereits einen Austrittswinkel $\alpha_0 < 90°$ (ähnlich wie bei Dampfturbinen) bedingen.

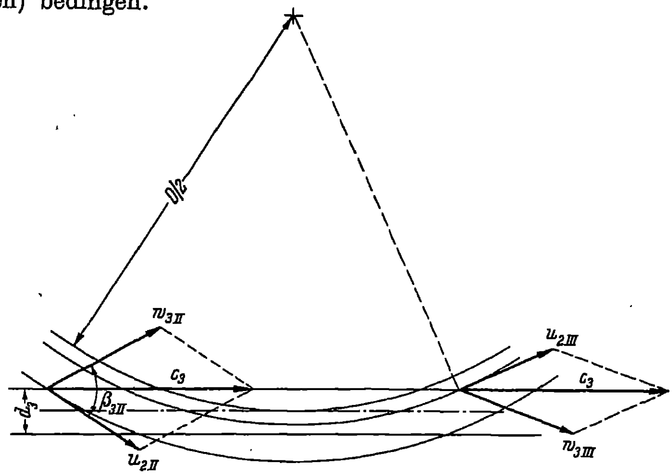


Abb. 79. Verschiedenheit der Beaufschlagung bei Faden *II* und *III* der Abb. 78.

Die angenommene zylindrische Flußfläche I in Abb. 78 trifft streng genommen für keinen Stromfaden zu, weil zylindrische Führungswände fehlen. Beispielsweise hat das erste die Schneide treffende Wasser-

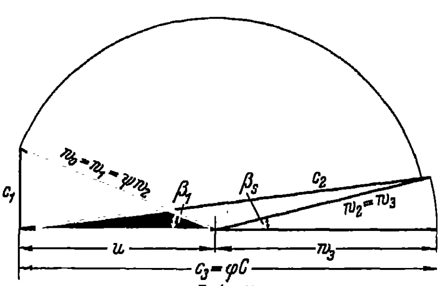


Abb. 79a. Geschwindigkeitsplan zum Faden *I* der Abb. 78.

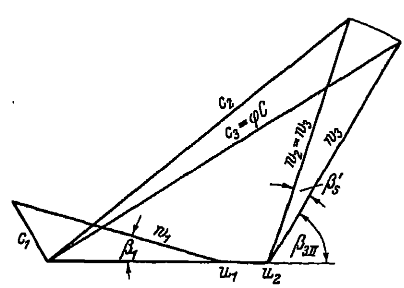


Abb. 79b. Geschwindigkeitsplan zum Faden *II* der Abb. 78.

teilchen nach Abb. 79 den Winkel $\beta_{3\,II}$ zur Umfangsrichtung und demnach die nach innen gerichtete Flußlinie II in Abb. 78 mit dem Geschwindigkeitsplan Abb. 79b. Das rechts von der senkrechten

[1] η_h steht, wie eine einfache Rechnung zeigt, *beim axialen Faden I* mit φ, ψ und u/C nach [*II*, *4*] in der Beziehung $\eta_h = 2\,(1 + \psi\cos\beta_0)\,\frac{u}{C}\left(\varphi - \frac{u}{C}\right)$.

Mittelebene auftreffende Teilchen III hat die nach außen gerichtete Flußlinie III in Abb. 78, weil in Abb. 79 $w_{8\,III}$ nach außen gerichtet ist. In beiden Fällen sind u_2 und u_1 verschieden. Demnach ist für die Bestimmung von $w_0 \approx w_1$ Gl. (26, 1) maßgebend, wobei $Z_u \approx (1-\psi^2) \cdot w_3^2/2g$ mit $\psi \approx 0{,}95$ gesetzt werden kann. Man sieht, daß die Schaufelfläche auch für radiale Beaufschlagungsrichtungen geeignet sein muß. Man bildet sie deshalb so aus, daß längs der ganzen elliptischen Austrittskante ein genügend kleiner Winkel β_1' vorhanden ist.

Dabei ist zu beachten, daß dieser Schaufelwinkel β_1' gegenüber dem Diagrammwinkel β_1 zu übertreiben, also β_1' kleiner zu nehmen ist, nach [*I*, *1*] etwa entsprechend $\beta_1 - \beta_1' = 15^\circ \frac{d_3}{B}$. Man geht mit β_1' möglichst an die untere Grenze (4 bis 7°), die dadurch bedingt ist, daß der austretende Strahl bei Vollast die nachfolgende Schaufel nicht berührt. Dies bedingt eine starke Abhängigkeit von Versuchen.

Die *Schneide* ist möglichst scharf anzuschleifen. Abrundung der Kante würde seitliche Geschwindigkeitskomponenten und dadurch die Gefahr der Zersplitterung und Kavitation zur Folge haben.

Die Breite B des Löffels (Abb. 76) ist nach unten dadurch begrenzt, daß der Krümmungshalbmesser ϱ_0 an der inneren Strahlfläche im Krümmungsscheitel nicht zu klein wird. Die obere Grenze ist durch die Rücksicht auf die Verlängerung des Reibungsweges und insbesondere die Befestigung gegeben. Wird $\eta_{\max}$ bei Vollast verlangt, so macht man B groß, nämlich

$$B = 3{,}5 \div 4\, d_3$$

und wenn dies bei Teillast erwünscht ist, entsprechend kleiner [*I*, *1*]

$$B = 2{,}8 \div 3{,}2\, d_3.$$

In der zur Strahlachse senkrechten Meridianebene des Rades legt man den innersten Punkt der Eintrittskante an den Strahlrand (Abb. 76, 78) und den äußersten Punkt in die Entfernung $E = 0{,}9$ bis $1{,}2\, d_3$ (Abb. 76) von Strahlmitte.

Die Schaufel erhält im äußeren Teil einen Ausschnitt von der Breite $a = 1{,}2\, d_3 + 5$ mm, damit der Strahl nicht auf die Stirnfläche des Löffels trifft. Dementsprechend ist dieser Ausschnitt auf der Rückenfläche der Schaufel weiterzuführen. Hinsichtlich der weiteren Ausbildung der Schaufel vgl. [*I*, *1*].

Die *Schaufelbefestigung* hat dem raschen Kräftewechsel Rechnung zu tragen. Im Fall der Einzelbefestigung muß sie also eine Spannungsverbindung sein.

Ist die Schaufel im Verhältnis zum Raddurchmesser zu groß, was etwa bei $d_3/D > \frac{1}{11{,}5} \div \frac{1}{10{,}5}$ der Fall ist, so reicht der verfügbare Raum zur Unterbringung der Befestigungskonstruktion nicht aus. Dann sind Schaufeln und Rad aus einem Stück zu gießen, was hohe Anforderungen an die Werkstatt stellt.

Die Schaufel belastet ihre Befestigung
1. durch die Fliehkräfte,
2. durch die Strahlkraft. Diese verteilt sich jeweils auf die angeströmten Schaufeln (Abb. 76a). Ihr auf das ganze Rad wirkender Betrag ist nach dem Impulssatz

$$K_{\text{Rad}} = \frac{\gamma V}{g}(c_3 - c_{0u})$$

bezw.

$$= \frac{\gamma V}{g} c_3 \text{ für } c_{0u} = 0,$$

der gleichzeitig die Belastung der Welle bedeutet.
Um den Strahldruck auf die Schaufel zu erhalten, müssen wir die Kontrollfläche mit der Schaufel sich bewegen lassen. Dann ist

$$K_{\text{sch}} = \frac{\gamma}{g} V_{\text{rel}} (w_{3u} - w_{0u})$$

oder weil mit Bezug auf Abb. 79a

$$V_{\text{rel}} = V\frac{w_3}{c_3}, \quad w_{3u} - w_{0u} = w_3 + u = c_3$$

$$K_{\text{sch}} = \frac{\gamma}{g} V \frac{w_3}{c_3} c_3$$

$$= \frac{\gamma}{g} V w_3 = \frac{\gamma}{g} V (c_3 - u) \approx \frac{1}{2} K_{\text{Rad}}.$$

Bei festgebremstem Rad, also $u = 0$ ist $c_{0u} = -c_3$, also

$$(K_{\text{Rad}})_0 = 2\frac{\gamma V}{g} c_3 = 2 K_{\text{Rad}}.$$

c) Zusammenhang zwischen Schnelläufigkeit und Strahlverhältnis d_3/D.

Setzt man in $n_q = n\frac{\sqrt{V}}{H^{3/4}}$, wobei V auf 1 Düse bezogen sein soll, ein:

$$n = \frac{60\,u}{\pi D} = \frac{60}{\pi D}\left(\frac{u}{C}\right)\sqrt{2gH}$$

$$V = \frac{\pi}{4} d_3^2 c_3 = \frac{\pi}{4} d_3^2 \varphi \sqrt{2gH},$$

so findet sich

$$n_q = \frac{60}{\pi D}\left(\frac{u}{C}\right)\sqrt{2gH}\,\frac{\sqrt{\frac{\pi}{4} d_3^2 \varphi \sqrt{2gH}}}{H^{3/4}}$$

$$= \frac{30}{\sqrt{\pi}}(2g)^{3/4}\sqrt{\varphi}\left(\frac{u}{C}\right)\frac{d_3}{D} = 158{,}5\sqrt{\varphi}\left(\frac{u}{C}\right)\frac{d_3}{D}$$

oder mit

$$\frac{u}{C} = 0{,}44, \varphi = 0{,}985$$

$$n_q = 69{,}4\frac{d_3}{D}; \quad n_s = 3{,}65\sqrt{\eta}\,n_q = 234\frac{d_3}{D} \text{ für } \eta = 0{,}85.$$

Die spezifische Drehzahl ist demnach nur vom Strahlverhältnis abhängig. Das Strahlverhältnis liegt also fest, wenn n, V und H gegeben sind, und stellt eine andere Ausdrucksform für das Beaufschlagungsverhältnis ε (S. 162) dar.

Nach unten kann n_q beliebig gesenkt werden. Dadurch wird die Befestigung der Schaufeln immer leichter, allerdings auch der freie Strahl immer länger, so daß das Maximum der η-Kurve bei $n_q = 4$ bis 6 ($n_s = 13$ bis 19,5) entsprechend $d_3/D = \frac{1}{18}$ bis $\frac{1}{12}$ liegt[1]. Der Abfall von η gegen die kleinen n_q ist aber sehr gering. Die obere Grenze ist $n_q = 9{,}9$ bis 10,5, ($n_s = 33$ bis 35) entsprechend $d_3/D = 1/7$ bis 1/6,5. Bei i Düsen ist $n_{qi} = \sqrt{i}\, n_{q1}$, so daß bei 4 Düsen mit $n_q = 19{,}8$ bis 21 ($n_s = 66$ bis 70) der Anschluß an die FRANCIS-Turbine erreicht ist.

27. Einstufige Dampfturbine.

a) Vorbemerkung. Bei Dampf- und Gasturbinen muß eine durch die Festigkeit gegebene obere Grenze der Umfangsgeschwindigkeit des Rades beachtet werden. Da ferner der Reaktionsgrad meist festliegt, geht man (wie beim PELTON-Rad) von der Laufzahl statt dem Winkel β_2 aus. Aus Festigkeitsgründen bevorzugt man das Axialrad. Die Dichteänderung muß an Hand der MOLLIER-iS-Tafel verfolgt werden.

b) Übungsbeispiel. Eine Dampfturbine zum Antrieb eines Gebläses ist zu berechnen für folgende Betriebsverhältnisse:

$$N = 100 \text{ PS}, \quad n = 10000 \text{ Umdr./min} \quad (\omega = 1047),$$
Frischdampfdruck $p_D = 10$ ata, Frischdampftemperatur $t_D = 280$°C,
Abdampfdruck $p_S = 1{,}5$ ata.

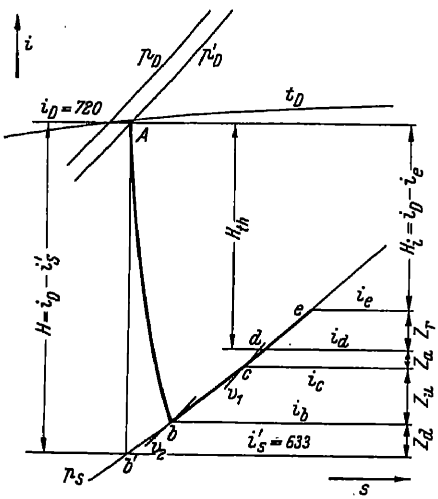


Abb. 80. Zustandskurve einer einstufigen Dampfturbine für Gleichdruck.

Bei Berücksichtigung eines Druckverlustes in den Regulierorganen von 10%, also eines Druckes vor den Leitschaufeln von $p'_D = 9$ ata entnimmt man der iS-Tafel die (adiabatische) Fallhöhe (Abb. 80), die wir bei Dampfturbinen stets in kcal/kg ausdrücken,

$$H = i_D - i'_S = (720 - 633) = 87 \text{ kcal/kg}.$$

Ferner beträgt der Gewichtsstrom, d. h. der Dampfverbrauch in kg/s

$$G = \frac{75\, N}{427\, H\, \eta_i\, \eta_m}$$

oder nach Einsetzen der Zahlenwerte, wobei wegen der Kleinheit der Leistung und der Einstufigkeit (S. 309 ff.) $\eta_i = 0{,}55$ und $\eta_m = 0{,}95$ geschätzt seien:

$$G = \frac{75 \cdot 100}{427 \cdot 87 \cdot 0{,}55 \cdot 0{,}95} = 0{,}386 \text{ kg/s}.$$

[1] Nach FABRITZ: Z. VDI 1944 S. 539.

Würde man (unter Verwendung des Mittelwertes des spezifischen Volumens aus dem Anfangs- und Endpunkt der Adiabaten) den Volumenstrom $V_m = G\, v_m$ bestimmen und danach $n_q = n \frac{\sqrt{V_m}}{(427 H)^{3/4}}$ ausrechnen, so würde sich, wie man sofort sieht, ein so kleiner Wert n_q ergeben, wie er bei vollbeaufschlagten Axialrädern nicht möglich ist (Abb. 28). Wir sind also, da Mehrstufigkeit ausscheiden soll, auf partielle Beaufschlagung und damit auf Gleichdruck angewiesen, obwohl partielle Beaufschlagung bei Dampfströmung nach S. 59 (vgl. auch Abb. 82a) ein Notbehelf ist[1]. Wir nehmen ein einfaches Axialrad. Die PELTON-Turbine ist versucht (RIEDLER-STUMPF-Turbine) [*II*, *1*], aber wegen der schwierigen Herstellung der kleinen Doppelschaufeln und ihrer Abnützung wieder aufgegeben worden.

Der Rechnungsgang schließt sich an den des PELTON-Rades an. Er muß aber die Dichteänderung sorgfältig berücksichtigen und deshalb die Zustandspunkte in der MOLLIER-iS-Tafel verfolgen. Er beginnt (wie bei allen Axialrädern) mit der Druckkante. Da

$$C = \sqrt{2g\,(i_D - i'_S)\,427} = 91{,}5\,\sqrt{i_D - i'_S} = 854\ \text{m/s},$$

so wird die absolute Eintrittsgeschwindigkeit ins Laufrad

$$c_2 = \varphi\, C = 0{,}95 \cdot 854 = 811\ \text{m/s}.$$

Streng genommen ist hier c_2 die Geschwindigkeit am Austritt der Düsen. Wir können sie bei Dampfturbinen aber ohne merkbaren Fehler gleich der Geschwindigkeit kurz hinter den Laufschaufelspitzen nehmen.

Der Geschwindigkeitsbeiwert φ berücksichtigt einen Verlust in den Düsen von $Z_d = (1 - \varphi^2)\, H = 8{,}27$ kcal/kg, der sich dem Dampf als Wärme mitteilt und deshalb den Zustandspunkt b des Dampfes in Abb. 80 festlegt. $A\,b$ ist also die Zustandskurve für die Düsen. Die weitere Zustandsänderung ist eine solche gleichen Druckes, verläuft also längs der Isobaren p_S. Im Punkt b entnimmt man das spezifische Volumen $v_2 = 1{,}15\ \text{m}^3/\text{kg}$. Die Laufzahl wird bei dieser einfachen Turbine unter Verzicht auf senkrechten Austritt kleiner gewählt als beim PELTON-Rad und als in Abschn. 8d angegeben ist, und damit ein Gegendrall am Austritt in Kauf genommen. Mit $u/C = 0{,}33$ wird $u = 0{,}33\, C = 282$ m/s und damit der Raddurchmesser in Schaufelmitte $D_m = 2\,u/\omega = 0{,}54$ m.

Die Schaufeln führen wir wegen ihrer Kürze zylindrisch aus. Zur Ermittlung ihrer Länge b benutzen wir die Kontinuitätsgleichung, die wir zunächst für den Austritt der Leitschaufeln und für volle Beaufschlagung anschreiben. Dabei wollen wir beachten, daß dort die Strahlbreite gleich der Austrittslänge b_4 der Düsen ist (Abb. 81).

$$V_2 = G\, v_2 = \pi\, D_m\, (b_4)_{\text{tot}}\, c_2 \sin\alpha_2 \frac{t - \sigma_2}{t}. \qquad (27,1)$$

[1] Wir rechnen das Beispiel für reinen Gleichdruck, wollen aber beachten, daß nach Abschn. 46 bei Dampf- und Gasturbinen auch im Fall der partiellen Beaufschlagung stets eine geringe Überdruckwirkung vorgesehen wird, so daß es reine Gleichdruckturbinen hier eigentlich nicht gibt.

Darin ist $(b_4)_{tot}$ die Düsenhöhe bei totaler Beaufschlagung. Die betrachteten Geschwindigkeiten und Winkel beziehen sich auf einen Punkt kurz hinter den Spitzen der Laufschaufeln, sind also im Geschwindigkeitsdreieck der Druckkante enthalten (Abb. 82). Den Zuströmwinkel α_2 nehmen wir so klein, als im Hinblick auf die Dicke der Schaufelenden zulässig ist, nämlich $\alpha_2 = 14$ bis $24°$ (im Mittel $17°$). Dies entspricht einer Zahl ε in $c_{2m} = \varepsilon \sqrt{2gH}$ von $\varepsilon = 0{,}24$ bis $0{,}35$ (im Mittel 0,28), *die auch für Überdruckturbinen gilt.* Wählt man $\varepsilon =$

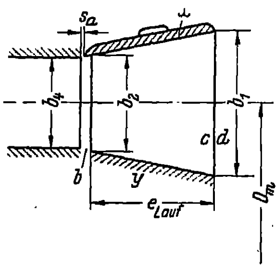


Abb. 81. Laufschaufel zur einstufigen Dampfturbine im Merdianschnitt.

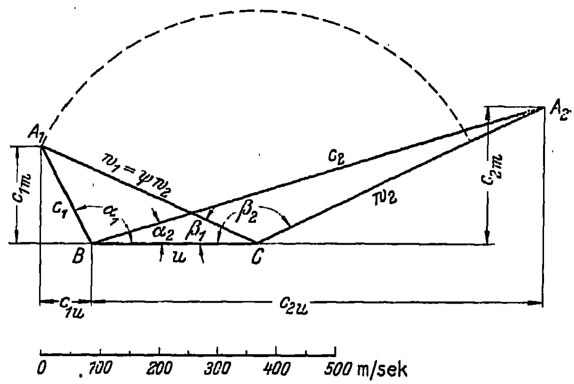


Abb. 82. Geschwindigkeitsplan zur einstufigen Dampfturbine für Druck- und Saugkante.

0,28, so ist $c_{2m} \equiv c_2 \sin \alpha_2 = 0{,}28 \cdot 854 = 239$ m/s. Damit errechnet sich

$$(b_4)_{tot} = \frac{G\, v_2}{\pi\, D_m\, c_{2m} \frac{t - \sigma_2}{t}} \tag{27, 2}$$

$$= \frac{0{,}386 \cdot 1{,}15}{\pi \cdot 0{,}54 \cdot 239 \cdot 0{,}92} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 1{,}2\,\text{mm}.$$

Dieser kleine Wert ist unausführbar. Schreibt man $b_4 = 15$ mm vor, so wird der *Beaufschlagungsgrad*

$$\varepsilon = \frac{\text{beaufschlagte Bogenlänge}}{\text{ganzer Radumfang}} = \frac{(b_4)_{tot}}{b_4} = 0{,}08.$$

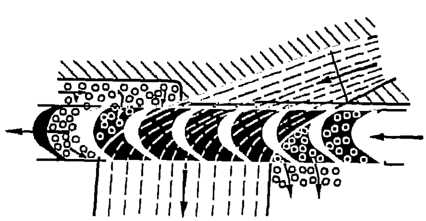


Abb. 82 a. Darstellung der Verlustströmung infolge partieller Beaufschlagung.

Man macht den Beaufschlagungsbogen möglichst groß, also b_4 möglichst klein, weil sonst die Verdrängungsarbeit der nichtbeaufschlagten Schaufeln und die Randverluste, die an den Enden des beaufschlagten Radumfangs vorhanden sind, zu stark in Erscheinung treten (Abb. 82a). Andererseits muß beachtet bleiben, daß der Schaufelwirkungsgrad mit abnehmender Schaufellänge b kleiner wird (s. S. 304).

Durch u, c_2 und α_2 ist das Geschwindigkeitsdreieck $A_2\,B\,C$ und damit der Schaufelwinkel β_2 an der Druckkante (Abb. 83a), ebenso die

relative Eintrittsgeschwindigkeit $w_2 = 537$ m/s bekannt. Da — infolge des verkleinerten u/C — der Austritt nicht senkrecht erfolgt, muß für das Austrittsdreieck eine andere dritte Größe bestimmt werden. Zunächst ist u bekannt, ferner $w_1 = \psi\, w_2$, worin $\psi \ll 1$, weil die Strömung (im Gegensatz zum PELTON-Rad) allseitig von Wänden eingeschlossen ist. Die in Abb. 83 angegebene Abhängigkeit des Wertes ψ vom Umlenkungswinkel $\Theta = \beta_2 - \beta_1$ nach [*II*, *1*] kann als für die mittlere Schaufellänge 50 mm und volle Beaufschlagung gültig betrachtet werden. Wir nehmen wegen der teilweisen Beaufschlagung und der kurzen Schaufeln ψ kleiner und zwar zu 0,75 an. Als dritte Größe könnten wir wie bei den anderen Strömungsmaschinen die Meridiankomponente $c_{1m} \approx c_{\varepsilon m}$

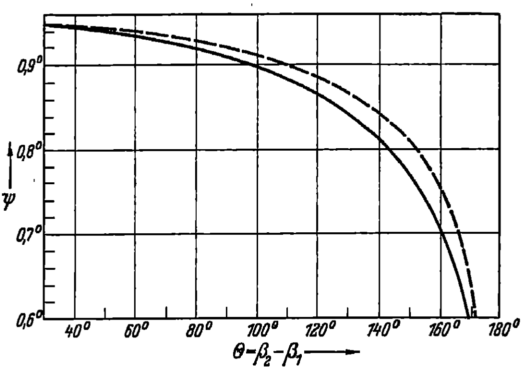


Abb. 83. Geschwindigkeitsbeiwert ψ in Funktion vom Umlenkungswinkel Θ (Abb. 83a) für Schaufellänge b = 50 mm nach STODOLA. Die gestrichelte Linie gilt für besonders günstige Verhältnisse (sorgfältige Formgebung, glatte Wände, kleine freie Strahloberfläche).

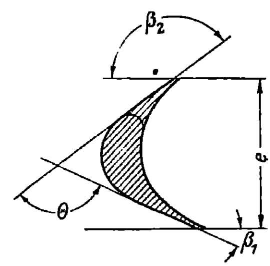


Abb. 83a. Gleichdruckschaufel mit Umlenkungswinkel $\Theta = \beta_2 - \beta_1$, der nicht immer mit der Umlenkung der Strömung übereinstimmt (gestrichelte Kopfform nur bei $Ma = w_2/a < 0{,}6$).

nehmen. Bei Dampfturbinen ist es aber üblich, die Schaufellänge b_1 an der Saugkante vorzuschreiben, weil dann die seitliche Begrenzung der Schaufel vorausgesehen wird, auf die es aus konstruktiven Gründen ankommt. Diese richtet sich nach der Schaufellänge b_2 an der Druckkante, welche gegenüber der Leitschaufelhöhe b_4 reichlich vergrößert wird, teils um Kantenstoß zu vermeiden, teils die gegenseitige Beeinflussung der vorbeistreichenden Schaufelkränze zu berücksichtigen. Der Sprung von b_4 auf b_2 kann innerhalb weiter Grenzen schwanken. Wir setzen

$$b_2 - b_4 = (2 \text{ bis } 8)\,\frac{D_m}{1000} = (2 \text{ bis } 8)\,\frac{540}{1000} = 1{,}1 \text{ bis } 4{,}4 \text{ mm}$$

und wählen $b_2 = 15 + 3 = 18$ mm.

Es ist zweckmäßig, b_1 so zu wählen, daß das Deckband x zylindrisch ausgeführt werden kann (im Gegensatz zu der in Abb. 81 gewählten konischen Form), womit eine geringe Schräge in das Füllstück y (Abb. 81) hineinkommt. Wir wählen $b_1 = 22$ mm.

Dann folgt der Winkel β_1 an der Saugkante aus der Kontinuitätsbedingung

$$G\, v_1 = \varepsilon \pi D_m\, b_1\, w_1 \sin\beta_1 \frac{t - \sigma_1}{t}.$$

Darin ist v_1 im iS-Schaubild beim Zustandspunkt c (Abb. 80) zu nehmen, der einerseits auf der Isobaren $p_1 = p_S$ liegt, andererseits gegenüber Punkt b um die Reibungswärme des Laufkanals

$$Z_u = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g\,427} = \frac{w_2^2}{8380}(1 - \psi^2) = \frac{537^2}{8380}\cdot 0{,}437 = 15{,}1 \text{ kcal/kg}$$

nach oben verschoben ist. Man entnimmt $v_1 = 1{,}27$ im Punkt c. Setzt man ferner $(t - \sigma_1)/t \approx 0{,}9$, so wird

$$\sin\beta_1 = \frac{G\,v_1}{\varepsilon\,\pi\,D_m\,b_1\,w_1}\,\frac{t}{t - \sigma_1} \tag{27, 3}$$

$$= \frac{0{,}386\cdot 1{,}27}{0{,}08\cdot\pi\cdot 0{,}54\cdot 0{,}022\cdot 404\cdot 0{,}9} = 0{,}450$$

$$\beta_1 = 25°30'.$$

Jetzt kann das Austrittsdreieck gezeichnet werden. Die Schaufel ist damit berechnet. Ihr Entwurf geschieht nach S. 107 ff. und 301 ff.

c) Ergänzende Bemerkung. Um das angenommene η_i zu kontrollieren, bestimmen wir die übrigen inneren Verluste. Wir entnehmen c_1 aus dem Geschwindigkeitsdreieck zu $c_1 = 190$ m/s und erhalten den Auslaßverlust

$$Z_a = \frac{c_1^2}{8380} = \frac{190^2}{8380} = 4{,}32 \text{ kcal/kg}$$

entsprechend Punkt d in Abb. 80.

Wir können jetzt die Schaufelarbeit errechnen und zwar entweder aus

$$H_{\text{th}} = H - (Z_d + Z_u + Z_a) = 87 - 27{,}69 = 59{,}31 \text{ kcal/kg}$$

oder zur Probe aus der Hauptgleichung

$$H_{\text{th}} = \frac{u}{427\,g}(c_{2u} - c_{1u}) = \frac{282}{427\cdot 9{,}81}(785 + 95) = 59{,}31 \text{ kcal/kg}.$$

Der Schaufelwirkungsgrad[1] beträgt also

$$\eta_h = \frac{H_{\text{th}}}{H} = \frac{i_D - i_d}{i_D - i_S'} = \frac{59{,}31}{87} = 0{,}683.$$

Undichtheitsverluste bestehen bei der Gleichdruckturbine nicht. Es bleibt also nur die Radreibung zu berücksichtigen. Hierbei müssen wir beachten, daß das Rad partiell beaufschlagt und deshalb Gl. (3, 15) zu benutzen ist. Nehmen wir ferner an, daß das Rad eingehüllt ist (Abb. 5a), also der Faktor 2/3 hinzutritt, so erhalten wir mit $\gamma \approx 1/v_d = 0{,}77$ kg/m³ und $b = b_1 = 0{,}022$ m:

$$N_r' = \frac{2}{3}(1 - 0{,}08)\cdot 24\cdot 0{,}77\cdot 0{,}54^4\cdot 0{,}022\cdot 10^3 = 23{,}25 \text{ PS}.$$

Also entfällt auf 1 kg/s der Wärmewert

$$Z_r = \frac{75\,N_r'}{427\,G} = \frac{75\cdot 23{,}25}{427\cdot 0{,}386} = 10{,}58 \text{ kcal/kg}. \tag{27, 4}$$

Damit ist Punkt e (Abb. 80) bekannt, der den Dampfzustand am Turbinenaustritt angibt. Wir erhalten also als inneres Gefälle

$$H_i = H_{\text{th}} - Z_r = 59{,}31 - 10{,}58 = 48{,}73 \text{ kcal/kg}$$

und damit

$$(\eta_i)_{\text{korr}} = \frac{H_i}{H} = \frac{48{,}73}{87} = 0{,}56.$$

---

[1] Rechnerisch ließe sich η nach [*II*, *4 S. 27*] ermitteln aus
$\eta_h = 2\frac{u}{C}\left(1 - \psi\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2}\right)\left(\varphi\cos\alpha_2 - \frac{u}{C}\right)$, wobei zu beachten ist, daß $\beta_2 > 90°$ (Abb. 83a).

Der bei der Berechnung des Dampfverbrauches eingesetzte Wert von 0.55 ist also zu niedrig. Wir korrigieren, indem wir den Beaufschlagungsgrad oder die Schaufellängen im Verhältnis 0,55/0,56 umrechnen.

Der große Unterschied von η_i gegenüber η_h zeigt, daß die Radreibung infolge der partiellen Beaufschlagung und der großen Dichte des umgebenden Dampfes einen ausschlaggebenden Einfluß auf die Gesamtwirtschaftlichkeit der Turbine ausübt. Man ersieht daraus den großen Vorteil, den die Wasserturbine vor der Dampfturbine im Fall der partiellen Beaufschlagung dadurch voraus hat, daß sie im Luftraum umläuft.

Bei Dampfturbinen wird man also die Mehrstufenanordnung vor der partiellen Beaufschlagung vorziehen und letztere nur in Ausnahmefällen beispielsweise dort verwenden, wo sie mit Rücksicht auf die Regelung notwendig ist.

Bei der Gasturbine mit ihrem geringen Gefälle kann die einstufige Turbine bisweilen auch mit voller Beaufschlagung und Reaktion von etwa 50% ausgeführt werden (Düsenflugzeug).

Ein Blick auf die Zahlenwerte der Geschwindigkeiten c_2 und w_2 zeigt, daß sowohl in der absoluten wie relativen Strömung die Schallgeschwindigkeit überschritten wird. Dies ist ein weiterer Nachteil, der bei Dampfturbinen mit der Einstufigkeit verbunden ist.

27a. Einstufige Gasturbine.

Abb. 84 zeigt die Querschnittszeichnung eines durch eine einstufige Abgasturbine *a* angetriebenen Turbogebläses (Laders) *b* mit einem Rad ähnlich Abb. 62.

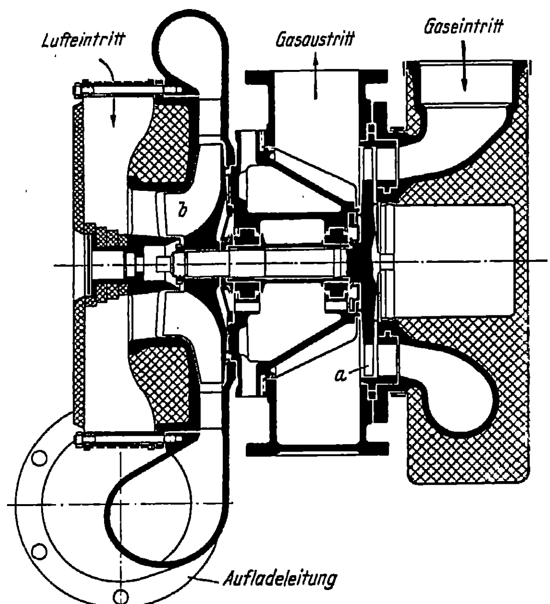


Abb. 84. Abgasturbine mit angekuppeltem Verdichterrad ähnlich Abb. 62 (Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg).

Die Berechnung des Verdichters ist bereits in Abschn. 23 behandelt und die der Abgasturbine vollzieht sich in genau gleicher Weise, wie im vorausgegangenen Abschnitt für die Dampfturbine angegeben ist, sofern wieder Gleichdruck verwendet wird. Dieser bildet auch bei der einstufigen Gasturbine die Regel[1], damit in den Eintrittsdüsen

[1] Allerdings in Verbindung mit einer geringen Reaktion von 5 bis 15% nach Abschn. 46.

eine möglichst tiefe Temperatur erreicht wird. Partielle Beaufschlagung wird man aber häufig vermeiden können, weil hier sehr hohe Drehzahlen für den Antrieb des Laders nötig sind und die Regelung durch den sich entsprechend einstellenden Abgasdruck des Motors, also ohne Maßnahmen an der Turbine und gewissermaßen selbsttätig erfolgt. Die mit dem Takt der Auslaßventile des zugehörigen Kolbenmotors auftretenden Schwankungen des Abgasdruckes zwingen zur Verwendung von Profilen geringer Stoßempfindlichkeit (S. 109). Erreichen Abgasdruck und Ladeluftdruck höhere Werte, so werden Turbine und Gebläse mehrstufig ausgelegt[1].

D. Die Kennlinien einstufiger Maschinen bei vernachlässigbarer Dichteänderung[2].

28. Allgemeine Regeln.

Die der Berechnung der Beschaufelung zugrunde gelegten Werte n, V, H werden im Betrieb nicht genau eingehalten. Außerdem muß stets mit Änderung einer dieser 3 Größen gerechnet werden. Bei den Turbinen kommt noch der Eingriff des Reglers dazu, der die Einströmquerschnitte verstellt. Sehen wir zunächst von diesen Querschnittsänderungen ab, wie das bei der Pumpe zutrifft, so wird die Änderung einer der 3 Größen n, V, H auch mindestens eine der beiden anderen Größen beeinflussen. Während bei der Kolbenmaschine diese Zusammenhänge leicht zu übersehen sind, bedarf bei den Strömungsmaschinen ihre Klärung einer eingehenden Überlegung.

Wir kennzeichnen im Folgenden alle Größen, die von denen des Berechnungspunktes abweichen, mit dem Fußzeichen x. Hierbei werden — wenigstens im allgemeinen — die Schaufeln nicht mehr tangential angeströmt, es wird also ein sog. *Stoßverlust* entstehen. Dieser Stoß kann nicht mit dem fester Körper verglichen werden. Er stimmt vielmehr weitgehend mit dem Vorgang überein, der sich beim Anströmen eines Tragflügels mit zu großem „Anstellwinkel" abspielt, beruht also auf einem Abreißen der Strömung von der Schaufel infolge zu starker Grenzschichtanhäufung. Das mit Stoß angeströmte Schaufelgitter liefert ein Strombild nach Abb. 85. Nach dem Impulssatz liegt der Staupunkt S nicht an der Schaufelspitze, sondern auf der Schaufelfläche, also im Kanalinnern, so daß stets Rückströmen und ein Umströmen der Schaufelspitze in Verbindung mit der Bildung eines Totraums A Hand in Hand gehen. Der Impulssatz liefert (wie im Kniestück) nach [*III*, *1*] den „Stoßverlust" in mkg/kg

$$Z_s = \varphi \frac{w_s^2}{2g} , \tag{28, 1}$$

[1] Z. VDI Bd. 93 Nr. 36 (1951) S. 1113/23.

[2] Fälle merkbarer Dichteänderung, wie sie für Dampfturbinen und Verdichter wichtig sind, werden in Abschn. 60 und 61 behandelt.

sofern $w_s = \overline{w}_{0x} - \overline{w}_{1x}$ die vektorielle Differenz der Geschwindigkeiten w_{0x} und w_{1x} in der ausgeglichenen Strömung vor und hinter der Stoßstelle, also die „*Stoßkomponente*" darstellt. Der Beiwert φ liegt dabei meist zwischen 0,5 und 0,7. w_s ist parallel zur Gitterteilung gerichtet (Abb. 85), wenn man vom Dickeneinfluß der Schaufel absieht, weil

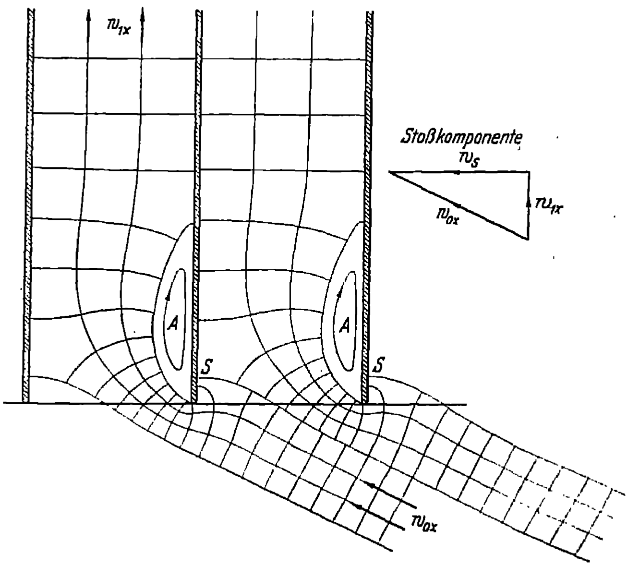


Abb. 85. Strombild der Eintrittsströmung in ein Schaufelgitter unter „Stoß".

der Durchfluß und damit die Meridiankomponente vor und nach dem Stoß gleich ist.

Dieser Verlust Z_s ist ein Druckhöhenverlust. Wie die anderen Druckhöhenverluste im Laufrad fällt er nach Abschn. 4 aus der Hauptgleichung heraus. Somit ist der Ausdruck für die spezifische Schaufelarbeit $H_{\text{th}\,x}$ (im Gegensatz zur Nutzarbeit) unabhängig davon, ob Stoßverluste auftreten oder nicht, sofern nur am Ein- und Austritt des Rades die in die Gleichung eingesetzten Geschwindigkeiten tatsächlich nach Größe und Richtung vorhanden sind, ebenso wie es auch gleichgültig ist, ob Verluste durch Kanalreibung usw. auftreten oder nicht. Sie beträgt also nach wie vor

$$H_{\text{th}\,x} = \frac{1}{g}\left(u_{2\,x}\, c_{3\,u\,x} - u_{1\,x}\, c_{0\,u\,x}\right) \tag{28, 2}$$

$$= \frac{\omega_x}{g}\left(r_2\; c_{3\,u\,x} - r_1\, c_{0\,u\,x}\right). \tag{28, 2a}$$

Die Meridiankomponente $c_{m\,x}$ am Eintritt des Lauf- oder Leitrades ändert sich proportional zum Durchfluß V_x, sofern sie gleichmäßig über den ganzen Umfang verteilt angenommen wird. Also ist

$$c_{m\,x} = c_m \frac{V_x}{V}. \tag{28, 3}$$

c_{mx} wird demnach vom Stoßvorgang nicht beeinflußt. $V_x/V =$ Füllungsgrad.

Der Ort des Stoßes liegt jeweils am Eintritt des Schaufelgitters, ist also bei Turbinen und Pumpen verschieden. Außerdem ist für beide Maschinenarten der Standpunkt der Beurteilung ein anderer, weil die Aufgabe eine entgegengesetzte ist. Deshalb müssen wir Pumpen und Turbinen getrennt betrachten. In beiden Fällen gehen wir von der Vorstellung der schaufelkongruenten Strömung aus und berücksichtigen den Einfluß der Auseinanderstellung der Schaufeln nachträglich.

29. Kennlinien der radialen Kreiselpumpen.

Wir führen hier die Untersuchung der Abhängigkeit der 3 Größen n, V_x, H_x so durch, daß wir zunächst die Drehzahl n gleich groß lassen und feststellen, wie sich hierbei die Förderhöhe H_x mit dem Förderstrom V_x ändert. Diese Abhängigkeit kann man bei einer ausgeführten Pumpe auf dem Versuchsstand leicht ermitteln, wenn man bei konstanter Drehzahl den Förderstrom durch verschiedene Einstellung eines in die Druckleitung eingebauten Drosselschiebers ändert und die zusammengehörigen Werte von V_x und H_x mißt. Wir bezeichnen die erhaltene Kurve, welche die Linie gleicher Drehzahl im $(V_x H_x)$-Diagramm darstellt, als *Drosselkurve*. Die Gesamtheit der Drosselkurven für sämtliche möglichen Drehzahlen bildet in einem räumlichen Koordinatensystem mit den Koordinaten V_x, H_x, n eine Fläche, die Kennfläche, die über das Verhalten der Pumpe im ganzen möglichen Betriebsgebiet Auskunft gibt.

Beschränken wir uns auf den Fall senkrechten Zuströmens zum Laufrad, so ist in (28, 2) stets $c_{0ux} = 0$ und mit $u_{2x} = u_2$

$$H_{\mathrm{th}\,x} = \frac{u_2}{g} c_{3ux}. \tag{29, 1}$$

a) Annahme unendlicher Zahl von Laufschaufeln. Bei dieser schaufelkongruenten Strömung schreibt sich die vorstehende Gleichung in der Form

$$H_{\mathrm{th}\,\infty x} = \frac{u_2}{g} c_{2ux}. \tag{29, 2}$$

Ferner bleibt der relative Abströmwinkel unverändert gleich dem Schaufelwinkel β_2, und aus dem Dreieck $A_2 B_2 C_2$ des normalen Durchflusses V

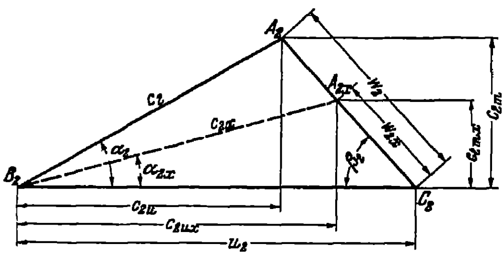


Abb. 86. Geschwindigkeitsplan für die Druckkante des Pumpenrades bei Teillast und unendlicher Schaufelzahl.

wird beim Durchfluß V_x das Dreieck $A_{2x} B_2 C_2$ (Abb. 86), dessen Spitze A_{2x} gegeben ist durch

$$c_{2mx} = c_{2m} \frac{V_x}{V}. \tag{29, 2a}$$

Damit ist auch bekannt:

$$c_{2ux} = u_2 - c_{2mx} \operatorname{ctg} \beta_2 = u_2 - \frac{V_x}{V} c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2,$$

welcher Wert in (29, 2) einzusetzen ist, so daß sich ergibt:

$$H_{\text{th}\,\infty x} = \frac{u_2}{g}\left(u_2 - \frac{V_x}{V}\,c_{2m}\,\text{ctg}\,\beta_2\right). \tag{29, 3}$$

Die einzige Größe, die sich auf der rechten Seite dieses Ausdruckes bei der gleichen Pumpe ändert, ist V_x bzw. der *Füllungsgrad* oder *Fördergrad* V_x/V (wenn von Dichteänderung abgesehen wird, was auch bei Luftförderung im Fall kleiner MACH-Zahl zulässig ist). Die Gleichung stellt also im V_x, H_x-Schaubild eine Gerade dar, die in Abb. 87 für $\beta_2 \gtreqless 90°$ also für die negativ gekrümmte, senkrecht endigende und hakenförmige Schaufel gezeichnet ist. Die Schaufelarbeit für 1 kg nimmt hiernach mit wachsendem Förderstrom für spitze Winkel β_2 ab, für stumpfe Winkel β_2 unbegrenzt zu und bleibt konstant gleich u_2^2/g bei senkrechter Endigung der Schaufel.

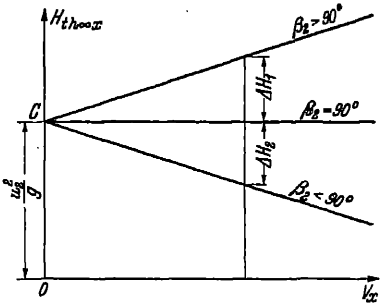


Abb. 87. Verlauf der Schaufelarbeit bei unendlicher Schaufelzahl in Abhängigkeit vom Durchfluß.

Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit ist in Übereinstimmung mit dem in Abschn. 10 Gesagten die Schaufelarbeit vorwärts gekrümmter Schaufeln um ΔH_1 größer, die rückwärts gekrümmter Schaufeln um ΔH_2 kleiner als die senkrecht endigender Schaufeln. Es kommt hier also wieder zum Ausdruck, daß die Druckziffer mit β_2 wächst (Abb. 24, S. 48). Der geradlinige Verlauf war bereits aus dem Geschwindigkeitsplan Abb. 86 abzulesen, weil dort Punkt A_{2x} sich mit wechselndem Durchfluß ebenfalls auf einer Geraden A_2C_2 bewegt und seine Koordinaten in bezug auf den Punkt B_2 (nämlich c_{2mx}, c_{2ux}) in einem konstanten Verhältnis zu V_x bzw. $H_{\text{th}\infty x}$ nach Gl. (29, 2a) und (29, 2) stehen. Das $V_x, H_{\text{th}\infty x}$-Diagramm liegt also schon in Abb. 86 vor, nur daß die Koordinatenachsen vertauscht und die Maßstäbe verschieden sind. Mit wachsendem β_2 dreht sich die Gerade C_2A_2 um C_2, ebenso wie $H_{\text{th}\infty x}$ (in Abb. 87) um C.

Sofern vom Eintrittsstoß abgesehen wird, stellt $H_{\text{th}\infty x}$ auch die theoretische Förderhöhe dar. Die Zunahme dieser mit zunehmendem Förderstrom, wie es bei der vorwärts gekrümmten Schaufel der Fall ist, steht im Widerspruch damit, daß die Vergrößerung des Durchflusses auf dem Versuchsstand durch eine Vergrößerung des Drosselquerschnittes hervorgerufen wird und läßt neben den in Abschn. 10 festgestellten Nachteilen ein labiles Verhalten der vorwärts gekrümmten Schaufeln befürchten (s. S. 180ff.).

Ist der Drosselschieber geschlossen, also $V_x = 0$, so geben alle drei Schaufelarten den Wert u_2^2/g für die spezifische Schaufelarbeit an. Der Spaltdruck ergibt sich aber aus (8, 4) mit $w_3 = 0$, $c_0 = 0$, $Z_u = 0$ nur zu $H_{p\infty x} = u_2^2/2g$. Der Widerspruch klärt sich auf, wenn berücksichtigt wird, daß das am Radumfang vorhandene Wasser mit der absoluten Geschwindigkeit u_2 umläuft. Somit ist neben der statischen

Druckhöhe $u_2^2/2g$ eine Geschwindigkeitshöhe von $u_2^2/2g$, im ganzen also der Energiezuwachs $2\,u_2^2/2g$ vorhanden.

b) Endliche Schaufelzahl. In der idealen Flüssigkeit verläuft hier die Schaufelarbeit ebenfalls nach einer Geraden, sofern an der Bedingung des tangentialen Abströmens von der Schaufel festgehalten wird. Der Beweis ergibt sich am einfachsten durch Heranziehung der Schaufelzirkulation, die nach Abschn. 4 proportional zur Schaufelarbeit ist. Diese Zirkulation Γ_{sx} (die in der Absolutströmung um die einzelne Schaufel anzuschreiben ist) setzt sich aus den Teilen zusammen, die durch die beiden Teilströmungen der absoluten Strömung im Rad bedingt sind, nämlich eine Strömung im umlaufenden Rad bei fehlendem Durchfluß (wobei die Flüssigkeit in der Drehachse und im Unendlichen ruht), d. h. die sog. *Verdrängungsströmung* und eine *Durchflußströmung* im ruhenden Rad. Jede dieser Teilströmungen erzeugt einen durch tangentiales Abströmen bedingten Anfahrwirbel, d. h. ihre eigene Zirkulation. Nun ist aber die Verdrängungswirkung für ein gegebenes Rad nur abhängig von der Drehzahl in der Weise, daß die Geschwindigkeit an einer bestimmten Stelle sich proportional zur Drehzahl verändert, während die Geschwindigkeiten der Durchflußströmung, die am ruhenden Rad gedacht ist, sich proportional mit V_x ändern und unabhängig von n sind. Es ist also

$$\Gamma_{sx} = k_1\,n + k_2\,V_x, \qquad (29,3\,\text{a})$$

wo k_1 und k_2 von den Schaufelabmessungen abhängige Konstanten bedeuten. Somit ist die Zirkulation und damit auch die Schaufelarbeit $H_{\text{th}\,x}$ bei konstanter Drehzahl n linear von V_x abhängig.

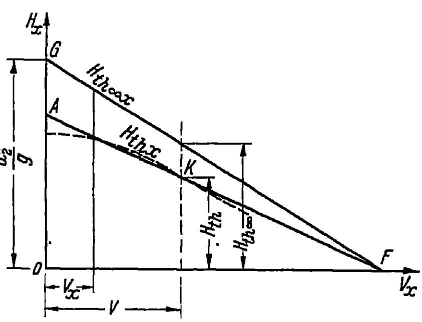


Abb. 88. Gegenseitige Lage der $H_{\text{th}\infty x}$- und $H_{\text{th}x}$-Linie (Annahme).

Die genaue Lage dieser $H_{\text{th}x}$-Geraden zu dem bekannten Verlauf von $H_{\text{th}\infty x}$ läßt sich nicht allgemein angeben. Zudem bewirken Zähigkeitseinflüsse mehr oder weniger starke Abweichungen vom geradlinigen Verlauf, insofern als die wirkliche $H_{\text{th}x}$-Linie bei kleinem Füllungsgrad gemäß der gestrichelt gezeichneten Linie (Abb. 88) nach unten abbiegt. Wir ersetzen diese gekrümmte Linie durch eine solche Gerade FK, welche durch den Berechnungspunkt K und den Schnittpunkt F der $H_{\text{th}\infty x}$-Gerade mit der Abszissenachse gelegt ist, weil wir abschätzen, daß dadurch der praktisch wichtige Bereich vermittelt wird. Im Hinblick darauf, daß die anschließend vorzunehmende Erfassung der Verluste zuverlässig nicht möglich ist, kann diese Vereinfachung hingenommen werden[1]. Durch diese Annahme wird das Ver-

[1] Bei Axialrädern kann auf die Nullauftriebsrichtung Bezug genommen werden; vgl. [V, 34].

hältnis der Schaufelarbeiten $H_{\text{th}\infty x}$ und $H_{\text{th}x}$ und damit die Minderleistungsziffer von V_x unabhängig. Nach (7, 10) ist

$$H_{\text{th}x} = \frac{1}{1+p} H_{\text{th}\infty x}, \tag{29, 4}$$

wo p also für eine und dieselbe Pumpe als konstant betrachtet wird.

Der Schnittpunkt F mit der V_x-Achse (Abb. 88) ergibt sich aus Gl. (29, 3) mit $H_{\text{th}\infty x} = 0$, wobei dann $OF = V_x$ ist zu

$$\overline{OF} = u_2 \frac{V}{c_{2m}} \operatorname{tg} \beta_2 = u_2 \pi D_2 b_2 \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2} \operatorname{tg} \beta_2 . \tag{29, 5}$$

Die Annahme des gemeinsamen Schnittpunkts der $H_{\text{th}\infty x}$- und $H_{\text{th}x}$-Geraden mit der V_x-Achse ist tatsächlich nur in engem Bereich zulässig. In vielen Fällen hat der parallele Verlauf dieser beiden Linien größere Wahrscheinlichkeit.

c) Die Vorausbestimmung der Drosselkurve. H_x ergibt sich aus $H_{\text{th}x}$ durch Abzug folgender Verluste:

1. Kanalreibung Z_{hx} innerhalb der ganzen Pumpe, also im Lauf- und Leitrad, sowie in den Verbindungskanälen mit dem Saug- und Druckstutzen.

2. Stoßverluste Z_s beim Eintritt in das Lauf- und Leitrad.

Die ersteren sind im Berechnungspunkt, d. h. beim Durchfluß V bekannt und betragen dort

$$Z_h = (1 - \eta_h) H_{\text{th}} . \tag{29, 6}$$

Sie würden sich mit V_x im *ruhenden* Kanal näherungsweise nach einer Parabel mit dem Scheitel im Ursprung verändern. Mangels andererBerechnungsunterlagen soll diese Gesetzmäßigkeit auf den umlaufenden Kanal übernommen und die Linie der Z_{hx} als eine durch den nach Gl. (29, 6) bekannten Punkt P gehende Parabel gezeichnet werden (Abb. 89).

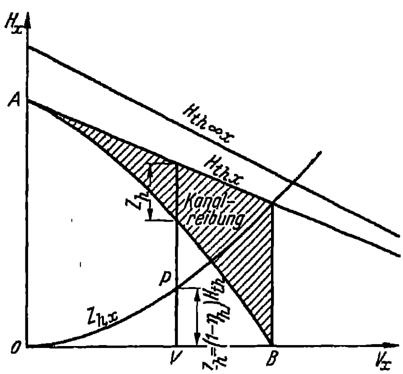


Abb. 89. Berücksichtigung der Reibungsverluste Z_{hx}.

Stoßverluste treten am Eintritt von Leit- und Laufrad auf. Wir wollen sie nicht im einzelnen ableiten, weil die Übereinstimmung mit der Erfahrung nicht immer befriedigt. Sie folgen dem Gesetz der Gl. (28, 1). Die Stoßkomponente w_s ist jeweils proportional zu $V - V_x$, also auch $1 - \frac{V_x}{V}$, weil einerseits bei $V_x = V$ kein Stoß vorliegt und andererseits die Geschwindigkeiten vor dem Eintritt und in den Schaufelkanälen sich linear mit V_x verändern. Wir übernehmen den Ausdruck für die Summe der Stoßverluste von Lauf- und Leitrad aus [*III*, *1*]

$$Z_s = Z_{s1} + Z_{s2} = \frac{\varphi}{2g}\left(1 - \frac{V_x}{V}\right)^2 \left[u_1^2 + \left(\frac{u_2}{1+p}\frac{D_2}{D_4}\right)^2\right] \tag{29, 7}$$

entsprechend dem Verlauf der Parabel mit dem Scheitel im Endpunkt der Abszisse $V_x = V$ (Abb. 90). (D_4 = Eintrittsdurchmesser des Leitrades, $\varphi = 0{,}5$ bis 0,7.) Werden ihre Ordinaten von denen der zuletzt bestimmten Kurve AB abgezogen, so entsteht die gesuchte Drosselkurve CDG, die wieder eine Parabel mit einer zur Ordinatenachse parallelen Hauptachse darstellt.

Wird statt der Leitschaufeln ein schaufelloser Ringraum, also ein „glatter Leitring“ nach Abschn. 37 verwendet (wie das besonders bei Verdichtern häufig geschieht), so tritt an Stelle der Leitradreibung und des Leitradstoßes die Reibung Z_r an den Seitenflächen des Leitrings, die nach einer von links nach rechts abfallenden Linie verläuft

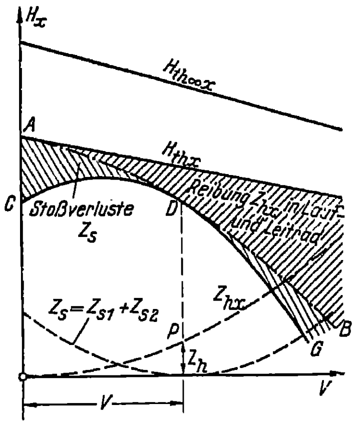


Abb. 90. Entstehung der Drosselkurve CDG einer Leitradpumpe aus der $H_{\text{th}\,x}$- Geraden.

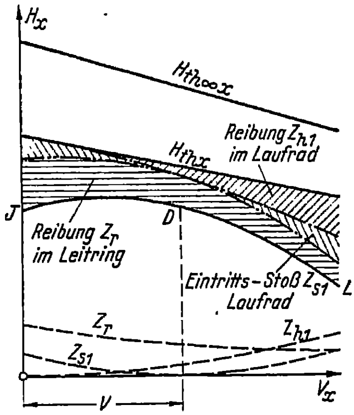


Abb. 90 a. Entstehung der Drosselkurve einer Pumpe mit glattem Leitring.

[*III, 1*]. In Abb. 90a ist die Entstehung der Drosselkurve JDL für diesen Fall veranschaulicht. Man sieht, daß sie durchgängig flacher ist und bei Überlast weniger steil abfällt als die der Leitradpumpe.

Die Bestimmung der Drosselkurve ist zuverlässig nur auf dem Weg des Versuchs möglich. Die vorstehende analytische Ermittlung gibt nur einen Anhalt.

d) Die Kennfläche. Werden die erhaltenen Beziehungen durch Bildung von

$$H_x = H_{\text{th}\,x} - Z_{hx} - Z_s$$

zur Ermittlung der Gleichung der Drosselkurve verwertet, so erhält man nach einfacher Umformung, wenn gleichzeitig alle veränderlichen Größen in Abhängigkeit der 3 Variablen H_x, V_x, n ausgedrückt werden,

$$H_x = k_1\, n^2 + 2\, k_2\, n\, V_x - k_3\, V_x^2. \qquad (29,\,8)$$

Darin enthalten die Beiwerte k_1, k_2, k_3 nur feste Radabmessungen. Läßt man auch n variieren, so stellt Gl. (29, 8) die Kennfläche der Pumpe dar. Diese ist offenbar ein hyperbolisches Paraboloid, dessen Hauptachse mit der H_x-Achse und dessen Scheitel mit dem Ursprung 0 zusammenfällt. In Abb. 91 ist diese Kennfläche dargestellt, soweit

sie auf der positiven Seite der V_x-Achse verläuft. Die (V_x, H_x)-Ebene ist dabei als durchsichtig angenommen.

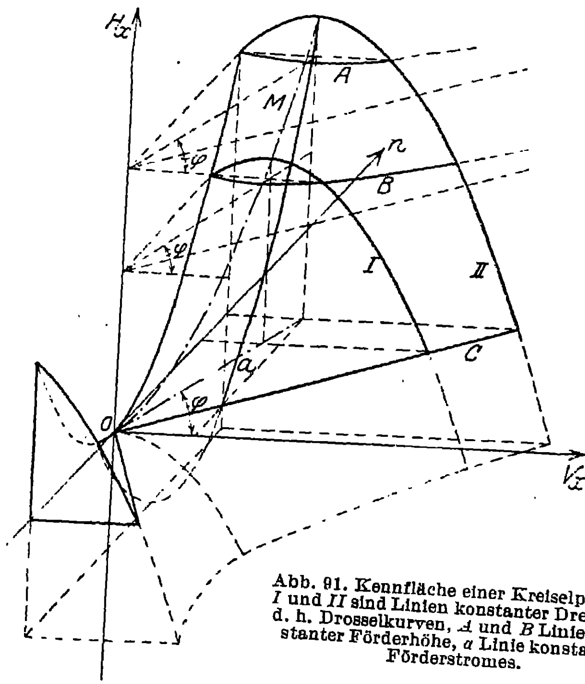


Abb. 91. Kennfläche einer Kreiselpumpe; I und II sind Linien konstanter Drehzahl, d. h. Drosselkurven, A und B Linien konstanter Förderhöhe, a Linie konstanten Förderstromes.

α) *Schnittebenen $n = const$* ergeben die besprochenen Drosselkurven. Da es sich um Parabeln handelt, ist ihre Form durch den Parameter der Scheitelgleichung $p = 1/(2k_3)$ festgelegt, der die Drehzahl nicht enthält, also für eine bestimmte Pumpe konstant ist. Hieraus folgt der wichtige Satz:

Die Drosselkurven einer und derselben Pumpe sind für sämtliche Drehzahlen kongruent.

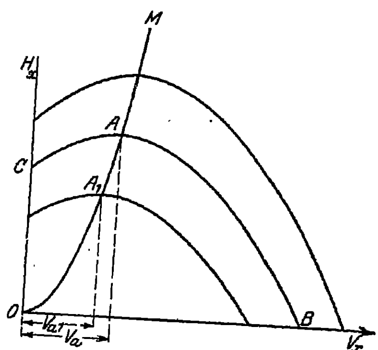


Abb. 92. Die verschiedenen Lagen der Drosselkurve einer Pumpe entstehen durch parallele Verschiebung, wobei der höchste Punkt A auf der Parabel OM sich bewegt.

Werden die Drosselkurven auf die dazu parallele (V_x, H_x)-Ebene projiziert, so erhält man also eine Schar kongruenter Parabeln (Abb. 92), die gegenseitig so angeordnet sind, daß ihre Scheitel auf der Parabel OM liegen und ihre Achsen parallel sind.

Ist also die Drosselkurve AB für eine beliebige Drehzahl n gegeben, so ist sie auch für jede andere Drehzahl bekannt. Man braucht nur den höchsten Punkt A der gegebenen Kurve zu bestimmen, durch

diesen die Parabel OAM zu legen, deren Hauptachse die H_x-Achse ist, und zu beachten, daß die Abszissen der Punkte A sich wie die Drehzahlen verhalten.

Dieses Kongruenzgesetz wird durch die Wirklichkeit auffallend gut bestätigt.

β) Schnittebenen durch die H_x-Achse (in Abb. 91 unter dem Winkel φ zur V_x-Achse) ergeben Parabeln mit dem Scheitel im Ursprung, von denen in Abb. 92 eine in das erwähnte (V_x, H_x)-Schaubild projiziert ist. Für sie ist offenbar das Verhältnis V_x/n konstant, so daß die Geschwin-

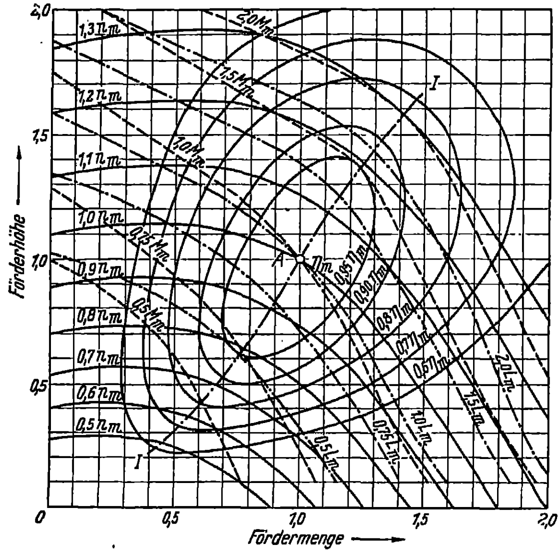


Abb. 93. Linien gleichen Wirkungsgrades (Muschelschaubild) im V_x, H_x-Schaubild. Linien gleichen Drehmomentes (gestrichelt), Linien gleicher Wellenleistung (strich-punktiert).

digkeitspläne ähnlich bleiben. Deshalb bleibt der Füllungsgrad V_x/V (oder der Liefergrad c_{0mx}/u_1) gleich groß. Ebenso sind auch H_x/n^2 und N_x/n^3 unveränderlich (Affinitätsgesetz). Eigentlich müßten diese Parabeln gleichen Stoßzustandes auch Linien gleicher Wirkungsgrade sein. Der Versuch ergibt aber den in Abb. 93 eingetragenen muschelförmigen Verlauf der Linien $\eta = \text{const}$. Die Abweichung ist zunächst auf den (in Abschn. 32 besprochenen) Einfluß der REYNOLDSschen Zahl und darauf zurückzuführen, daß die mechanischen Verluste nicht der dritten Potenz folgen. Beide Einflüsse bedingen, daß der Gesamtwirkungsgrad sich mit steigender Drehzahl bessert. Daß die Linien gleichen Wirkungsgrades sich nach oben wieder schließen, ist bei Flüssigkeitsströmung auf das Eintreten der Kavitation, bei Gasströmung auf die Zunahme der Dichte (S. 82/83) zurückzuführen.

Der Wert des Muschelschaubildes wird vergrößert, wenn man auch die Linien gleicher Wellenleistung (mit L statt N bezeichnet) einträgt, da dann für jeden Betriebspunkt der Antriebsmotor angegeben werden kann.

Die ebenfalls gezeichneten Linien gleichen Drehmomentes sind insbesondere im Fall des Antriebs durch eine Kolbenmaschine wichtig.

γ) *Die waagerechten Schnittebenen, also für $H_x = const.$*, die parallel zur (V_x, n)-Ebene sind, ergeben Hyperbeln (A, B), deren Asymptoten sich auf der H_x-Achse schneiden und unter sich parallel sind. Auch diese Kurven sind von praktischer Bedeutung, weil sie das Verhalten der Pumpe bei unveränderlicher Förderhöhe erkennen lassen, wenn der Förderstrom durch Änderung der Drehzahl geregelt wird. In Abb. 94 ist eine solche Hyperbel herausgezeichnet. Bemerkenswert ist, daß mit abnehmendem Förderstrom die Drehzahl zunächst ebenfalls sinkt, um dann einen Kleinstwert n_k zu erreichen, der der waagerechten Tangente entspricht.

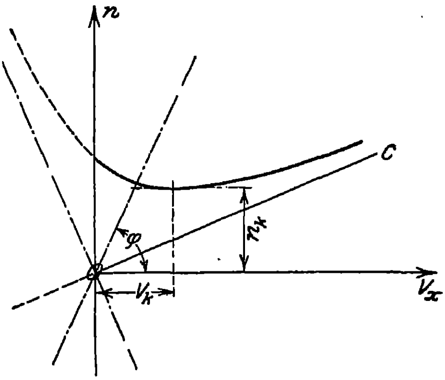


Abb. 94. Abhängigkeit der Drehzahl vom Förderstrom bei gleicher Förderhöhe.

δ) *Schnittebenen parallel zur (n, H_x)-Ebene* ergeben Parabeln a. Diese lassen erkennen, wie die Drehzahl zu ändern ist, damit der Lieferstrom konstant bleibt, wenn die Förderhöhe Schwankungen unterworfen ist.

e) **Aufstellung von Typenreihen.** Jedes radiale Pumpenlaufrad kann durch Abdrehen des äußeren Umfangs einer verkleinerten Leistung angepaßt werden, wobei die verlangte Abnahme sich in mäßigen Grenzen bewegen muß. Dabei verringert sich die Förderhöhe etwas stärker als mit dem Quadrat und der Förderstrom etwas stärker als mit der ersten Potenz des Durchmessers[1]. Der Wirkungsgrad verhält sich je nach Radform verschieden (Abb. 94a) und nimmt um so mehr ab, je höher die Schnelläufigkeit ist. Läßt man eine Verkleinerung des Durchmessers auf einen bestimmten Bruchteil, etwa das 0,8fache, ebenso eine bestimmte Abweichung vom Förderstrom besten Wirkungsgrades zu, nimmt man also eine gewisse Verschlechterung des Wirkungsgrades sowohl in der V_x- wie H_x-Richtung in Kauf, so ergibt sich bei der gewählten Drehzahl für jede Pumpe ein bestimmter Verwendungsbereich.

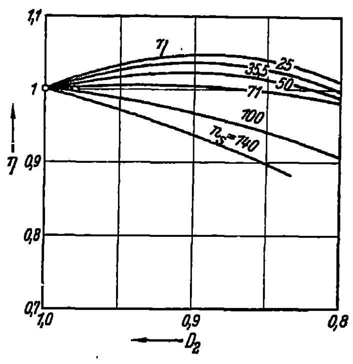


Abb. 94a. Verlauf des optimalen Wirkungsgrades beim Zurückdrehen des Laufrades mit der spezifischen Drehzahl n_s als Parameter nach RÜTSCHI. Ausgangswerte von D_2 und η gleich 1.

[1] Vgl. Fußnote [3] S. 204.

Trägt man die V- und H-Werte in *logarithmischem* Maßstab auf, so werden die Parabeln gleichen Stoßzustandes parallele Geraden mit der Neigung 2 gegen die V-Achse. Die Linien gleicher spezifischer Drehzahl verlaufen dann gemäß Gl. (11, 4), wenn man eine bestimmte Drehzahl (z. B. die am häufigsten verwendete Drehzahl des Asynchronmotors 1450 oder 2900 U/min) festhält, ebenfalls nach Parallelen, jedoch mit der Neigung 3/2. Die Leistungsfelder geometrisch ähnlicher Pumpen ordnen sich also nach einem unter dieser Neigung liegenden Flächenstreifen (Abb. 94 b). Nimmt man die Abstufung zwischen den aufeinanderfolgenden Typenreihen im Einklang mit dem zugelassenen Wirkungsgradabfall, also etwa so, daß der Förderstrom bei gleichem

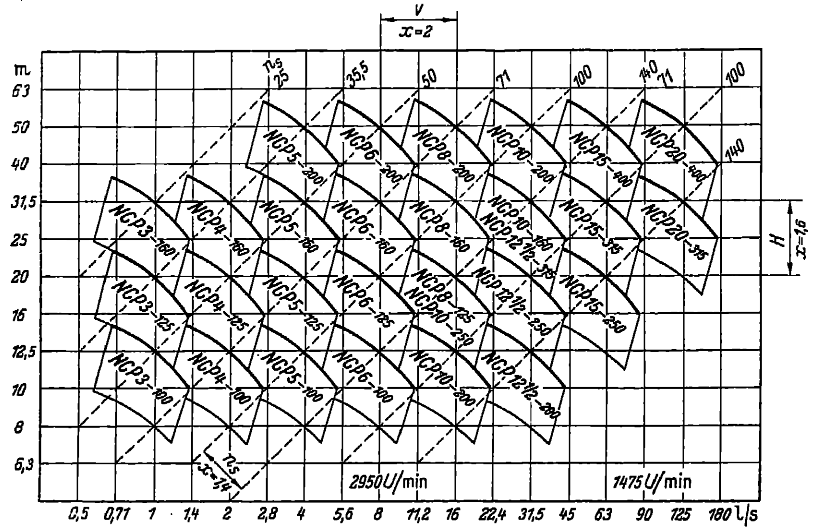


Abb. 94 b. Aufteilung des ganzen Bedarfsgebietes auf die einzelnen Pumpengrößen bei bestimmten Drehzahlen am Beispiel der Spiralgehäusepumpe (Pumpenbau Brugg/Schweiz). Die Zahl x ist der jeweilige Multiplikator.

n und H sich beim Übergang auf die nächst höhere spezifische Drehzahl etwa verdoppelt, so entsteht das in Abb. 94 b angegebene Leistungsfeld, das für einstufige Spiralgehäusepumpen gilt[1]. Dabei ist die gleiche Druckziffer $\psi = 1$ für alle Pumpen angenommen.

f) Die Linien der Wellenleistung. Im Ausdruck der Gl. (3, 5) für die Wellenleistung in PS

$$N_x = \frac{\gamma}{75}(V_x + V_{\mathrm{sp}})\,H_{\mathrm{th}\,x} + N_a + N_r + N_m \qquad (29, 9)$$

stellt das erste Glied die von den Schaufeln übertragene Leistung dar. Fassen wir zunächst $V_x + V_{\mathrm{sp}}$ in V_x zusammen, so verläuft die Schaufelleistung $\gamma\, V_x H_{\mathrm{th}x}$ (in mkg/s) im V_x, H_x-Diagramm als eine

[1] Rütschi, K.: Die Normung von Kreiselradmaschinen, Schweiz. Bauztg. Bd. 65 (1947) Nr. 4. — Ebenso L. Quantz: Aufstellung von Laufradreihen bei Kreiselpumpen usw. Die Konstruktion Bd. 3 (1951) S. 89/90.

durch den Ursprung gehende Parabel, weil die Linie der $H_{th\,x}$ eine Gerade darstellt. Für $\beta_2 = 90°$, also die senkrecht endigende Schaufel, wobei $H_{th\,x} = \text{const.}$, wird sie eine Gerade B (Abb. 95). Bei rückwärts gekrümmter Schaufel verläuft sie unterhalb dieser Geraden, erreicht einen Größtwert, um dann wieder auf Null abzunehmen. Bei vorwärtsgekrümmter Schaufelung liegt sie oberhalb von B und steigt unbegrenzt an. Beide Parabeln berühren[1] die Gerade B in Punkt 0.

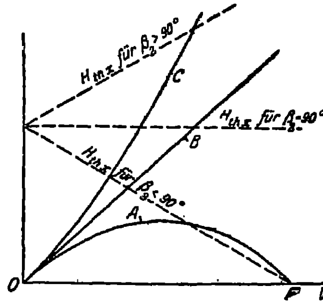


Abb. 95. Einfluß der Schaufelwinkel β_2 auf den Verlauf der Schaufelleistung $\gamma V_x H_{th\,x}$, Linie A gilt für $\beta_2 < 90°$, B für $\beta_2 = 90°$, C für $\beta_2 > 90°$.

Fügen wir die anderen Leistungsglieder der Gl. (29, 9) einschließlich Spaltverlust hinzu, so laufen die Linien des gesamten Leistungsbedarfes nicht mehr durch den Ursprung. Es entsteht vielmehr ein erheblicher Leerlaufbedarf.

Der allgemeine Verlauf der Linien der Wellenleistung ist aber beim Langsamläufer den oben ermittelten Linien der von den Schaufeln übertragenen Leistung weitgehend ähnlich, obwohl von den additiven Gliedern der Gl. (29, 9) der Austauschverlust N_a sich mit V_x stark ändert.

Dieser *Leerlaufbedarf macht einen um so größeren prozentualen Teil der Normallast aus, je kleiner β_2 ist,* weil Radreibung und Spaltverlust wachsen (s. S. 48ff.) Beim Langsamläufer bewegt er sich zwischen 30 und 50 % des Bedarfs bei Normallast. Mit abnehmendem β_2 wächst aber die spezifische Drehzahl. Es ist nun bemerkenswert, daß gemäß Abb. 110 dieses Anwachsen des Leerlaufbedarfs mit der spezifischen Drehzahl auch beim Übergang auf andere Radformen gültig bleibt. Dies hängt mit der S. 62 festgestellten Tatsache zusammen, daß der Wirkungsgrad um so rascher abfällt, je höher die spezifische Drehzahl ist. Bei Propellerpumpen mit nicht verstellbaren Laufschaufeln und bei Schraubenpumpen übersteigt der Leerlaufbedarf sogar den Leistungsbedarf der Normallast, so daß das Anlassen erschwert wird und Regelung durch Drosselung kaum in Frage kommt. Die fortlaufende Zunahme des Leistungsbedarfs bei vorwärts gekrümmten Schaufeln nach Abb. 95 mit wachsendem Durchfluß ist also einerseits mit dem Vorteil des geringen Leerlaufbedarfs, andererseits mit dem Nachteil der Überlastung des Antriebs verbunden, wenn (z. B. infolge Rohrbruch) der Förderstrom über den normalen Betrag hinaus wächst.

Die *Linie der Drehmomente* $M = 75\, N_x/\omega$ ist bei gleichem ω von der N_x-Linie nur im Maßstab verschieden. In manchen Fällen, z. B. beim Antrieb durch Kolbenmaschinen ist der Verlauf der Linien gleicher Drehmomente im V_x, H_x-Schaubild wichtig. Diese sind in Abb. 93 (gestrichelt) angegeben. Bemerkenswert ist der von links nach rechts

[1] In der Abbildung laufen die Linien der $H_{th\,x}$ in einem Punkt der Ordinatenachse zusammen, was nur bei gleicher Minderleistungsziffer p der Fall ist.

abfallende Verlauf, der jetzt auch vom Verlauf der Linie der Wellenleistung (dort mit L bezeichnet) verschieden ist, weil ω wechselt.

g) Die Bestimmung des Betriebspunktes. Das Zusammenarbeiten der Pumpe mit der Rohrleitung läßt sich mittels der zu diesen beiden Organen gehörigen Kennlinien bestimmen. Im (V_x, H_x)-Schaubild ist die Kennlinie der Pumpe die bekannte Drosselkurve. Die *Kennlinie der Rohrleitung* ist bei tropfbaren Flüssigkeiten eine Parabel GB mit der H_x-Achse als Hauptachse (Abb. 96). Der Abstand ihres Scheitelpunktes G vom Ursprung 0 ist der vom Durchfluß unabhängige Bestandteil der Förderhöhe, nämlich der Höhenunterschied von Saug- und Druckwasserspiegel zuzüglich des Druckunterschiedes über beiden Wasserspiegeln, während die Parabel die Widerstandshöhe der Rohrleitung berücksichtigt. Das Arbeiten der Pumpe findet statt im Schnittpunkt B beider Kennlinien. Offenbar wird im allgemeinen nicht damit gerechnet werden können, daß dieser Punkt B mit dem Berechnungspunkt zusammenfällt.

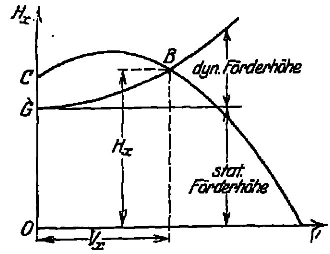


Abb. 96. Bestimmung des Betriebspunktes B.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Bestimmung des Betriebspunktes, wenn gleichzeitig mehrere Pumpen in dasselbe Netz arbeiten. Sofern in der Drosselkurve die Abszissen die Förderströme nur einer Pumpe darstellen, so werden in diesem Fall an der Kennlinie der Rohrleitung, die in das Pumpendiagramm eingetragen wird, die Ordinaten entsprechend zu vergrößern sein. Sind die Pumpen genau gleich, so sind also die Ordinaten der Rohrleitungskennlinie im Verhältnis des Quadrates der Pumpenzahl zu vergrößern. In Abb. 97 sind die so entstandenen Kennlinien der Rohrleitung für eine, zwei und drei Pumpen mit I, II und III bezeichnet. Es tritt also eine Verschiebung des Betriebspunktes B_1 bzw. B_2 bzw. B_3 ein in dem Sinne, daß mit zunehmender Zahl der Pumpen die Lieferung der einzelnen Pumpe abnimmt, beispielsweise von V_1 auf V_3, falls drei Pumpen statt einer betrieben werden. Die maximale Förderung durch eine gegebene Rohrleitung ist offenbar — unabhängig von der Zahl der Pumpen — nur durch den dargebotenen Überschuß über die statische Förderhöhe bedingt.

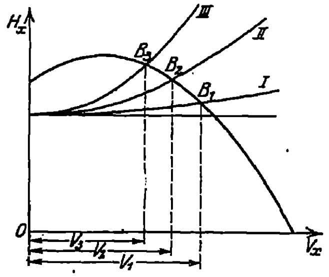


Abb. 97. Verkleinerung des Förderstromes einer Pumpe mit zunehmender Zahl der in das gleiche Rohrnetz fördernden Pumpen.

Die vorstehenden Überlegungen sind auf Gasförderung nur für den Fall übertragbar, daß der Förderstrom auf den Gaszustand in der Leitung bezogen wird und dieser sich nur innerhalb enger Grenzen ändert.

h) Zusammenhang zwischen Förderstrom und Drehzahl. In diesem Abschnitt fanden wir S. 175, daß die Drehzahl hyperbolisch mit dem Förderstrom geregelt werden muß, wenn die Förderhöhe H_{∞} unverändert bleibt. Ändert sich diese aber nach einer gegebenen Kennlinie der Rohrleitung, so erhalten wir den Zusammenhang zwischen n und V_x mittels des unter d) gefundenen Kongruenzgesetzes wie folgt (Abb. 98).

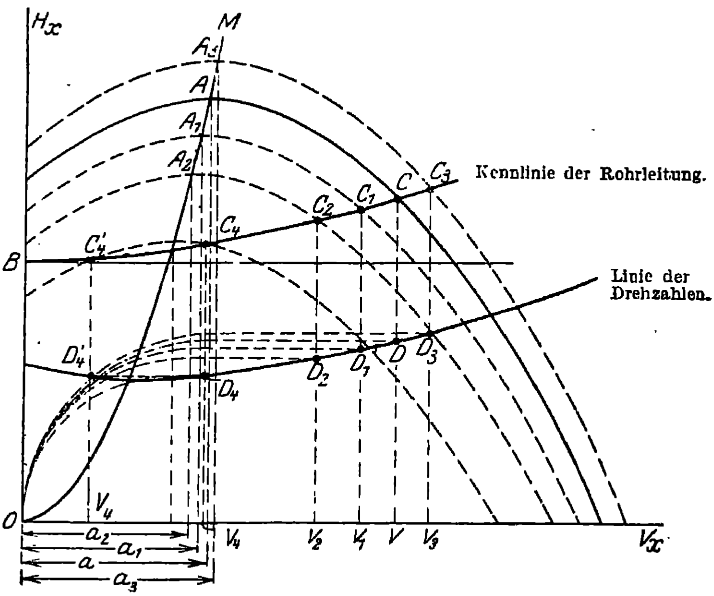


Abb. 98. Bestimmung des Verlaufs der Drehzahlen für eine vorgeschriebene Kennlinie der Rohrleitung.

Wir zeichnen die bekannte Drosselkurve auf durchsichtiges Papier. Wird die Drosselkurve nun so parallel mit sich verschoben, daß ihr höchster Punkt A sich auf der zugehörigen Parabel OAM gleichen Stoßzustandes bewegt, so erhält man die Förderströme V_1, V_2, V_3 aus den Schnittpunkten C_1, C_2, C_3 usw. mit Linie BC und die zugehörigen Drehzahlen in den Abszissen a_1, a_2, a_3 usw. der jeweiligen Lagen des Punktes A. Durch Auftragen der Werte a über den zugehörigen V ergibt sich die Linie DD_4. Der Maßstab ist dadurch bekannt, daß die Drehzahl des Betriebspunktes C in der zu der Anfangslage der Drosselkurve gehörigen Drehzahl gegeben ist und der Strecke a entspricht. Für die tiefliegenden Stellungen der Drosselkurve ergeben sich wieder zwei Schnittpunkte C_4 und C'_4. Die gesuchte (n, V_{∞})-Kurve bekommt deshalb, ebenso wie die von Abb. 94 eine horizontale Tangente, deren Berührungspunkt wieder einen kritischen Punkt bedeutet insofern, als bei Unterschreitung der zugehörigen Drehzahl die Pumpe abschnappt. *Der flache Verlauf der (n, V_{∞})-Linie zeigt ferner, daß die prozentuale Änderung des Förderstromes ein Vielfaches der Änderung der Drehzahl ist.*

i) Labiler Arbeitsbereich. Der Zweig AC der Drosselkurve zwischen Berührungspunkt A der waagerechten Tangente und Ordinatenachse hat unter gewissen Betriebsbedingungen labilen Charakter, während der übrige Teil der Kurve stets stabil ist. Dies möge an einer Wasserpumpe mit nur statischer Förderhöhe, d. h. mit kurzer und weiter Rohrleitung, an Hand von Abb. 99 erläutert werden, in der die linke Seite die Drosselkurve der auf der rechten Seite dargestellten Pumpe bedeutet. Letztere fördert in eine Rohrleitung von verschwindendem Widerstand Wasser nach dem Sammelbehälter R, von wo es nach einer Verbrauchsstelle T abfließt. Die Drosselkurve ist so gezeichnet, daß ihre V_x-Achse mit dem Wasserspiegel des Saugbehälters, der sich stets auf gleichbleibender Höhe befindet, zusammenfällt und demnach die durch den jeweiligen Wasserspiegel in der Druckleitung gelegten Waagerechten die Drosselkurve im zugehörigen Betriebspunkt schneiden.

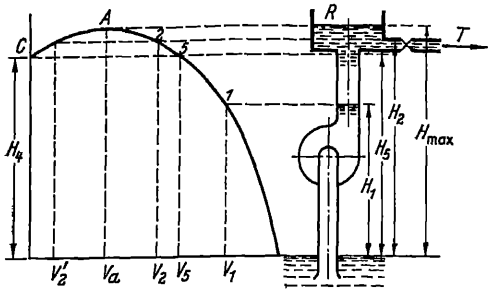


Abb. 99. Erläuterung des labilen Charakters des Zweiges AC der Drosselkurve.

Beim Beginn des Förderns sei die Pumpe angefüllt bis zur Höhe H_1. Sie wird deshalb im Punkt 1 zu arbeiten anfangen und die Druckleitung zunächst auffüllen bis zur Höhe H_2, auf welcher das Wasser zur Verbrauchsstelle abfließen kann. Während dieser Zeit ist der Betriebspunkt von 1 nach 2 gewandert und der Förderstrom von V_1 auf V_2 gesunken. Ist dieser gerade gleich dem Bedarf, so tritt Beharrungszustand ein. Ist er aber größer als der Bedarf, d. h. fördert die Pumpe mehr als verbraucht wird, so steigt der Wasserstand im Sammelbehälter und der Betriebspunkt nähert sich dem höchsten Punkt A. Hierbei verkleinert sich der Förderstrom weiter, die Pumpe paßt sich also dem Verbrauch an. Ist der Verbrauch jedoch kleiner als V_a, so müßte der Wasserstand im Behälter R weiter steigen, was aber nicht möglich ist, da im Punkt A bereits der höchste Stand erreicht ist. Die Pumpe kommt dadurch aus dem Gleichgewicht. Dies äußert sich darin, daß der Betriebspunkt auf die in das negative V_x-Gebiet verlängerte Drosselkurve CBE (Abb. 100) überspringt. Durch die damit verbundene negative Förderung, d. h. das Rückströmen, entleert sich der Behälter, wobei der Betriebspunkt von E nach B sinkt. Von hier ab, also längs BC, müßte die Förderhöhe steigen, was sich mit dem Rückströmen nicht vereinbaren läßt. Deshalb springt der Betriebspunkt von B nach dem positiven Zweig der Drosselkurve über, worauf wieder

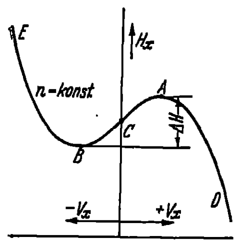


Abb. 100. Fortsetzung der Drosselkurve in das Gebiet negativer V_x-Werte (Bremskurve).

positive Förderung beginnt, also der Speicher sich wieder auffüllt und das Spiel sich wiederholt.

Die Zeitdauer einer Pendelung ist von der Größe des Energiespeichers abhängig. Dieser ist bei der vorstehenden Betrachtung durch den *Sammelbehälter* dargestellt. Er kann aber auch gegeben sein durch *einen in die Druckleitung eingebauten Windkessel* oder *durch eine elastische Ausführung der Rohrleitung* (wie sie beispielsweise bei Kesselspeisepumpen zur Aufnahme der Wärmedehnungen stets notwendig ist). Fehlt der Speicher, oder ist er sehr klein, so kommen die Pendelungen nicht zustande, wie nachher gezeigt wird.

Bei Luftförderung ist das elastische Glied durch die in der Förderleitung einschließlich Verdichtergehäuse befindliche Druckluft dargestellt, also stets vorhanden. Außerdem ist der labile Ast der Drosselkurve länger als bei Flüssigkeitspumpen wegen der üblichen größeren Winkel β_2 an der Druckkante. Er erstreckt sich bei Turbogebläsen für Hochöfen und Stahlwerke etwa bis zu 50 % Füllungsgrad, bei normalen mehrstufigen Turbokompressoren bis zu 60 % Füllungsgrad, bei Flugzeugladern ($\beta_2 = 90°$) sogar bis fast zum Berechnungspunkt, so daß dort nur Überlast möglich ist.

Weil bei Wasserförderung die Rohrleitung vor dem elastischen Glied mit einer starren Wassermasse gefüllt ist, so besteht hier die Möglichkeit, die Schwingungen durch Widerstände, die vor dem Speicher, also innerhalb der „Innenleitung" (beispielsweise in Gestalt eines Drosselorgans) angeordnet sind, zu dämpfen. Dadurch wird auch der labile Zweig verkürzt, wie ein Blick auf Abb. 101 zeigt, in welcher die eingetragene Parabel die Widerstandshöhen der erwähnten Drosselstelle einschließlich sonstiger Reibungsverluste der Innenleitung berücksichtigt (Kennlinie der Innenleitung). Der Scheitel dieser Parabel liegt im Abstand der auf das elastische Glied bezogenen statischen Förderhöhe, wie in Abb. 96, und wandert mit steigendem statischem Druck nach oben. Man erkennt, daß der größte statische Druck im Punkt *B* erreicht wird. Drosselung hinter dem elastischen Glied ist in dieser Hinsicht wertlos und bedeutet eine unnütze Energieverschwendung.

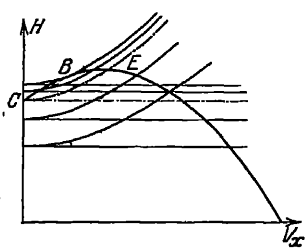


Abb. 101. Verkürzung des labilen Zweiges auf *BC* infolge Rohrwiderstände vor dem elastischen Glied.

Man vermeidet diese Labilitäten, indem man die Drosselkurven über ihre ganze Erstreckung stabil, also ohne waagerechte Tangente ausbildet. Dies wird durch Wahl kleiner Schaufelwinkel β_2 in Verbindung mit kleiner Schaufelzahl, knapper Bemessung des Leitkanaleintritts oder Verwendung des glatten Leitrings (s. S. 228 ff.), schließlich durch hohe spezifische Drehzahl und überhaupt durch Hereinziehen der Saugkante in den axialen Einlauf möglich. Bei Verdichtern sind diese Maßnahmen nur zum Teil anwendbar. Hier wird bei Erreichung der Pumpgrenze ein Ausblaseventil geöffnet (Abb. 199 S. 373).

Unterhalb einer „*Grenzdrehzahl*“ verschwinden die Pulsationen. Dies hat seinen Grund darin, daß für das Zustandekommen der Schwingungsamplitude eine entsprechende Änderung der Zirkulation um die Laufschaufel nötig ist, welche einen gewissen Umfangsweg beansprucht, weil die entsprechenden „Anfahrwirbel“ abgehen müssen [*III*, *1*, S. 39]. Der zugehörige Drehwinkel ist unabhängig von der Drehzahl, deshalb wächst die „*Anfahrzeit*“ mit abnehmender Drehzahl, während die Schwingungszeit lediglich von den Abmessungen des Speichers bzw. der Rohrleitung abhängt [*III*, *1* S. 274], also unabhängig von der Drehzahl ist. Diese Überlegung ist besonders bei Anlagen mit kleiner Speicherfähigkeit, also hoher Eigenfrequenz wichtig. Sie bildet die Erklärung dafür, warum bei Wasserförderung die Elastizität des Wassers und des Rohrmaterials allein nicht zur Erzeugung von Pulsationen genügen.

k) Unstetigkeiten. Einige Arten von Laufschaufeln zeigen beim Sinken des Förderstromes unter eine bestimmte Grenze (*Abreißgrenze*) ein plötzliches Abfallen der Förderhöhe, ohne daß Pendelungen merkbar zu sein brauchen. Dieser Vorgang tritt bei Axialschaufeln und auch bei Radialschaufeln mit kurzer radialer Erstreckung in Erscheinung. Wie S. 189 näher erläutert wird, ist er verursacht durch das Durchschlagen des Spaltdrucks durch den Laufkanal nach dem Saugmund infolge Ablösung der Strömung an der Rückseite der Laufschaufeln, woraus sich erklärt, daß diese Erscheinung nur bei solchen Schaufeln wahrgenommen wird, deren Eintrittskante auf relativ großem Durchmesser liegt, so daß der Eintrittsstoß verstärkt wird, oder bei Schaufeln, die eine starke Krümmung (Schaufelbelastung) aufweisen. Auffallend ist, daß Axialschaufeln mit großem r_a/r_i (Abb. 134) nach S. 189 kein Abreißen zeigen, wenn mäßige Schaufelbelastung vorliegt [*V*, *10*; *V*, *24*; *V*, *25*].

30. Kennlinien der Turbine.

Hier ist gegenüber der Pumpe eine gedankliche Umstellung nötig, weil die Energieumwandlung eine entgegengesetzte ist. Für eine bestimmte Anlage ist die Fallhöhe H gegeben und kann als konstant angesehen werden. Die Drehzahl n wird durch den Geschwindigkeitsregler oder die Periodenzahl des Netzes ebenfalls festgehalten. Belastungsänderungen sind deshalb mit dem Eingriff eines Reglers verbunden, der die Steuerung verstellt, also Querschnittsänderungen verursacht. Trotzdem wollen wir zunächst den Fall der Drehzahländerung bei gleichbleibendem Steuerquerschnitt ins Auge fassen, weil dadurch ein wertvoller Einblick erhalten wird.

a) Änderung der Drehzahl bei gleichbleibender Steuerstellung. Hält man die Steuerung der Maschine fest (also die Nadel des PELTON-Rades oder die Drehschaufel der FRANCIS-Turbine oder die Regulierventile einer einstufigen Dampfturbine), so kann man mittels eines Bremszaums beliebige Drehzahlen einstellen und das zugehörige Drehmoment M_x messen, wobei die Fallhöhe H konstant bleiben soll. Dabei findet man, daß das gemessene Moment bei festgebremster Turbine, also

$n_x = 0$ am größten ist und mit wachsendem n_x ungefähr nach einer Geraden AB abfällt[1] (Abb. 102).

Da die Nutzleistung $N_x = \omega_x M_x$ proportional zum Produkt aus Abszisse und Ordinate der M_x-Linie ist, so verläuft sie nach einer Parabel, deren Scheitel über der Mitte von OB liegt, wenn AB eine genaue Gerade ist. In diesem Fall kann die N_x-Parabel in anderem Maßstab auch als Linie der Wirkungsgrade $\eta_x = \frac{N_x}{\gamma V_x H_x}$ gelten, weil dann neben H_x auch V_x konstant[1] bleiben würde.

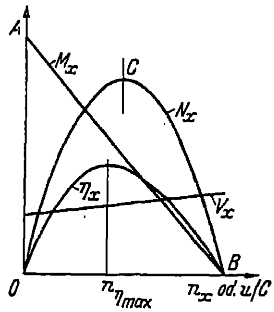


Abb. 102. Kennlinien einer Turbine in Abhängigkeit von der Drehzahl bei festgehaltener Regulierung.

Man sieht also, daß die bei $M_x = 0$ vorliegende Drehzahl, d. h. die Durchgangsdrehzahl, doppelt so groß ist, wie die Betriebsdrehzahl. Die Radreibung und die mechanischen Verluste verkleinern diesen Wert. In den Fällen, in denen die V_x-Linie mit wachsendem n_x ansteigt, also bei den Schnelläufern, kommen größere Werte in Betracht, weil die zu N_{max} gehörige Drehzahl größer wird, als die zu η_{max} gehörige Drehzahl. Erfahrungswerte für das Verhältnis der Durchgangs- zur normalen Drehzahl sind[2]:

beim PELTON-Rad	1,9
bei der langsam- und normallaufenden FRANCIS-Turbine . . .	1,8
beim Schnelläufer	2,0 bis 2,1
bei Propellerturbinen mit feststehenden Laufschaufeln .	2,1 bis 2,3
bei KAPLAN-Turbinen (d. h. Propellerturbinen mit drehbaren Laufschaufeln)	2,3 bis 2,5
bei KAPLAN-Turbinen im Fall der Lösung des Zusammenhanges zwischen Lauf- und Leitradregelung sogar . .	2,8 bis 3,0

Mit Ausnahme der KAPLAN-Turbine liegen alle Zahlen also dicht beim theoretischen Wert 2, woraus zu schließen ist, daß der Durchfluß bei festgehaltener Steuerung sich tatsächlich nicht stark ändert.

Tritt mit steigender Drehzahl Kavitation ein, womit häufig zu rechnen ist, so werden diese Zahlen nicht erreicht[3].

---

[1] Dieser lineare Abfall läßt sich beweisen, wenn man gleichbleibenden Durchfluß V_x annimmt, wie das für Gleichdruckturbinen und FRANCIS-Turbinen mittlerer Schnelläufigkeit ziemlich genau zutrifft. Bei FRANCIS-Turbinen kleiner spezifischer Drehzahl nimmt V_x mit wachsender Drehzahl ab und beim Schnelläufer, insbesondere dem Propeller zu [vgl. R. DUBS, Schweiz. Bauz. Bd. 69 Nr. 38 (1951) S. 534].

[2] Hütte II, 27. Aufl. S. 674. — Vgl. auch K. KREUTER: Versuche an einer HD-Gegendruck-Turbine, Konstruktion Bd. 2 (1950) S. 70f. Dort wird bei 50% Reaktion ein Verhältnis des Anfahrmomentes zum Moment des besten Wirkungsgrades von fast 3 statt 2 (wie oben abgeleitet) erreicht.

[3] FABRITZ: Z. VDI Bd. 88 (1944) S. 529/44.

Da in Abb. 102 konstantes H angenommen ist, so kann als Abszisse statt n auch die Laufzahl u/C oder die in Abschn. 32 behandelte Einheitsdrehzahl n_1' genommen werden.

Wir können jetzt das unterschiedliche Verhalten der Turbinen und Pumpen beurteilen, das eintritt, wenn die Drehzahl in beiden Fällen um einen erheblichen Betrag gesenkt wird — z. B. um 10% — aber im übrigen die Betriebsverhältnisse, also Fallhöhe bzw. Kennlinie der Rohrleitung, unverändert bleiben. Solche Änderungen können erwogen werden, wenn ein Zwischengetriebe zwischen Strömungsmaschine und Elektromaschine vorhanden ist und das Übersetzungsverhältnis aus irgendeinem praktischen Grunde geändert werden muß.

Die *Turbine* wird ihre Leistung $\gamma V_x H \eta_x$ hierbei nur ändern, soweit $\eta_x V_x$ sich ändert, da ja H bestehen bleibt. Die neuen Werte von η_x und V_x können gemäß Abb. 102 hier gleichbleiben. Die Änderungen hinsichtlich V_x sind jedenfalls gering. Der Wirkungsgrad wird im allgemeinen etwas verschlechtert, sofern vorher keine Überdrehzahl vorgelegen hat.

Bei der *Pumpe* wird dagegen — wie Abb. 98 zeigt — von dem ursprünglichen Förderstrom nicht viel übrig bleiben, weil die Kennlinie der Rohrleitung und die nach unten verschobene Drosselkurve sich nur noch schwach oder überhaupt nicht mehr schneiden. Diese Gefahr ist um so größer, je größer der statische Bruchteil der Förderhöhe ist. Also liegen die Verhältnisse bei Wasserförderung ungünstiger als bei Lüftern, wo dieser statische Anteil häufig gleich Null ist, also die Kennlinie des Luftweges eine durch den Ursprung gehende Parabel sein kann. Hier wird der Förderstrom proportional zu n und die Förderhöhe proportional zu n^2, also die Leistung proportional zu n^3 sinken. Im Regelfall, d. h. bei Vorliegen eines statischen Förderhöhenanteils, also insbesondere bei Wasserförderung, ist der Rückgang stets wesentlich größer.

Diese Betrachtung soll zeigen, daß die betriebliche Behandlung von Turbinen und Pumpen (ähnlich wie übrigens auch von Elektromotoren und Dynamomaschinen) trotz der Ähnlichkeit des Strömungsvorganges ganz verschieden sein muß und daß es *schwieriger ist, eine Pumpe für vorgeschriebene Verhältnisse richtig zu bemessen als eine Turbine.*

b) Veränderung der Steuerstellung. Hat man die V_x- und η_x-Linie aufgenommen, so kann man die η_x-Werte gemäß Abb. 103 auf die V_x-Linie übertragen und dort anschreiben. Wenn wir nun daran denken, daß tatsächlich die Steuerung, also z. B. die Leitschaufeln verstellt werden, dann können die zu den verschiedenen Leitradöffnungen a_x gehörigen V_x-Linien, die wir durch das Öffnungsverhältnis $\beta = a_x/a_{1/1}$ kennzeichnen wollen, in einem einzigen Schaubild Abb. 113c untergebracht und Linien gleicher η_x eingetragen werden. Die Benutzung dieses „*Muscheldiagramms*" kann man unabhängig vom Ausführungsmaßstab der Turbine machen, wenn man die in Abschn. 32 erläuterten Einheitswerte n_1' und V_1' statt n_x und V_x als Koordinaten nimmt, wie dies in Abb. 113c bereits geschehen ist. Dabei vernachlässigt man allerdings den Einfluß der REYNOLDS-Zahl auf η_x, der nach Abschn. 32c zu verfolgen wäre.

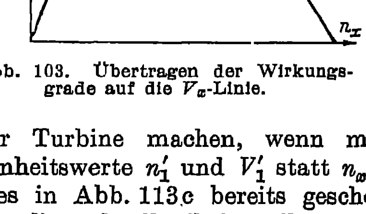


Abb. 103. Übertragen der Wirkungsgrade auf die V_x-Linie.

c) Bestimmung der Steuerstellung zu dem jeweiligen Durchfluß. Wir wollen im Folgenden den üblichen Sachverhalt annehmen, daß Gefällshöhe H und Drehzahl unverändert angenommen werden können und nach der Steuerstellung gefragt wird, die zu einer bestimmten Leistung, also einem bestimmten Durchfluß, gehört.

Bei Gleichdruckturbinen, also dem PELTON-Rad (s. S. 153ff.) und der Dampfturbine (s. S. 160ff. und S. 313ff.) wird der Beaufschlagungsbogen verändert. Wir greifen den Fall der Drehung der Leitschaufeln, also der FRANCIS-Turbine heraus, da der Fall der stetigen Regelung des Beaufschlagungsbogens in diesem Zusammenhang nicht interessant ist, zudem beim PELTON-Rad der Eintrittsstoß fehlt.

Wir beschränken uns ferner auf die einfach gekrümmte Laufschaufel, also den Langsamläufer.

Zunächst ist darauf hinzuweisen, daß bei beliebigem Durchfluß V_x der Austritt nicht mehr senkrecht erfolgt, weil im Austrittsdreieck

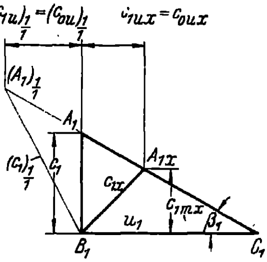


Abb. 104. Geschwindigkeitsplan für die Saugkante der Turbinenschaufel.

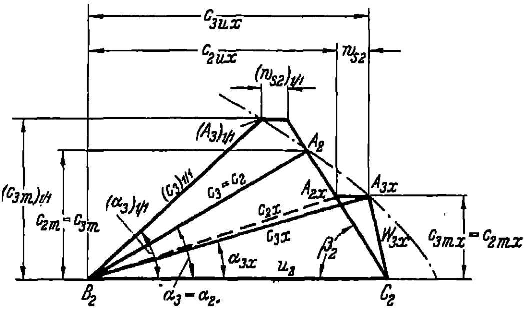


Abb. 105. Geschwindigkeitsplan für die Druckkante bei Drehschaufelregelung.

Abb. 104) die Meridiankomponente c_{1mx} sich gemäß Gl. (28, 3) proıortional zu V_x verändert. Es entsteht also im Saugmund eine Umangskomponente $c_{1ux} = c_{0ux}$, die bei Teillast im Sinne der Raddrehung Gleichdrall), bei Überlast entgegen der Raddrehung (Gegendrall) erichtet ist.

Im vorliegenden Fall der reinen Mengenregelung ohne Drosselverıste ist stets $H_x = H$. Die Fragestellung ist die nach dem Winkel $_{3x}$ der Drehschaufeln, der zu einem gewählten Füllungsgrad V_x/V ehört. Mit $c_{3mx} = c_{3m} \frac{V_x}{V}$ ist in Abb. 105 Punkt A_{2x} auf dem freien chenkel des Winkels β_2 gegeben. Gesucht ist A_{3x}, weil dann auch er gesuchte Winkel $A_{3x} B_2 C_2 = \alpha_{3x}$ gegeben ist.

Dieser Punkt ist bekannt, wenn die Stoßkomponente $\overline{A_{2x} A_{3x}} = w_{s2}$ efunden ist, die parallel zu u_2 liegt (wenn die Schaufelverengung ıßer acht gelassen wird). Es entsteht also der Stoßverlust

$$Z_{s2} = \varphi \frac{w_{s2}^2}{2g} \tag{30, 1}$$

mit $\varphi = 0{,}5$ bis $0{,}7$. (Ob bei den heute üblichen Schaufelanfängen mit dicken, stark abgerundeten Köpfen (S. 108f.) diese Bestimmung des Stoßverlustes aufrecht erhalten werden kann, wäre noch zu prüfen). Es ist nun die Schaufelarbeit

$$H_{\mathrm{th}\,x} = H - Z_{s2} - \text{Schaufelverluste } Z_{hx} - \text{Saugrohrverluste } Z_{sx}. \qquad (30, 2)$$

Zur Bestimmung der Schaufelverluste Z_{hx} benützen wir wieder wie S. 171 ihren bekannten Wert im Berechnungspunkt, nämlich $Z_h = H - H_{\mathrm{th}} = (1 - \eta_h)\,H$ und setzen

$$Z_{hx} = Z_h \left(\frac{V_x}{V}\right)^2 = (1 - \eta_h)\,H \left(\frac{V_x}{V}\right)^2, \qquad (30, 3)$$

während wir die Saugrohrverluste, die bei der FRANCIS-Turbine Bedeutung haben, wie in Abschn. 14 durch Heranziehung des dort in Gl. (14, 1) angegebenen Rückgewinnfaktors k_g berücksichtigen und setzen

$$Z_{sx} = (1 - k_g)\,\frac{c_{0x}^2}{2g}. \qquad (30, 4)$$

Ebenso ist das Austrittsdreieck (Abb. 104) bekannt. Da $c_{3ux} = c_{2ux} + w_{s2}$, so erhält man aus der Gleichheit der Ausdrücke von (30, 2) und (28, 2) folgende Bestimmungsgleichung für w_{s2}

$$\begin{aligned} H - \varphi\,\frac{w_{s2}^2}{2g} - (1 - \eta_h)\,H \left(\frac{V_x}{V}\right)^2 - (1 - k_g)\,\frac{c_{0x}^2}{2g} \\ = \frac{1}{g}\left[u_2 (c_{2ux} + w_{s2}) - u_1\, c_{0ux}\right], \end{aligned} \qquad (30, 5)$$

die offenbar quadratisch ist. Durch w_{s2} ist A_{3x} und damit α_{3x} bekannt. k_g ist nach den Angaben in Abschn. 14 zu schätzen.

Durch Wiederholung dieser Rechnung erhält man den geometrischen Ort von A_{3x}. Aus diesem in Abb. 105 gezeichneten Verlauf $A_2\,A_{3x}$ ersieht man, daß c_{3x} mit abnehmendem α_{3x} etwas wächst. Die Austrittsweiten a_{4x} des Leitkanals kann man aber proportional zu V_x setzen, weil im Austrittsquerschnitt die Geschwindigkeiten annähernd konstant bleiben; denn dieser Querschnitt entfernt sich in gleichem Maße vom Laufradumfang, wie die Schaufeln in Schließrichtung gedreht werden, womit nach dem Flächensatz die Geschwindigkeit im Austrittsquerschnitt sich etwa um den gleichen Betrag verkleinert, als c_{3x} in Abb. 105 wächst [*I*, *1*].

Die angegebene Bestimmung der Schaufelstellung findet praktische Verwendung zur Festlegung der zum größten Durchfluß $V_{1/1}$ gehörigen Leitradstellung, die dem Entwurf des Leitrades zugrunde gelegt werden muß. Bei dieser Überlast tritt A_{3x} nach $(A_3)_{1/1}$ auf die linke Seite des freien Schenkels des Winkels β_2, weil $(c_{0u})_{1/1}$ gemäß Abb. 104 negativ geworden ist.

Im Fall der doppelt gekrümmten Schaufel, bei der das Austrittsdreieck für jeden Stromfaden verschieden ist, wird trotzdem die Leitschaufelstellung der Größtlast nach dem gleichen Verfahren durchgeführt, indem die mittlere Flußlinie zugrunde gelegt wird.

31. Besonderheiten der Schnelläufer.

Bei den Schnelläufern sind Saug- und Druckkante im Meridianschnitt nicht achsparallel und deshalb die Umfangsgeschwindigkeit längs dieser beiden Kanten für die einzelnen Stromlinien verschieden groß. Daraus ergeben sich besondere Erscheinungen.

a) **Kreiselpumpen.** Die Schräglage der Druckkante hat zur Folge, daß jeder Flußlinie eine andere $H_{\text{th}\,x}$-Linie zugeordnet ist, weil deren Ordinate im Nullpunkt mit r_2^2 wächst, aber im Berechnungspunkt F gleich groß sein muß (Abb. 106), (gleiches η_h vorausgesetzt). Man erhält also beispielsweise für die drei Flußlinien $a_1\,a_2$, $b_1\,b_2$, $i_1\,i_2$ der Nebenfigur die drei Geraden a, b, i, die sich im Normalpunkt F schneiden. Dabei hat die äußere Flußlinie $a_1\,a_2$ die steile $H_{\text{th}\,x}$-Gerade, während die innere Flußlinie $i_1\,i_2$ die flache $H_{\text{th}\,x}$-Gerade liefert.

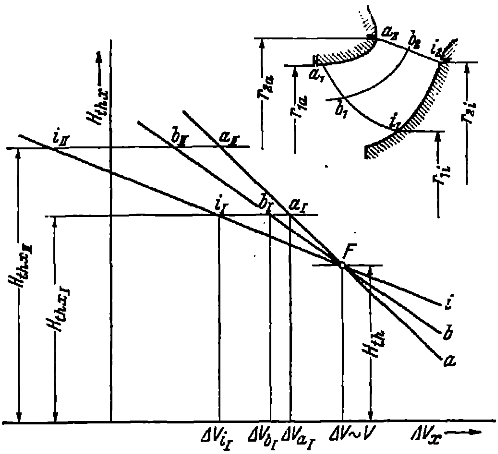


Abb. 106. $H_{\text{th}\,x}$-Linien a, b, i für die äußere, mittlere und innere Flußlinie.

Denken wir uns die Austrittskante in viele Abschnitte so unterteilt, daß im Strombild der Normallast jeder Abschnitt die gleiche Ergiebigkeit ΔV liefert, so entspricht in Abb. 106 diesem ΔV die Abszisse des gemeinsamen Schnittpunktes F aller $H_{\text{th}\,x}$-Linien mit der theoretischen Förderhöhe H_{th} des Konstruktionspunktes, die für alle Fäden, wie schon erwähnt, gleich ist. Steigt aber die Förderhöhe auf $H_{x\text{I}}$ und damit die Schaufelarbeit auf $H_{\text{th}\,x\text{I}}$, so entsteht die Frage, wie sich dann die Gesamtlieferung V auf die Einzelströme ΔV verteilt.

Die gegenseitige Verträglichkeit dieser Teilströmungen setzt offenbar voraus, daß jeder Teilstrom den vorgeschriebenen Förderdruck überwindet. Prüft man diese Bedingung am Austritt der Pumpe, so lautet sie (wenn man von Schleppwirkungen absieht): $H_x =$ konst.

Nehmen wir zunächst auch gleiche Schaufelverluste für alle Stromfäden an, obwohl diese Gleichheit wegen der Verschiedenheit des Eintrittsstoßes nicht zu erwarten ist, wie nachher gezeigt wird, so kann man in erster Näherung schreiben

$$H_{\text{th}\,x} = \text{Konst.} \qquad \text{(I)}$$

Dann liegen die Zustandspunkte in Abb. 106 für gegebenes H_x auf einer Parallelen $a_\text{I}\,i_\text{I}$ zur ΔV_x-Achse, und die Ergiebigkeit der einzelnen Teilströme ist gleich den Abszissen der Schnittpunkte a_I, b_I, i_I dieser Parallelen mit den Einzelkennlinien, also jeweils gleich $\Delta V_{a\,\text{I}}, \Delta V_{b\,\text{I}}, \Delta V_{i\,\text{I}}$.

Demnach ändert sich die Beaufschlagung der Austrittskante, also das Strombild, in der Weise, daß sich die Stromröhren mit wachsender Förderhöhe (also abnehmendem Füllungsgrad der Pumpe) nach der Außenwand verschieben. Steigt die Förderhöhe noch weiter, entsprechend der theoretischen Förderhöhe $H_{\text{th}\,x\text{II}}$, so ist in Abb. 106 der Schnittpunkt mit der i-Linie ins negative Gebiet gerückt, so daß also bei i_2 Rückströmen stattfindet, wie in Abb. 107 veranschaulicht ist.

Man sieht, daß der Schnittpunkt mit der für die innerste Flußlinie $i_1\,i_2$ geltenden Einzelkennlinie $i\,F$ um so weiter nach links rückt, je flacher diese verläuft. Wird diese Teilkennlinie parallel zur $\Delta\,V_x$-Achse, was nach Abb. 87 eintritt, wenn der Winkel β_2 an dieser Stromlinie, also $\beta_{2i} \approx 90°$ wird, so rückt i_{II} nach dem Unendlichen und für $\beta_{2i} > 90°$, wobei die Teilkennlinie $i\,F$ gemäß Abb. 87 nach links abfällt, gibt es auf dieser Seite keinen Schnittpunkt mehr.

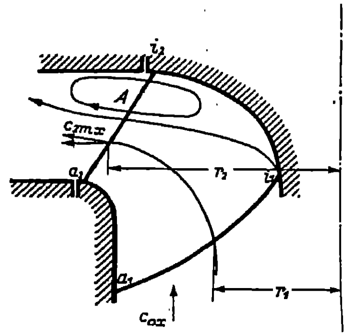


Abb. 107. Totraum A an der Druckkante eines Schnelläufers bei Teillast (Eintrittsstoß vernachlässigt).

Demnach ist zu vermuten, daß bei Schnelläufern der Winkel β_2 des Schaufelprofils an der Innenwand nicht stumpf sein soll, also ein Durchgang des Winkels β_2 durch 90° längs der Austrittskante nicht günstig ist. Die mathematische Verfolgung unter der gemachten Voraussetzung zeigt, daß es dagegen zulässig ist, wenn alle Schaufelschnitte stumpfe Austrittswinkel β_2 haben [*V, 9 und III, 1*]. Allerdings ergibt die nachher erfolgende Berücksichtigung des Eintrittsstoßes, daß dieser einen Betrieb mit Überlast ($H_{\text{th}\,x} < H_{\text{th}}$) möglich macht. Ferner ist zu beachten, daß die Bedingung $(\beta_{2i})_{\max} = 90°$ nur für senkrechten, also drallfreien Eintritt in das Laufrad gilt. Im Fall eines Eintrittsdralls verschiebt sich diese Grenze nach oben oder unten, je nachdem dieser Drall gleich- oder gegensinnig zur Raddrehung gerichtet ist.

Diese Ergebnisse, welche auf der alleinigen Bedingung der Gl. (I) beruhen, sind wie erwähnt nur zur allgemeinen Orientierung geeignet. Eine genaue Prüfung muß folgende weitere Umstände berücksichtigen.

1. Es ist bereits erwähnt worden, daß die Verluste in den einzelnen Fäden nicht gleich sind. Dies trifft hinsichtlich des Eintrittsstoßes Z_{s1} zu, weil er nach Gl. (29, 7) proportional zu u_1^2, also bei den äußeren Fäden weit größer ist, als bei den inneren. Überschläglich kann man sich ein Bild von der dadurch bedingten Veränderung machen, wenn man von den in Abb. 106 gezeichneten $H_{\text{th}\,x}$-Linien die Ordinaten der Stoßparabeln in Abzug bringt, ähnlich wie dies in Abb. 90 geschehen ist. Die Parallelen $a_{\text{I}}\,i_{\text{I}}$, $a_{\text{II}}\,i_{\text{II}}$ in Abb. 106 sind dann aufzufassen als Linien für gleiches $H_{\text{th}\,x} - Z_{s1}$. Es ergibt sich dann zunächst, daß das Übergewicht des äußeren Fadens bei schwacher Teillast fraglich wird. Bei Überlast ändern sich die Verhältnisse weniger. Jedoch zeigt sich daß hier auch Schaufelwinkel $\beta_{2i} > 90°$ reelle Betriebspunkte liefern

Die erst erwähnte Veränderung bei schwacher Teillast hat die bemerkenswerte Folge, daß die Drosselkurve (sofern sie bei Teillast nicht abreißt) in der Nähe der H_x-Achse einen Wendepunkt erhält und sehr stark ansteigt, wie die in Abb. 109 ersichtliche Linie f zeigt. Man kann sich dieses Wiederansteigen der Drosselkurve veranschaulichen, wenn man die in Abb. 108 dargestellten Unterströmungen an beiden Schaufelkanten heranzieht. Hierbei ist das Ablösungsgebiet A in der besprochenen Weise dadurch entstanden, daß die kleinen Austrittshalbmesser bei Teillast keine so große Steigerung des Förderdruckes hervorbringen können wie die großen Austrittshalbmesser. Dieser Vorgang bildet schon deshalb keine Erklärung für das starke Anwachsen der Förderhöhe, weil die Meridiangeschwindigkeit längs des beaufschlagten Teils der Austrittskante etwas gesteigert wird, also letzten Endes eine Abnahme der Förderhöhe die Folge sein sollte. Maßgebend ist aber das Ablösungsgebiet B am äußeren Teil der Eintrittskante, das im wesentlichen dadurch bedingt ist, daß der Eintrittsstoß den Energieinhalt der äußeren Stromfäden am meisten schwächt, so daß bei diesen die zum Abströmen nötige Energie bei schwacher Teillast nicht mehr erreicht wird. (Die Bildung des Totraumes B wird unterstützt durch das bei Teillast infolge des Stoßvorganges hinter den Schaufelspitzen sich ansammelnde Totwasser der Grenzschicht, das nach außen geschleudert wird.)

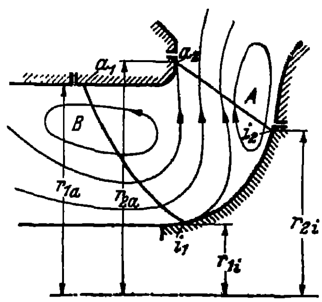


Abb. 108. Im Falle der Berücksichtigung des Eintrittsstoßes ergeben sich 2 Ablösungsgebiete A und B bei starker Teillast.

Diese „Selbsthilfe" der Strömung bringt gleichzeitig eine starke Verkleinerung des Eintrittsstoßes der gesunden Strömung und damit die beobachtete Steigerung der Förderhöhe mit sich, weil nicht nur der Eintritt in Zonen kleineren Halbmessers gerückt wird, sondern auch die Zuströmgeschwindigkeit im eingeschnürten Förderstrom sich nur wenig mit abnehmendem Durchfluß verkleinert.

Naturgemäß verlangt die in Abb. 108 ersichtliche Abdrängung der Flußlinien nach dem äußeren Teil der Austrittskante eine genügende Länge der Schaufel in Flußrichtung, damit nicht unmöglich starke Richtungsänderungen der Flußlinien entstehen.

2. Bei den Schnelläufern mit einer kurzen Erstreckung der Schaufel in Flußrichtung, also den Axialrädern, und zwar solchen mit hoher Schaufelzahl, hat der Eintrittsstoß die anders geartete und sehr unangenehme Folge, daß die Drosselkurve schon bei geringer Unterschreitung der Normallast abreißt (S. 182). Bei Überlast wird diese Unstetigkeit nicht beobachtet, offenbar weil dann die sich bildenden Toträume auf der Vorderseite der Schaufel, also in Zonen höheren Druckes liegen. Jedenfalls macht der Eintrittsstoß verständlich, warum das Abreißen am äußeren Halbmesser einsetzt [V, 27] und es um so früher, d. h. um so näher beim Betriebspunkt des stoßfreien Eintritts beginnt,

je steiler und je kürzer die Schaufeln in Strömungsrichtung sind, also je höher die Schaufelzahl ist. Deshalb tritt es bei Axialverdichtern regelmäßig, aber bei axialen Wasserpumpen selten auf.

3. Sofern die Umfangskomponenten c_{3u} hinter dem Rad nicht in Druck umgesetzt werden, ist Gl. (I) sinngemäß umzuändern auf

$$H_{\text{th}\,x} - \frac{c_{3ux}^2}{2g} = \text{Konst.} \tag{Ia}$$

Dies trifft beispielsweise für solche Axialpumpen zu, deren Leitrad nicht hinter, sondern vor dem Laufrad sitzt, so daß die Förderflüssigkeit vom Laufrad unmittelbar (also auch ohne Spiralgehäuse) nach dem Druckstutzen geführt wird (S. 293). Bei Abweichung vom Berechnungspunkt sind hier c_{3u}-Komponenten unvermeidlich, die verloren sind.

Zusätzliche Bemerkung. Die Abströmung an der Austrittskante ist zwar wegen der Bedingung der Gleichheit der Energiezunahme eine solche gleichen Energie-Inhalts. Sie ist aber nicht drehungsfrei, weil die Verschiedenheit des Eintrittsstoßes Z_{s1} auch Ungleichheit von $H_{\text{th}\,x}$, also des Dralls $r_2\,c_{3u}$ zur Folge hat, wenn die nutzbare Energiezunahme gleich bleiben soll. Die gleichzeitig auftretenden Komponenten parallel zur Austrittskante (Querkomponenten), die mit der Abdrängung der Flußlinien naturnotwendig verbunden sind, ermöglichen aber die Aufrechterhaltung des Gleichgewichts bis zum schließlichen Ausgleich der Geschwindigkeitsunterschiede, so daß diese Querkomponenten mit wachsender Entfernung vom Rad abklingen.

2. Die in Abb. 108 dargestellten Unterströmungen bringen eine erhebliche Verlustarbeit des Rades mit sich, weil sie wie eine Wasserbremse wirken. Sie machen den in Abb. 110 ersichtlichen Anstieg des Leistungsbedarfes bei Teillast und den raschen Abfall des Wirkungsgrades beiderseits des Bestpunktes nach Abb. 110a verständlich.

Beim Propeller läßt sich dieses ungünstige Verhalten durch Drehung der Schaufeln (ähnlich wie bei der Kaplan-Turbine Abb. 112) vollständig beseitigen, wie der günstige Verlauf der Linie *a* in Abb. 110 und 110a erkennen läßt.

b) Francis-Turbine. In entsprechender Weise läßt sich zeigen, daß im Francis-Rad eine ähnliche Veränderung des Strombildes mit der Belastung eintritt wie bei der Pumpe, und zwar drängen sich im Bereich der Saugkante die Flußlinien bei Teillast jetzt an der äußeren Radwand, bei Überlast an der Nabenwand zusammen [*I, 1 Bd. II und I, 4*]. Im Fall der Teillast treten schon bei geringer Abweichung von der Normallast Toträume *B* an der Nabenwand auf (Abb. 111), die sich im Saugrohr in Form eines Wirbelkernes fortsetzen. Abb. 107 und 111 entsprechen sich vollständig, wenn beachtet wird, daß die Austritts-

Erklärung zu Abb. 109, 110, 110a.

Einfluß der Schnelläufigkeit auf die Form der Kennlinien von Kreiselpumpen.

Linien	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*a*
n_q	21	34	71	110	220	Propellerpumpe mit drehbaren Laufschaufeln.
n_s	78	126	260	400	800	

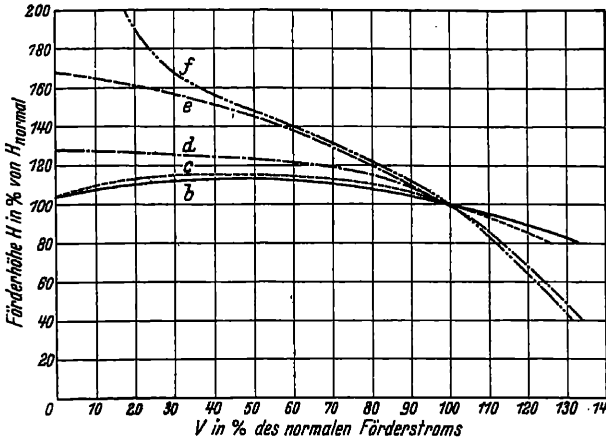


Abb. 109. Drosselkurven.

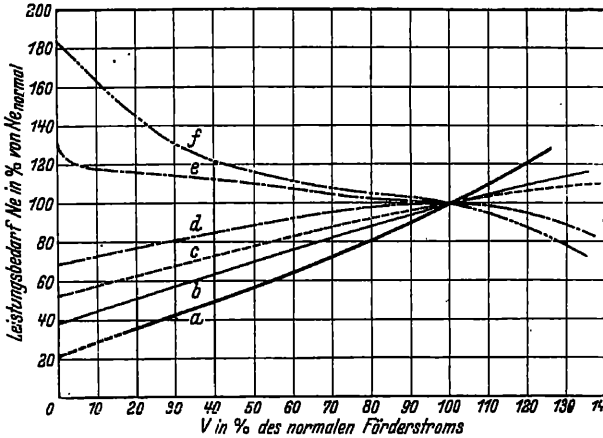


Abb. 110. Wellenleistungskurven.

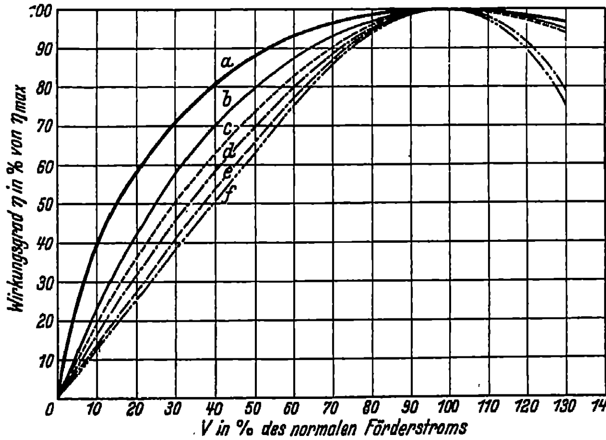


Abb. 110a. Wirkungsgradkurven.

kanten vertauscht sind[1]. Daß die zentripetale Turbinenströmung bei schwachem Durchfluß zu Stauungen führt, läßt sich auch durch die Fliehkraftwirkung leicht erklären (S. 153/4). Bei fehlendem Durchfluß wird sich an der schrägen Austrittskante eine Umlaufströmung nach

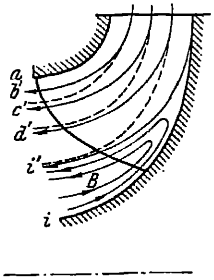


Abb. 111. Strombild der FRANCIS-Turbine, Normallast - - - - -, Teillast ———.

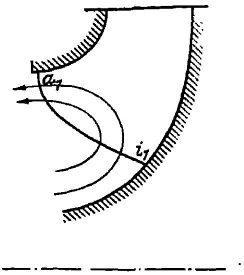


Abb. 111a. Umlaufströmung an der Saugkante bei fehlendem Durchfluß.

Abb. 111a einstellen, weil der Druck bei a_1 größer ist als bei i_1. Die Überlagerung einer Durchflußströmung über diese „Verdrängungs-

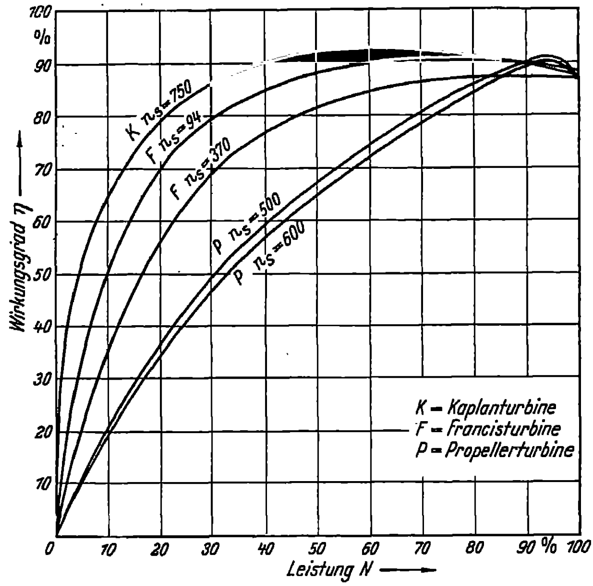


Abb. 111b. Wirkungsgradkurven der verschiedenen Turbinensysteme. Die eingetragenen Zahlen sind die spezifischen Drehzahlen n_s.

strömung“ gibt dann die Abb. 111. Bei großen Maschinen ist für einen ruhigen Gang der Maschine die Zuführung von Außenluft nach der Nabe zur Ausschaltung des Totraumes erforderlich.

[1] Die Abdrängung der Durchflußströmung nach außen in Verbindung mit der Bildung eines Wirbelkernes wird im gleichen Rotationshohlraum auch beobachtet, wenn die Laufschaufeln herausgenommen werden, also kein Energieentzug stattfindet [*V*, *20*], Vgl. ferner K. BAMMERT: Z. VDI Bd. 92 (1950) S. 777.

Diese Erscheinungen treten um so ausgesprochener auf, je höher die spezifische Drehzahl ist, und rufen den gleichen raschen Abfall des Wirkungsgrades hervor (Abb. 111 b), wie er schon oben bei der Pumpe in Abb. 110 a festgestellt wurde. Vergleichsweise beträgt der Leerlaufbedarf in Prozenten des Wasserstromes bei Vollast[1]

beim FRANCIS-Schnelläufer	15—25 %
bei der Propellerturbine mit festen Laufschaufeln	30—40 %

Wie vorteilhaft die (anschließend behandelte) Drehung der Laufschaufeln bei der KAPLAN-Turbine sich auswirkt[2], ersieht man daran, daß bei dieser nur noch 8 bis 12 % Leerlaufbedarf vorliegen.

c) Regelung der KAPLAN-Turbine (Gleichzeitige Drehung von Leit- und Laufschaufeln). Die Verstellung der Leitschaufel genügt bei den langsamläufigen Bauformen. Bei den schnelläufigen Rädern tritt nach

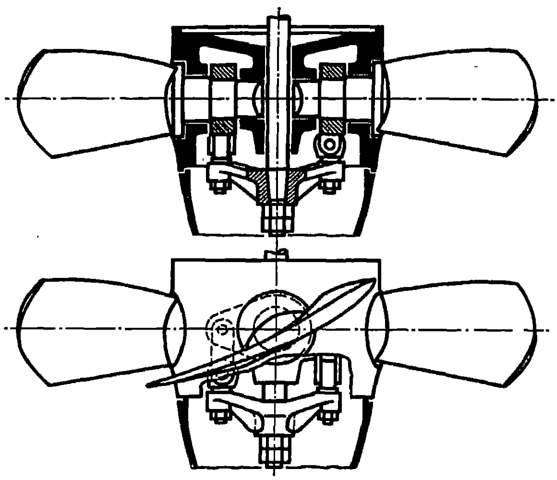


Abb. 112. KAPLAN-Laufrad in Schnitt und Ansicht (schematisch).

den vorausgegangenen Darlegungen ein rascher Abfall des Wirkungsgrades ein, der beim Propeller einen Betrieb mit Teil- oder Überlast wirtschaftlich nicht rechtfertigt. Wenn aber gleichzeitig mit den Leitschaufeln die Laufschaufeln gedreht werden (Abb. 112, 112 a bis c, 113), so müssen die erwähnten Schwierigkeiten weitgehend verschwinden, wie folgende einfache Überlegung zeigt (wobei wieder H und n als unverändert angenommen sind):

Strebt man günstigen, d. h. senkrechten Austritt bei allen Belastungen mit etwa gleichbleibendem Schaufelwirkungsgrad, also gleichbleibendem H_{th} an, so muß nach der Hauptgleichung auch c_{3u} gleich bleiben. Das setzt nach Abb. 113 a voraus, daß Punkt A_3 sich längs

[1] Nach ESCHER-WYSS-Mittlg. VIII Nr. 4/5, (1935) S. 107.

[2] Den Verlauf des Wirkungsgrades bei KAPLAN-Turbinen hat ED. AMSTÜTZ in „Festschrift Prof. Dr. A. STODOLA zum 70. Geburtstag“, Zürich und Leipzig 1929, rechnerisch näherungsweise abgeleitet.

der Höhe $A_3 D$ des Geschwindigkeitsdreiecks bewegt. Dann muß mit wechselndem Leitrad-Winkel α_3 auch der Schaufelwinkel $\beta_3 \approx \beta_2$ wechseln, und zwar um so mehr, je kleiner β_3 ist. Bei $\beta_3 = 90°$ (Lang-

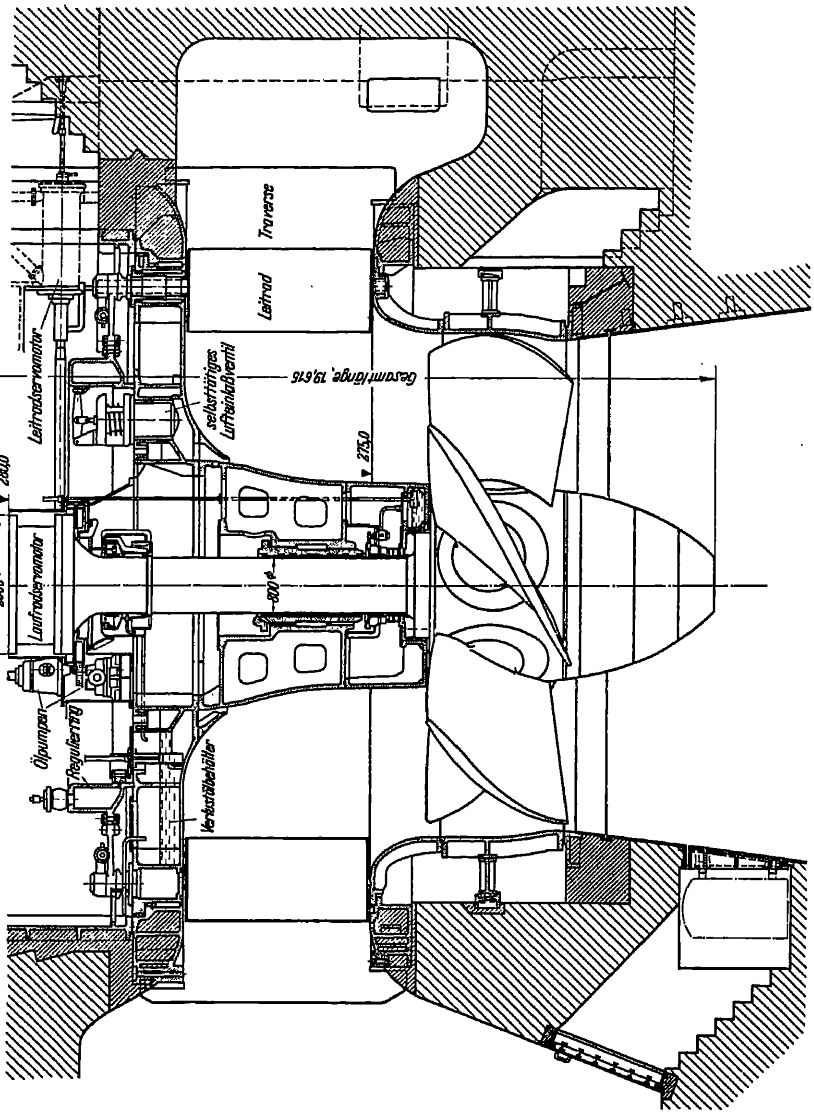


Abb. 112a. Kaplan-Turbine, 38 700 PS, 11,5 m Fallhöhe, 75 U/min, 295 m³/s (Kraftwerk Ryburg-Schwörstadt).

samläufer der Francis-Turbine) würde demnach eine Drehung der Leitschaufel sich auf den Winkel β_3 überhaupt nicht auswirken und nur eine Veränderung von β_0 mit Rücksicht auf Aufrechterhaltung senkrechten Austritts angebracht sein. Im Hinblick auf die Kleinheit

des Austrittsverlustes dieser Langsamläufer würde sich aber diese Maßnahme wenig lohnen (ganz abgesehen davon, daß sie konstruktiv

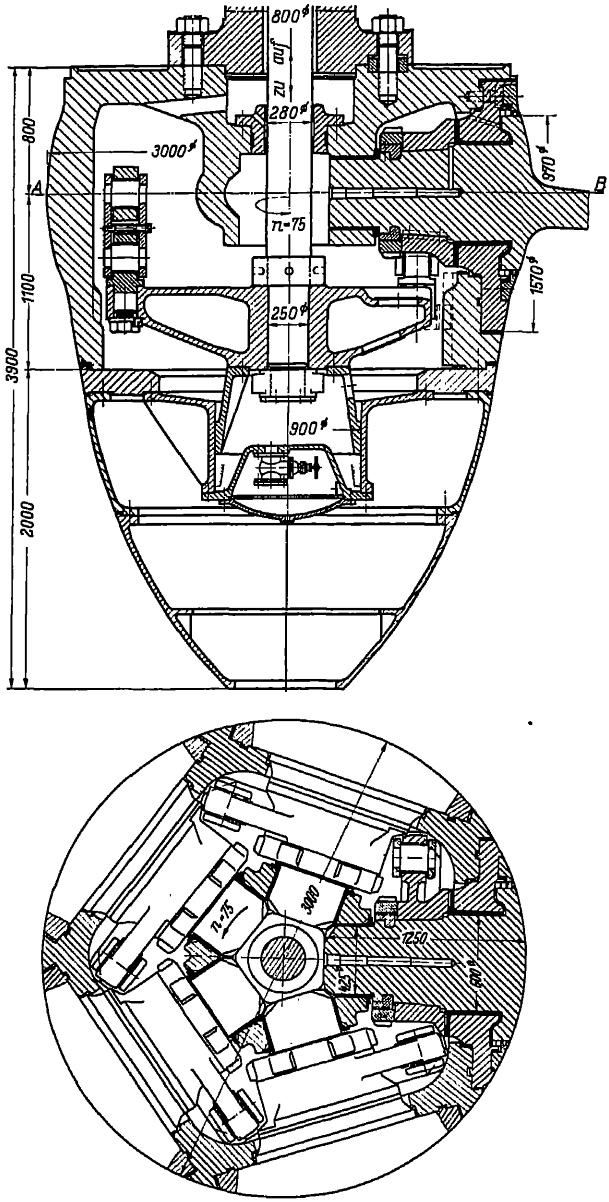


Abb. 112 b. Laufschaufelverstellung zu Abb. 112 a.

schwer zu verwirklichen sein würde). Die Verdrehung der ganzen Schaufel, wie sie bei der Kaplan-Turbine angewandt wird, führt zu

gleicher Änderung von β_3 und β_0, was zwar nicht ganz den theoretischen Bedingungen entspricht, aber wegen der Unempfindlichkeit der Schaufel gegen Eintrittsstoß tragbar ist. Daß ferner zwangsläufig der Dreh-

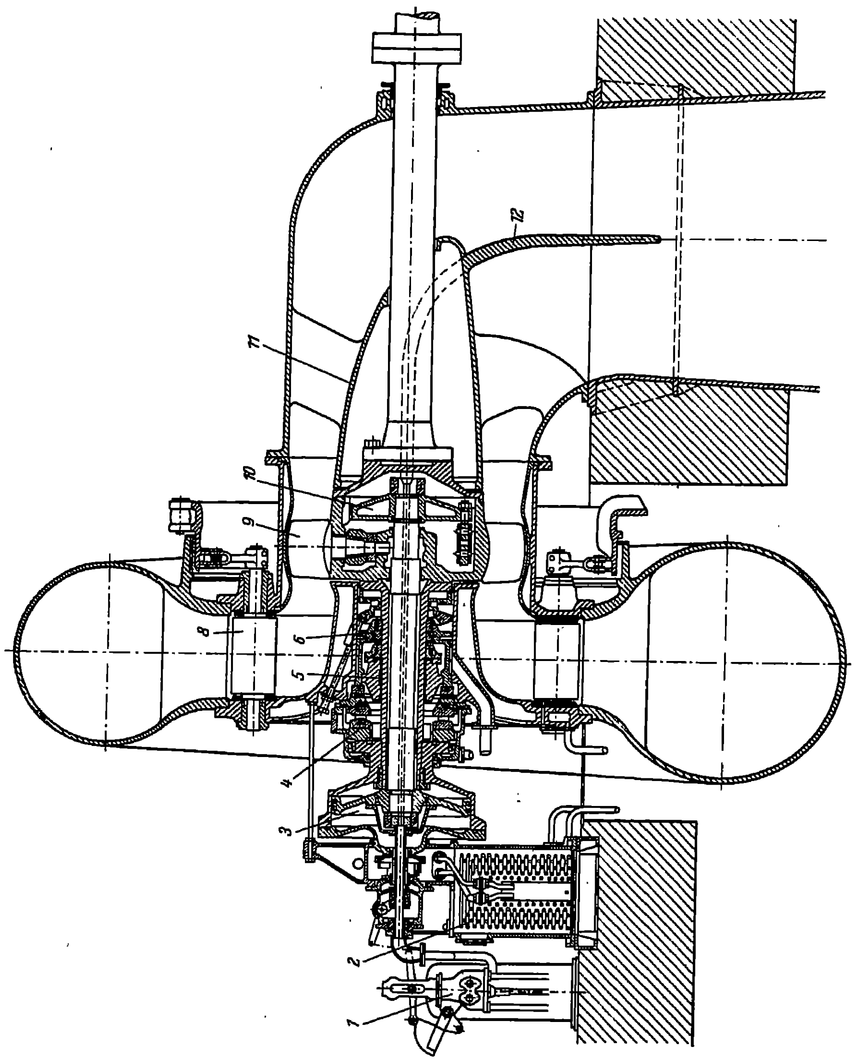


Abb. 112c. Kaplan-Turbine mit waagerechter Welle, 5000 PS, 56 m Fallhöhe, 420/500 U/min (Charmilles). 1 Ölsteuerung des Servomotors 3 für die Verstellung der Laufschaufeln 9, 4 Spurlager, 5 Halslager, 6 Labyrinth-Stopfbüchse, 7 Ring zur Drehung der Leitschaufeln 8.

winkel für alle Schaufelschnitte gleich ist, obwohl er an der Flügelspitze kleiner sein sollte als an der Nabe, muß in Kauf genommen werden. Berechnungsbeispiel eines Kaplan-Laufrades vgl. S. 285 ff.

Propellerturbinen mit festen Laufschaufeln werden wegen der eingangs erwähnten Nachteile nicht mehr gebaut. Eher verspricht der Verzicht auf die Drehbarkeit der Leitschaufeln unter Beibehaltung der Drehbarkeit der Laufschaufeln wirtschaftlichen Erfolg.

Der günstigste Zusammenhang zwischen den Stellungen der Leit- und Laufschaufeln ist dann vorhanden, wenn die resultierende Wirkungsgradkurve die Umhüllende *der* η-Kurven ist, die zu den einzelnen Flügelstellungen gehören, sofern dabei jeweils nur die Leitschaufeln verstellt werden (Abb. 113b). Er wird am besten auf dem Weg des Versuches ermittelt[1].

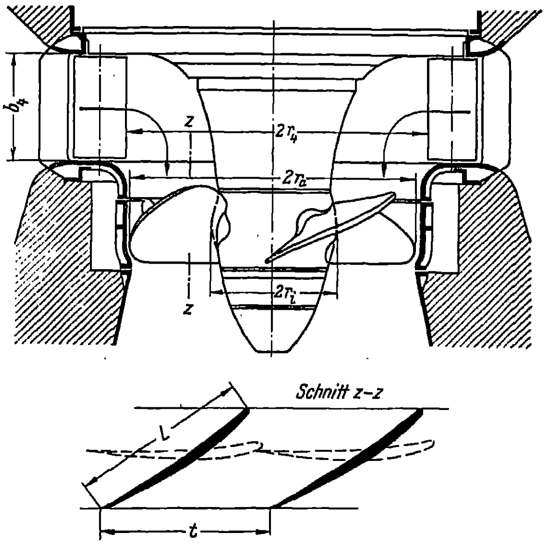


Abb. 113. KAPLAN-Turbine.

Man kann sich rechnerisch einen Anhalt verschaffen, wenn man zur Bedingung macht, daß senkrechter Austritt *in einem mittleren Zylinderschnitt* bei allen Belastungen erhalten bleibt. Dann bewegen sich bei gleichbleibenden Werten von H und η_h, also auch H_{th}, nach der Hauptgleichung die Punkte A_3 und A_∞ im Geschwindigkeitsplan dieser mittleren Stelle, Abb. 113a, auf senkrechten Linien, und es ist

$$c_{3u}\,\mathrm{tg}\,\alpha_3 = \left(u - \frac{c_{3u}}{2}\right)\mathrm{tg}\,\beta_\infty. \tag{31, 1}$$

Der Winkel β_∞ wird bei der Berechnung dieser Axialschaufel gemäß Abschn. 42c gebraucht. (Wegen der hohen Schnelläufigkeit kann nämlich die Schaufel des KAPLAN-Rades als Tragflügel nach den Angaben auf S. 266ff. berechnet werden. Dort befindet sich ein Zahlenbeispiel.)

Zwischen dem Zuströmwinkel α_3 und dem Neigungswinkel α_g des

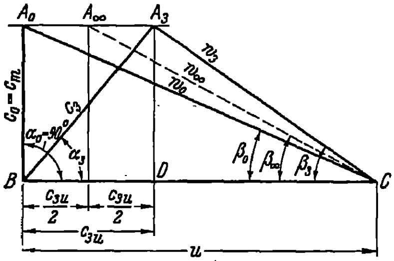


Abb. 113a. Geschwindigkeitsplan für einen mittleren Zylinderschnitt des Laufrades einer KAPLAN-Turbine.

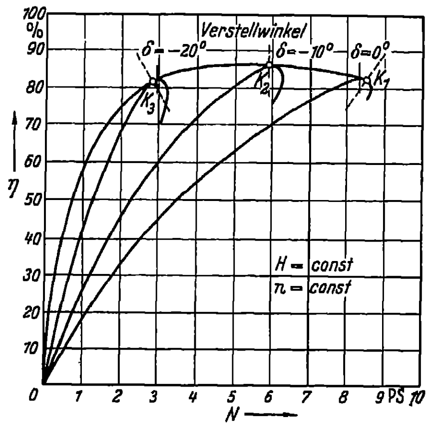


Abb. 113b. Wirkungsgradkurve einer KAPLAN-Turbine entsteht als Umhüllende der η-Kurven der einzelnen Propellerstellungen.

Skeletts der Leitschaufel gegen den Austrittsumfang des Leitrades besteht die Beziehung

$$\frac{c_{3u}}{c_m}\,\mathrm{tg}\,\alpha_3 = \frac{c_{4u}}{c_{4r}}\,\mathrm{tg}\,\alpha_g.$$

[1] GERBER, HANS: ESCHER WYSS-Mittlg. VIII. Nr. 4/5, (1935) S. 107 oder Schweiz. Bauztg. Bd. 106, Nr. 6 (1935) S. 71/75.

Darin bezieht sich das Fußzeichen 4 auf den Leitschaufelaustritt (Abb. 113) und c_{4r} ist die senkrecht zur Wellenachse gerichtete Komponente von c_{4m}. Ist nun r der Halbmesser des betrachteten Mittelschnitts am Laufrad, so wird

$$r_4\, c_{4u} = r\, c_{3u}, \quad \text{also} \quad c_{4u} = \frac{r}{r_4}\, c_{3u},$$

ferner, wenn r_a und r_i die Halbmesser an der Spitze und am Fuß des Flügels,

$$\pi\, (r_a^2 - r_i^2)\, c_m = 2\, r_4\, \pi\, b_4\, c_{4r}, \quad \text{also} \quad c_{4r} = \frac{r_a^2 - r_i^2}{2\, r_4\, b_4}\, c_m,$$

so daß

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{2\, r\, b_4}{r_a^2 - r_i^2} \operatorname{tg} \alpha_g.$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (31, 1) ein, so wird

$$\operatorname{tg} \alpha_g = \frac{r_a^2 - r_i^2}{2\, r\, b_4}\left(\frac{u}{c_{3u}} - \frac{1}{2}\right) \operatorname{tg} \beta_\infty = \frac{r_a^2 - r_i^2}{2\, r\, b_4}\left(\frac{r^2\, \omega^2}{g\, H_{\text{th}}} - \frac{1}{2}\right) \operatorname{tg} \beta_\infty. \tag{31, 2}$$

Damit ist die Beziehung zwischen dem Leitschaufelwinkel α_g und der mittleren Neigung β_∞ der Laufschaufel gegeben.

Als mittlere Flußfläche nimmt man zweckmäßig die, welche den normalen Wasserstrom in zwei gleiche Hälften teilt. Dann ist in vorstehender Gleichung

$$r = \sqrt{\frac{r_a^2 + r_i^2}{2}}.$$

Da die Schaufelbelastung in dem betrachteten mittleren Profil sich unter den gemachten Voraussetzungen wenig ändert, also der (in Abschn. 42c erläuterte) Anstellwinkel praktisch gleich bleibt, ist die aus Gl. (31, 2) für die verschiedenen Leitschaufelwinkel α_g errechnete Änderung des Winkels β_∞ gleichzeitig der Drehwinkel der Laufschaufel. Man sieht, daß $\operatorname{tg} \alpha_g$ und $\operatorname{tg} \beta_\infty$ proportional sind, sofern r unverändert bleibt.

Zu beachten ist, daß bei Abweichung der Fallhöhe von der des Berechnungspunktes auch die Zusammenhangskurve Laufrad-Leitrad sich ändert, weil die Drehzahl bleibt.

32. Modellgesetze für alle Strömungsmaschinen.

Die Praxis hat das Bedürfnis, die mit einer Maschine gemachten Erfahrungen auf eine größere oder kleinere Ausführung des gleichen Modells zu übertragen, zudem das Bestreben dahingeht, die Fertigung durch Bildung von Typenreihen (S. 175f.) zu verbilligen[1]. Deshalb wollen wir im Folgenden eine Reihe geometrisch ähnlicher Maschinen ins Auge fassen, wie wir das schon bei der Ableitung der spezifischen Drehzahl (s. S. 52ff.) taten. Dabei wollen wir gleichen Stoßzustand, also beispielsweise stoßfreien Eintritt vorschreiben.

a) Umrechnung unter Annahme gleichbleibender Wirkungsgrade und konstanter Dichte.

Wird von der Änderung der Wirkungsgrade mit der Modellgröße (d. h. dem Einfluß der Reynolds-Zahl ebenso von Kavitation oder Schallgeschwindigkeitsnähe) zunächst abgesehen, so ist das Strombild

[1] Rütschi, K.: Die Normung von Kreiselradmaschinen, Schweiz. Bauztg. Bd. 65, Nr. 4 (1947).

an allen Stellen ähnlich und es gilt das NEWTONsche Ähnlichkeitsgesetz. Danach läßt sich Folgendes aussagen:

Die *Förderhöhe* ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeiten, somit auch des Produktes $n\,D$, wenn D der äußere Raddurchmesser ist. Sie beträgt also, wenn das Fußzeichen x der Einfachheit halber weggelassen wird und das Fußzeichen v sich auf die Vergleichsausführung bezieht,

$$H = H_v \left(\frac{n}{n_v}\right)^2 \left(\frac{D}{D_v}\right)^2 . \tag{32, 1}$$

Der *Durchfluß* ist gleich dem Produkt aus Querschnitt und Geschwindigkeit, wächst also proportional zu $D^2 \cdot n\,D$, so daß

$$V = V_v \frac{n}{n_v} \left(\frac{D}{D_v}\right)^3 = V_v \sqrt{\frac{H}{H_v}} \left(\frac{D}{D_v}\right)^2 . \tag{32, 2}$$

Die *Leistung* ist proportional zu VH, also ist

$$N = N_v \left(\frac{n}{n_v}\right)^3 \left(\frac{D}{D_v}\right)^5 = N_v \left(\frac{H}{H_v}\right)^{3/2} \left(\frac{D}{D_v}\right)^2 . \tag{32, 3}$$

Umgekehrt lassen sich die Größe der Hauptausführung und die erforderliche Drehzahl berechnen, wenn V und H oder N und H vorgeschrieben sind. Aus (32, 2) bzw. (32, 3) folgt das lineare Vergrößerungsverhältnis

$$\lambda = \frac{D}{D_v} = \sqrt{\frac{V}{V_v}} \left(\frac{H_v}{H}\right)^{1/4} \text{bzw.} = \sqrt{\frac{N}{N_v}} \left(\frac{H_v}{H}\right)^{3/4} \tag{32, 4}$$

und das Drehzahlverhältnis

$$\frac{n}{n_v} = \sqrt{\frac{V_v}{V}} \left(\frac{H}{H_v}\right)^{3/4} \text{bzw.} = \sqrt{\frac{N_v}{N}} \left(\frac{H}{H_v}\right)^{5/4} . \tag{32, 5}$$

Diese Gleichung könnte offenbar auch aus der Gleichheit der spezifischen Drehzahl n_q (bzw. n_s), d. h. aus (11, 4) bzw. (11, 5) abgeleitet werden.

Gl. (32, 4) und (32, 5) zeigen wieder, daß ein bestimmtes Modell für jeden Betriebsfall verwendet werden kann, wenn man sich mit der Radgröße oder Drehzahl abfindet.

Andere Darstellung. Man benutzt vielfach dimensionslose Kennziffern, die uns schon bekannt sind, nämlich

für den Durchfluß die Lieferziffer $\varphi = \frac{c_{0m}}{u_{1a}}$

für das Gefälle H die Druckziffer $\psi = \frac{2\,gH}{u_2^2}$

bzw. die Laufzahl $u_2/C = \frac{u_2}{\sqrt{2\,gH}} = \frac{1}{\sqrt{\psi}}$.

Diese Ziffern bleiben innerhalb unserer Typenreihe bei gleichem Stoßzustand und gleichen Wirkungsgraden unverändert. Man könnte sie deshalb grundsätzlich statt der oben abgeleiteten Umrechnungsregeln der Gl. (32, 1 bis 32, 5) verwenden, wenn dieses Verfahren genügend bequem und anschaulich wäre.

Besser kommt man zum Ziel, wenn man die im Wasserturbinenbau gebräuchlichen „*Einheitswerte*" benutzt (obwohl diese nicht dimensions-

frei sind). Hierunter versteht man die auf 1 m Höhe und 1 m Raddurchmesser reduzierten Werte der Drehzahl bzw. des Durchflusses bzw. der Leistung. Man erhält so die Begriffe *Einheits-Drehzahl, Einheits-Durchfluß, Einheits-Leistung.* Bei ihrer Ableitung bestimmen wir zunächst die auf die Höhe 1 m bezüglichen Größen am wirklichen Rad, die nach (11, 1) bis (11, 3) lauten

$$n_1 = \frac{n}{\sqrt{H}}, \qquad V_1 = \frac{V}{\sqrt{H}}, \qquad N_1 = \frac{N}{H^{3/2}}.$$

Daraus erhalten wir die gesuchten Einheitswerte auf Grund der Überlegung, daß beim Übergang auf 1 m Durchmesser alle Geschwindigkeiten, insbesondere die Umfangsgeschwindigkeiten des Rades bestehen bleiben, weil die Höhe 1 m bleibt. Damit ergibt sich die *Einheitsdrehzahl*

$$n_1' = n_1 D = \frac{n D}{\sqrt{H}}, \tag{32, 6}$$

und weiter, da Durchfluß und Leistung in diesem Fall sich wie die Querschnitte, also wie D^2 verhalten

der *Einheitsdurchfluß* $$V_1' = V_1 \frac{1}{D^2} = \frac{V}{\sqrt{H}\, D^2} \tag{32, 7}$$

die *Einheitsleistung* $$N_1' = N_1 \frac{1}{D^2} = \frac{N}{H\sqrt{H}\, D^2}. \tag{32, 8}$$

Bei schräger Druckkante des Laufrades wird für D der größte äußere Durchmesser D_{2a} genommen (Abb. 51).

Aus der Gleichheit von V_1' und N_1' für die Vergleichs- und Hauptausführung kann man offenbar sofort die früheren Gleichungen (32, 2) und (32, 3) ablesen.

Diese Einheitswerte finden wie erwähnt bei Wasserturbinen viel Anwendung.

Wird beispielsweise das in Abschn. 30 b (S. 184) besprochene Muscheldiagramm mit den Koordinaten n_1' und V_1' statt n und V gezeichnet wie in Abb. 113 c, was lediglich eine Frage des Maßstabes ist, so gilt dieses für die betreffende Maschinentype (bei den für diesen Abschnitt gemachten Annahmen) unabhängig vom Ausführungsmaßstab. Wie vorteilhaft diese Maßnahme für die Praxis sich auswirkt, zeigt folgendes Rechnungsbeispiel:

Berechnungsbeispiel. Folgende Wasserkraft sei auszunützen. Es stehen zur Verfügung:

12 m³/s	(Hochwasser)	1 Monat/Jahr	mit	$H = 2{,}5$ m
8 ,,		1,5 ,,	,,	,, $= 3{,}1$,,
7 ,,		7 ,,	,,	,, $= 3{,}2$,,
6 ,,		2 ,,	,,	,, $= 3{,}3$,,
4 ,,	(Niedrigwasser)	0,5 ,,	,,	,, $= 3{,}7$,,

Welche Größe des der Abb. 113 c zugrunde liegenden Modells ist zu wählen?

Erste Wahl: Der Bestpunkt, d. h. η_{max} soll während der längsten Periode, also bei 7m³/s, 3,2 m, vorhanden sein. Nach dem Muscheldiagramm liegt $\eta_{max} = 0{,}864$ bei $n_1' = 94$, $V_1' = 1{,}16$.

$$\text{Aus } V_1' = \frac{V}{\sqrt{H}\,D^2} \quad \text{folgt} \quad D = \sqrt{\frac{V}{V_1'\sqrt{H}}} = \sqrt{\frac{7}{1{,}16\sqrt{3{,}2}}} = 1{,}84 \text{ m};$$

$$\text{aus } n_1' = \frac{n\,D}{\sqrt{H}} \quad \text{folgt} \quad n = n_1' \frac{\sqrt{H}}{D} = 94\,\frac{\sqrt{3{,}2}}{1{,}84} = 91{,}5 \text{ U/min},$$

womit das Rad festliegt. Es ist dann die Nutzleistung

$$N = \frac{1000 \cdot 7 \cdot 3{,}2}{75} \cdot 0{,}864 = 255 \text{ PS}.$$

Öffnungsverhältnis der Drehschaufeln $\beta = 0{,}81$.

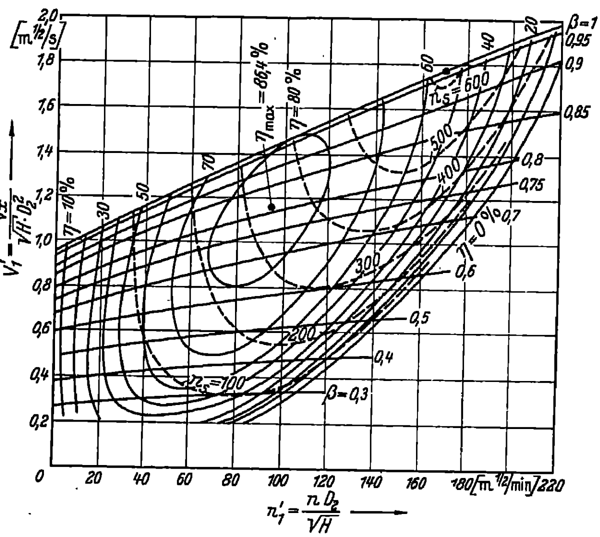


Abb. 113c. Muschelschaubild einer Francis-Turbine mit Linien gleicher Steuerstellung β und Linien gleicher spezifischer Drehzahlen n_s. β = Verhältnis der jeweiligen zur vollen Öffnungsweite der Drehschaufeln.

Für die übrigen Darbietungen lassen sich nun die Einheitswerte und damit die Wirkungsgrade, also auch die Leistung ebenso die Reglerstellung β entnehmen. Es ergibt sich für

Niedrigwasser, d. h. 4 m³/s, 3,7 m

$$V_1' = \frac{4}{1{,}84^2\sqrt{3{,}7}} = 0{,}613, \qquad n_1' = \frac{91{,}5 \cdot 1{,}84}{\sqrt{3{,}7}} = 87{,}5.$$

Das Muscheldiagramm liefert hierzu $\eta = 0{,}72$, $\beta = 0{,}50$, entsprechend

$$N_{min} = \frac{1000 \cdot 4 \cdot 3{,}7}{75} 0{,}72 = 142 \text{ PS}.$$

Hochwasser, d. h. 12 m³/s, 2,5 m

$$V_1' = \frac{12}{1{,}84^2\sqrt{2{,}5}} = 2{,}25, \qquad n_1' = \frac{91{,}5 \cdot 1{,}84}{\sqrt{2{,}5}} = 106{,}5.$$

Dieser Punkt liegt oberhalb der Linie $\beta = 1$. Also wird die Schluckfähigkeit der Turbine überschritten. Der mögliche Durchfluß folgt mit $\beta = 1$, $n_1' = 106{,}5$, weil $V_1' = 1{,}5$, zu $V = V_1'\, D^2 \sqrt{H} = 8{,}05\ \mathrm{m^3/s} = V_{\max}$. Also ist die Leistung, weil $\eta = 0{,}80$,

$$N_{\text{Hochw.}} = 1000\,\frac{8{,}05 \cdot 2{,}5}{75}\,0{,}80 = 215\ \text{PS}.$$

Nimmt man D etwas kleiner, so steigt zwar $N_{\min}$, aber $N_{\text{Hochw.}}$ wird kleiner und umgekehrt. Man hat sich früher durch Aufstellung einer besonderen Hochwasserturbine höherer Schluckfähigkeit geholfen. Heute verwendet man bei diesen kleinen Gefällen die KAPLAN-Turbine (Abb. 112 und 113), die bei größerer Schluckfähigkeit recht gute Teillastwirkungsgrade besitzt.

Die Verwendung der Einheitswerte bei Umrechnungen erweist sich demnach als besonders brauchbar, weil sie die Hauptabmessung des Rades, nämlich den äußeren Raddurchmesser enthalten. Sie machen die Anwendung von Gl. (32, 1 bis 32, 5) entbehrlich. Es ist zu erwägen, sie bei den anderen Strömungsmaschinen ebenfalls zu verwenden.

Die Einheitsdrehzahl n_1' steht in folgender einfacher Beziehung zur Laufzahl oder Druckziffer:

$$n_1' = \frac{60}{\pi}\sqrt{2\,g} \cdot \frac{u_2}{C} = 84{,}4\,\frac{u_2}{C} = \frac{84{,}4}{\sqrt{\psi}}\,. \qquad (32,\ 9)$$

Der Einheitsdurchfluß V_1' läßt sich bei Benutzung der in Abschn. 16 behandelten Einlaufziffer $\varepsilon = c_{0m}/\sqrt{2\,gH}$ schreiben

$$V_1' = \text{konst.}\ \varepsilon,$$

wobei $\text{konst.} = \frac{\pi}{4}\sqrt{2\,g}\left(\frac{D_s}{D}\right)^2\left(1 - \frac{d_n^2}{D_s^2}\right) = 3{,}48\left(\frac{D_s}{D}\right)^2\left(1 - \frac{d_n^2}{D_s^2}\right)$.

Weil $n_q = n_1'\sqrt{V_1'}$, so ist auch $V_1' = \left(\frac{n_q}{n_1'}\right)^2 = \left(\frac{n_q \cdot u_2/C}{84{,}4}\right)^2$.

b) Umrechnung bei Dichteänderung.

Im Fall merkbarer Dichteänderung wechselt das Dichteverhältnis mit der Drehzahl, so daß das NEWTONsche Ähnlichkeitsgesetz und damit auch die vorstehend unter a) abgeleiteten Regeln nicht mehr gelten. Es gibt auch keine Parabeln gleichen Stoßzustandes im V_a, H_a-Schaubild mehr, weil gleichzeitige Stoßfreiheit oder gleicher Stoßzustand im Lauf- und Leitrad nur bei einer einzigen Drehzahl möglich ist. Diese Verhältnisse, die insbesondere bei mehrstufigen Maschinen wichtig sind und bei denen auch der Wechsel der Anfangstemperatur und Gasart eine Rolle spielt, sind S. 361 ff. u. S. 366 ff. näher behandelt[1].

c) Umrechnung der Wirkungsgrade.

Die bisherige Annahme der Unabhängigkeit des Wirkungsgrades von der Maschinengröße ist häufig nicht zulässig. Sie setzt voraus, daß

[1] Vgl. auch H. HAUSENBLAS: Schweiz. Bauztg. Bd. 68 (1948) S. 108/110.

neben voller geometrischer Ähnlichkeit (also auch der Oberflächenrauhigkeit und der Spalte) folgende weitere Bedingungen erfüllt sind:

α) *Gleichheit der Reynolds-Zahl.* $Re = c\, d/\nu$, wobei für die Länge d der Raddurchmesser D, für die Geschwindigkeit c der Wert $u \sim n\, D$ oder $\sqrt{H}$ genommen wird, so daß die Ausdrücke $Re = n\, D^2/\nu$ oder $\sqrt{H}\; D/\nu$ gebräuchlich sind. Auch $Re = V/D\,\nu$ (oder $V^{1/2}\, H^{1/4}/\nu$) ist zulässig, weil $V \sim c\, D^2$ ist. Dabei ist es unwesentlich, daß nicht alle Ausdrücke dimensionslos sind.

Wenn man verschiedene Modelle, also Maschinen mit verschiedenem n_q in den Bereich der Betrachtung zieht, was zur Gewinnung allgemeiner Zusammenhänge nötig sein kann und wobei also geometrische Ähnlichkeit nicht mehr vorliegt, so hat die Form $V/D\nu$ für Re den Vorzug, daß diese Zahl mit der Radform wechselt, nämlich proportional zu n_q^2 ist, wenn die anderen Re-Zahlen gleich bleiben. Ebenso ist zu überlegen, ob man dann für D nicht besser den Saugrohrdurchmesser D_s statt des Außendurchmessers nimmt[1], weil er die Weite der Kanäle kennzeichnet.

β) *Bei Wasserströmung:* Gleichheit der Kavitationsnähe, also nach Abschn. 12 bis 14 entweder der Saugzahl $S = (n/100)^2\, V/k\, \Delta h^{3/2}$ oder der Zahl $\sigma = \Delta h/H$, wo bei Pumpen nach Gl. (13, 6) $\Delta h = A - H_t - H_s'$ und bei Turbinen nach Gl. (14, 2) $\Delta h = A - H_t - e_s'$. Auch die Sättigung mit Gasen ist in Betracht zu ziehen [*III*, *1*].

γ) *Bei Gasströmung:* Gleichheit der Nähe der Überschallgrenze, die dann nach Abschn. 15 entweder durch die Schallziffer $S = \dfrac{\delta_r^2\, n^2\, V_s}{k\, a^3}$ oder einfach durch die MACH-Zahl $Ma = u_2/a$ zum Ausdruck gebracht werden kann. Dazu tritt noch die weitere Bedingung der Gleichheit des Adiabatenexponenten $\varkappa$ und des Wärmeaustausches (s. S. 363ff.).

Die Bedingungen β und γ sind aber nur an der Grenze der zulässigen Saughöhe bzw. bei starker Dichteänderung wichtig. Wie bei Gasströmungen starker Dichteänderung die Umrechnung vorzunehmen ist, wird in Abschn. 60 und 61 dargelegt. In vielen Fällen kommt es also nur auf die Beachtung von Re an. Häufig ist es aber nicht möglich, diese Zahl Re gleich zu halten, auch wenn man für den Modellversuch andere Flüssigkeiten mit entsprechend geändertem ν verwendet. Außerdem ist geometrische Ähnlichkeit bei der Oberflächenrauhigkeit, ferner bei den Spalten nicht zu erreichen. Es besteht also das Bedürfnis nach einer Umrechnungsformel für den Wirkungsgrad.

Ein allgemein zutreffender Zusammenhang ist nicht ableitbar. Wir schätzen die Verhältnisse ab, indem wir die Verlustziffer $1 - \eta_i$ (in Anlehnung an das BLASIUSsche Gesetz) proportional zu $Re^{-\alpha}$ setzen[2], so daß

$$\frac{1-\eta_i}{1-\eta_{iv}} = \left(\frac{Re_v}{Re}\right)^{\alpha}. \tag{32, 10}$$

[1] Von A. I. STEPANOFF [*III*, *9*, Vol. 73 (1951) Nr. 5 S. 508] wird in diesem Fall für D der Wert $\sqrt{(D_2^2 + D_s^2)/2}$ vorgeschlagen.

[2] Vgl. [*III*, *1* S. 174]. — ferner F. STAUFER: Z. VDI Bd. 69 (1925) S. 417.

Die dabei vorausgesetzte geometrische Ähnlichkeit kann aber hinsichtlich der Oberflächenrauhigkeit und der Spalte wie erwähnt nicht verwirklicht werden. Dieser Umstand spielt besonders bei Maschinen kleiner Leistung, also den Kreiselpumpen eine Rolle, wo enge Kanäle, die gegossen werden, verwendet werden müssen. Wir berücksichtigen ihn, indem wir den am Modell erhaltenen Wirkungsgrad η_{iv} zunächst auf die relative Rauhigkeit der Hauptausführung umrechnen, ehe wir ihn in die obige Gleichung einsetzen. Dies geschieht, indem wir $\varphi' \eta_{iv}$ statt η_{iv} nehmen, wobei der Faktor φ' offenbar nur eine Funktion des Ausführungsmaßstabes, also von D bzw. D_v und nicht etwa der Re-Zahl sein kann.

Dann ist
$$\frac{1-\eta_i}{1-\varphi' \eta_{iv}} = \left(\frac{Re_v}{Re}\right)^{\alpha}. \qquad (32, 10\,\text{a})$$

Der Exponent α konnte durch Versuche an ein und derselben Pumpe mit verschiedener Drehzahl, wobei also die Änderung der relativen Rauhigkeit ausgeschaltet und $\varphi' = 1$ zu setzen war, im Mittel zu 0,1 ermittelt werden[1], sofern radiale Beaufschlagung vorliegt und das Verhältnis Re/Re_v zwischen den Grenzen 15 und 1/15 bleibt. Daß α erheblich kleiner ist, als der beim Blasiusschen Gesetz verwendete Exponent 0,25, läßt sich daraus erklären, daß bei radialer Beaufschlagung der Formwiderstand vor dem Reibungswiderstand überwiegt und beim Formwiderstand der Exponent nahe bei Null ist. Es ist anzunehmen, daß er mit wachsendem Re abnimmt. Wir müssen uns aber mit Mittelwerten behelfen. Bei axialer Beaufschlagung haben sich im Bereich großer und kleiner Re-Zahlen erheblich größere α-Werte[2] ergeben. — Im Folgenden wird der Wert 0,1 verwendet.

Die Funktion φ' läßt sich ebenfalls durch den Versuch bestimmen, indem geometrisch ähnliche Maschinen verschiedener Größe mit gleicher Reynolds-Zahl, also mit gleicher Arbeitsflüssigkeit und gleichem $n\,D^2$, untersucht werden. Diese Versuche liegen zwar noch nicht vor. Jedoch hat K. Rütschi[3] Spiralgehäusepumpen bei gleichem $n\,D$ mit Wasser untersucht, wobei also $Re_v/Re = D_v/D$. Mit den dort erhaltenen Umrechnungsziffern φ ergibt Gl. (32, 10 a)

$$\frac{1-\varphi\,\eta_{iv}}{1-\varphi'\,\eta_{iv}} = \left(\frac{D_v}{D}\right)^{0,1}.$$

Setzt man den so bestimmten Wert $1-\varphi'\,\eta_{iv} = (1-\varphi\,\eta_{iv})\left(\frac{D}{D_v}\right)^{0,1}$ in Gl. (32, 10 a) ein, so findet sich

$$\frac{1-\eta_i}{(1-\varphi\,\eta_{iv})\left(\frac{D}{D_v}\right)^{0,1}} = \left(\frac{Re_v}{Re}\right)^{0,1}. \qquad (32, 11)$$

---

[1] Dies wird neuerdings von O. H. Dorer: Trans. of the A. S. M. E. Vol. 68, Nr. 8 (November 1946) durch die dortige Figur 21, S. 844 ziemlich bestätigt. Vgl. ferner [*III*, *9* Vol. 73 (1951) Nr. 5 S. 499/509] und BWK Bd. 3 (1951) S. 57.

[2] Vgl. B. Eckert [*III*, 17]; ferner D. G. Ainley [*III*, 8, Vol. 159 (1948) S. 235, Fig. 69].

[3] Schweizer Archiv f. angew. Wissenschaft u. Technik Bd. 17 (1951) H. 2, S. 37.

Dabei hat RÜTSCHI nun die wichtige weitere Feststellung gemacht, daß sich die für φ erhaltene Gesetzmäßigkeit auch auf Räder mit abweichender geometrischer Form, also verschiedener spezifischer Drehzahl, übertragen läßt, wenn nicht der Außendurchmesser D_2, sondern der Durchmesser des Saugmundes des Rades D_s (Abb. 29), als kennzeichnende Länge des Rades genommen wird. RÜTSCHI begründet diese Feststellung damit, daß die Größe der Querschnitte der Schaufelkanäle nicht durch den Außendurchmesser, sondern den Durchmesser des Saugmundes gekennzeichnet werde, was einleuchtet. Seine Versuchsergebnisse lassen sich folgendem Gesetz für die Werte φ der Gl. (32, 11) unterordnen

$$\varphi = \frac{1 - 2{,}21/D_s^{3/2}}{1 - 2{,}21/D_{sv}^{3/2}}, \qquad (32,\ 12)$$

wobei D_s der Durchmesser des Saugmundes in cm. (Wird D_s in mm ausgedrückt, so tritt an Stelle von 2,21 die Zahl 70). Es steht naturgemäß frei, auch in $Re = n\,D^2/\nu$ für D den Wert D_s zu nehmen.

Mit $Re = n\,D^2/\nu$ schreibt sich Gl. (32, 11)

$$\frac{1-\eta_i}{1-\varphi\,\eta_{iv}} = \left(\frac{D}{D_v}\right)^{0,1} \left(\frac{n_v \nu}{n \nu_v}\frac{D_v^2}{D^2}\right)^{0,1} \qquad (32,\ 13)$$

oder

$$\eta_i = 1 - (1 - \varphi\,\eta_{iv})\left(\frac{n_v}{n}\frac{D_v}{D}\frac{\nu}{\nu_v}\right)^{0,1}, \qquad (32,\ 14)$$

womit $\eta_i = \eta/\eta_m$ im Einzelfall bestimmt werden kann. Gl. (32, 13) und (32, 14) können auch für die Umrechnung des Schaufelwirkungsgrades η_h benutzt werden. Sie sind ferner verwendbar, wenn eine und dieselbe Maschine mit einem anderen Fördermittel geprüft werden soll, wobei D_v/D und φ gleich 1 gesetzt werden, z. B. Heißwasserpumpen mit Wasser gewöhnlicher Temperatur oder Flugzeuglader am Boden statt in Flughöhe. Selbst die Veränderung im Wirkungsgrad, die nur beim Übergang von einer Drehzahl zur anderen, also bei der gleichen Maschine und dem gleichen Fördermittel, eintritt, kann, wie bereits erwähnt, verfolgt werden[1]. In diesem Fall ist auch $\nu/\nu_v = 1$.

---

[1] Neuerdings wird auch die von ACKERET stammende Beziehung

$$\frac{1-\eta_i}{1-\eta_{iv}} = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{Re_v}{Re}\right)^{0,2}\right]$$

empfohlen. [E. MÜHLEMANN: Schweiz. Bauztg. Bd. 66, (1948) S. 331]. Sie enthält offenbar den Einfluß der Änderung der relativen Rauhigkeit und der relativen Spaltweite — ebenso wie Gl. (32, 10) — nicht und kann also nur bei großen Leistungen, wo Reibung und Spaltverlust zurücktreten, in Frage kommen. Sie liefert die gleichen Ergebnisse, wie Gl. (32, 10) mit $\alpha = 0{,}1$, indem

für Re_v/Re	$1/16$	$1/8$	$1/4$	$1/2$	1	2	4	8	16
$(Re_v/Re)^{0,1}$	0,758	0,812	0,871	0,932	1	1,0718	1,1487	1,2315	1,3193
$\frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{Re_v}{Re}\right)^{0,2}\right]$	0,787	0,83	0,88	0,933	1	1,07	1,16	1,26	1,37

so daß also ihr Sinn nur darin gesehen werden kann, den Exponenten an den für das BLASIUSsche Gesetz geltenden Wert 0,25 anzunähern. Infolge ihres komplizierten Aufbaues würde aber die Hereinnahme des Faktors φ nicht mehr zu dem bequemen Ergebnis führen, das die oben entwickelte Gl. (32, 14) darstellt.

d) Umrechnung der Festigkeit.

Geometrische Ähnlichkeit bringt Übereinstimmung der Beanspruchung auf Überdruck mit sich, falls der Förderdruck, d. h. das Produkt $n\,D$ und das Fördermittel übereinstimmen. Ändert sich der Förderdruck, so wächst die Beanspruchung mit dem Druck proportional, unabhängig vom Ausführungsmaßstab, der also durch die Festigkeit des Gehäuses nicht begrenzt wird (s. S. 199). Die Beanspruchung durch Eigengewicht dagegen wächst proportional mit dem Vergrößerungsverhältnis D/D_v oder mit dem Raddurchmesser D. Die Formänderung durch Eigengewicht wächst proportional zu D^2, so daß aus diesem Grund unter Umständen die geometrische Ähnlichkeit nicht verwirklicht werden kann. Bei geometrischer Ähnlichkeit ändert sich die kritische Drehzahl der Welle umgekehrt proportional zu D/D_v oder D.

E. Spaltverlust und Achsschub.

33. Der Spaltverlust.

a) Räder mit Seitenwand. Der Undichtheitsstrom durch einen zylindrischen Ringspalt ist

$$V_{sp} = \mu\, F_{sp} \sqrt{2g\,\Delta H}. \qquad (33,1)$$

Darin ist mit Bezug auf die in Abb. 114 bis 116 angegebenen Bezeichnungen

$F_{sp} = \pi\, D_s\, b_s$	der Durchgangsquerschnitt des Spaltes in m² (D_s = Durchmesser, b_s = Weite des Spalts)
ΔH	das Druckgefälle auf beiden Seiten des Spaltes in m
$\mu < 1$	die Durchflußzahl, die die Spaltwiderstände berücksichtigt und nach [*III, 1, Abschn. 15*] zu setzen ist

bei *glatten Spaltwänden*:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1{,}5 + \lambda \dfrac{L_s}{2\,b_s}}} \qquad (33,2)$$

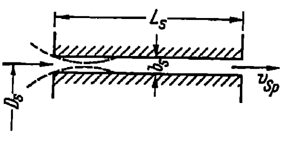


Abb. 114. Glatter Ringspalt.

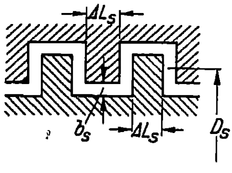


Abb. 115. Verzahnter Spalt (Gehäuse zweiteilig).

mit $\lambda \approx 0{,}04$, bei *verzahnten Spalten* (Abb. 115)[1] mit z Zähnen

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1{,}5 + \lambda \dfrac{\Sigma \Delta L_s}{2\,b_s} + z}}, \qquad (33,3)$$

[1] Bei sandhaltigem Wasser haben sich spiralförmig gewundene Nuten an der umlaufenden Dichtfläche (etwa 1 mm tief, 2 bis 3 mm breit, 8 bis 10 mm Steigung) günstiger erwiesen als glatte Flächen oder ebene Nuten, unabhängig vom Gangsinn. (Power, Sept. 1950 S. 80.)

bei *Labyrinthspalten* mit z zugeschärften Dichtungsringen, welche insbesondere bei Gasströmung gebräuchlich sind (Abb. 34, 116 oder 116a)

$$\mu = \frac{\alpha}{\sqrt{z}}, \tag{33, 4}$$

wobei die Kontraktionsziffer α von der Art der Dichtungsringe abhängt. Bei ebenen Ringen, deren Spitze also senkrecht zur Welle steht, kann $\alpha = 0{,}7$ bis $0{,}8$ gesetzt werden, sofern sie gut zugeschärft sind.

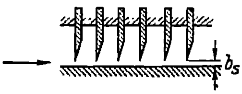


Abb. 116. Spitzendichtung für Gase.

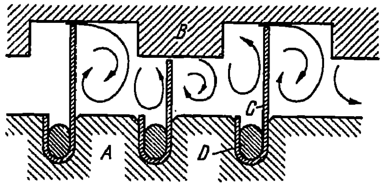
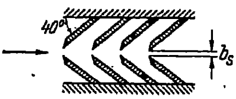


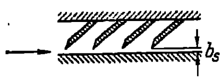
Abb. 116a. Labyrinth-Stopfbüchse von BBC. A = Welle, B = Gehäuse, C = Dichtungsstreifen, D = Stemmdraht.

Wenn die Ringe kegelig und ihre Spitzen gegen die Strömung mit 40° geneigt sind, ergeben sich wesentlich kleinere α-Werte und zwar im Fall Abb. 116b etwa der 15. und im Fall Abb. 116c etwa der 3. Teil der bei senkrechten Spitzen beobachteten Werte.

Im Fall starker Dichteänderung in der Labyrinthströmung, wobei sich die Geschwindigkeit längs des Drosselweges ständig vergrößert und bis auf Schallgeschwindigkeit anwachsen kann, sind besondere Rechenverfahren am Platz [*II*, *1*; *III*, *1*]. Diese Verfahren sind aber



b. Doppelte Reihen.



c. Einfache Reihen.

Abb. 116b und c. Kegelige Spitzen.

nur bei Wellenstopfbüchsen und Ausgleichskolben für den Achsschub wichtig.

Man macht die Spaltweiten b_s möglichst klein, weil dadurch sowohl F_{sp} wie — im Fall der glatten Spalte — μ herabgesetzt wird. Als Kleinstwert gilt bei unterkritisch laufenden, also starren Wellen

$$(b_s)_{\min} = 0{,}6\,\frac{D_s}{1000} + 0{,}1\text{ mm}, \tag{33, 5}$$

bei überkritisch laufenden, also nachgiebigen Wellen der doppelte Betrag, was ohne Bedenken geschehen kann, weil dann der Dichtungsdurchmesser D_s verkleinert ist.

b) Räder ohne Deckwand. Dem Schnelläufer, insbesondere den axialen Schaufelkränzen hohen Reaktionsgrades, gibt man keine äußere Wand (Abb. 116d), weil die wegfallende Reibungsfläche in diesem

Fall erhebliche Verluste einspart. Die dafür hinzukommende Reibung an der Gehäusewand ist klein, weil die Absolutgeschwindigkeit klein ist. Auch beim Radialrad (Langsamläufer) gibt es Fälle, in denen man aus Herstellungsgründen auf die Deckwand verzichtet (Flugzeuglader Abb. 62) und sogar etwa gleiche Wirkungsgrade erreicht (Abb. 119)[1]. Der Spaltverlust ist jetzt durch den Überdruck auf Schaufelvorderseite gegenüber dem Unterdruck auf Schaufelrückseite bedingt. Dieser Vorgang hat — im Gegensatz zu dem bisher Behandelten — erfahrungsgemäß in erster Linie einen Verlust an Schaufelarbeit, also an H_{th} zur Folge, was leicht daraus sich erklärt, daß der Schaufeldruck nach dem Spalt zu abfällt. Eine genaue Berechnung dieses Verlustes ist bis heute noch nicht gelungen [*IV*, *8* S. 161; *IV*, *19* S. 75].

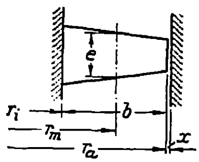


Abb. 116 d. Bezeichnungen zur Axialschaufel ohne Deckband.

Bei Überschlagsrechnungen legt man das Verhältnis der Spaltfläche F_{sp} zur Durchgangsfläche A des Förderstromes zugrunde, welches beträgt

bei Radialrädern $F_{sp}/A = 2\,x/(b_1 + b_2)$,

bei Axialrädern (Abb. 116 d) $F_{sp}/A = \dfrac{2\pi r_a x}{2\pi r_m b} = \dfrac{r_a}{r_m}\dfrac{x}{b}$,

sofern x die Spaltweite, b_1, b_2 die Eintritts- bzw. Austrittsbreite der Radialschaufel (Abb. 35), b die radiale Länge der Axialschaufel, r_a, r_m den äußeren bzw. mittleren Halbmesser des Axialrades bedeuten. Setzt man nun die verhältnismäßigen Verluste des Durchflusses $V_{sp}/V = \alpha\, F_{sp}/A$, der Schaufelarbeit, also bei Pumpen der Förderhöhe $\Delta H/H = \beta\, F_{sp}/A$, des Wirkungsgrades $\Delta\eta/\eta = \gamma\, F_{sp}/A$, so kann nach vorliegenden Versuchen im Bereich der üblichen kleinen Spalte geschätzt werden:

bei Radialrädern nach [*V*, *10*] (α unbestimmt) $\beta = \gamma = 1{,}5$ bis $3{,}0$

bei Axialrädern[2] $\alpha = 1{,}25,\ \beta = 2{,}5;\ \gamma = 2{,}15$ (33, 6)

Diese Zahlen sind zwar nur an Pumpen ermittelt; doch sollen sie auch bei Turbinen verwendet werden [wie das später für Dampfturbinen in Gl. (35, 7) und (35, 8) geschieht][3]. Auch die im Anschluß an Gl. (47, 1) angedeutete Behandlungsweise erscheint möglich. Für das Schaufelspiel x kann der gleiche Betrag, der für die Spaltweite b_s in Gl. (33, 5) angegeben ist, genommen werden. Nach [*III*, *8*, S. 451] sind bei Axialverdichtern Werte $x/b = 1$ bis 2 % üblich und haben dann kaum merkbare Wirkung, während größere Spiele einen Wirkungsgradabfall von etwa 3 % für jede Zunahme von x/b um 0,01 zur Folge haben.

---

[1] Vgl. Informations techniques Charmilles, 1945, Nr. 1, S. 52/53.

[2] Cordes, G.: Jahrb. d. dtsch. Luftfahrtforschung 1943, II D oder Technische Berichte der Z.W.B. Bd. 10 (1943) H. 9.

[3] Anderhub [*II*, *1* S. 225/6] setzt für Trommelturbinen mit 50 % Reaktion, also kongruenten Leit- und Laufschaufelprofilen $\Delta\eta/\eta = 1{,}72\ x^{1,4}/b$, wo x und b in mm.

34. Der Achsschub des Langsamläufers und sein Ausgleich.

a) Der Achsschub. Die Wandung des Radialrades hat auf der dem Saugrohr zu gekehrten Seite einen inneren Dichtungsspalt vom Halbmesser r_{1a}, während auf der Rückseite des Rades häufig erst an der Welle abgedichtet wird (Abb. 117). Auf *beiden Radseiten rotiert die Spaltflüssigkeit etwa mit der halben Winkelgeschwindigkeit des Rades*, weil sie einerseits an das Rad, andererseits an die ruhende Gehäusewand grenzt. Da der am äußeren Radumfang befindliche Spalt nur eine verschwindende Dichtungswirkung ausübt gegenüber dem inneren Spalt, so kann hinter diesem äußeren Spalt der Druck gleich dem in Abschn. 8 bestimmten Druck H_p gesetzt werden. Mit abnehmendem Halbmesser r nimmt der Druck im seitlichen Raum infolge der Rotation parabolisch ab, und zwar ist sein Wert am beliebigen Halbmesser r

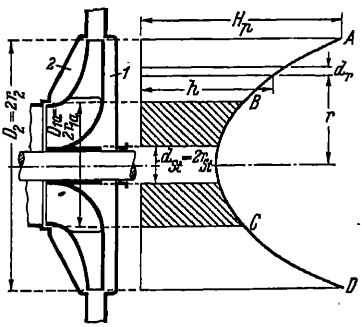


Abb. 117. Darstellung des Achsschubes am Radialrad.

$$h = H_p - \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \frac{r_2^2 - r^2}{2g}. \qquad (34,1)$$

Das am inneren Spalt wirkende Druckgefälle ΔH ist gleich dem sich hieraus ergebenden Wert h, wenn für r der Halbmesser r_i dieses Spaltes eingesetzt wird. Aus Gl. (33, 1) folgt dann der zugehörige Spaltverluststrom.

Da auf beiden Seiten des Rades gleicher Druckverlauf angenommen werden kann, so heben sich die Drücke auf bis zu dem in Abb. 117 durch Schraffur veranschaulichten Restbetrag A_1 zwischen dem Halbmesser r_{1a} des Abdichtungsspaltes und dem Halbmesser r_{st} an der (beiderseits gleich angenommenen) Stopfbüchse, so daß

$$A_1 = \int_{r_{st}}^{r_{1a}} 2\, r\, \pi\, dr\, \gamma\, h,$$

woraus nach Einsetzen des Wertes h aus (34, 1) und Durchführung der Integration

$$A_1 = \gamma \pi (r_{1a}^2 - r_{st}^2) \left[H_p - \left(r_2^2 - \frac{r_{1a}^2 + r_{st}^2}{2}\right) \frac{\omega^2}{8g}\right]. \qquad (34,2)$$

Hierin ist bei Turbinen und Pumpen nach (8, 7) angenähert

$$H_p = H - \frac{c_3^2 - c_0^2}{2g}. \qquad (34,3)$$

Wenn $c_0 = c_{3m}$, $\alpha_0 = 90°$ läßt sich nach (8, 6) etwas genauer auch schreiben

$$H_p = H\left(1 - \frac{c_{3u}}{2u_2}\right). \qquad (34,4)$$

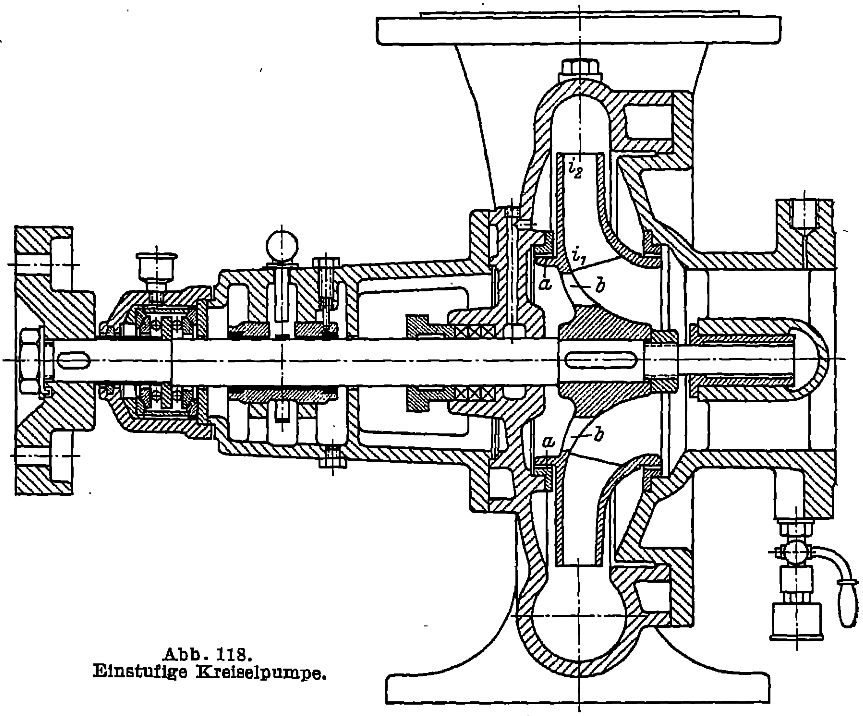


Abb. 118.
Einstufige Kreiselpumpe.

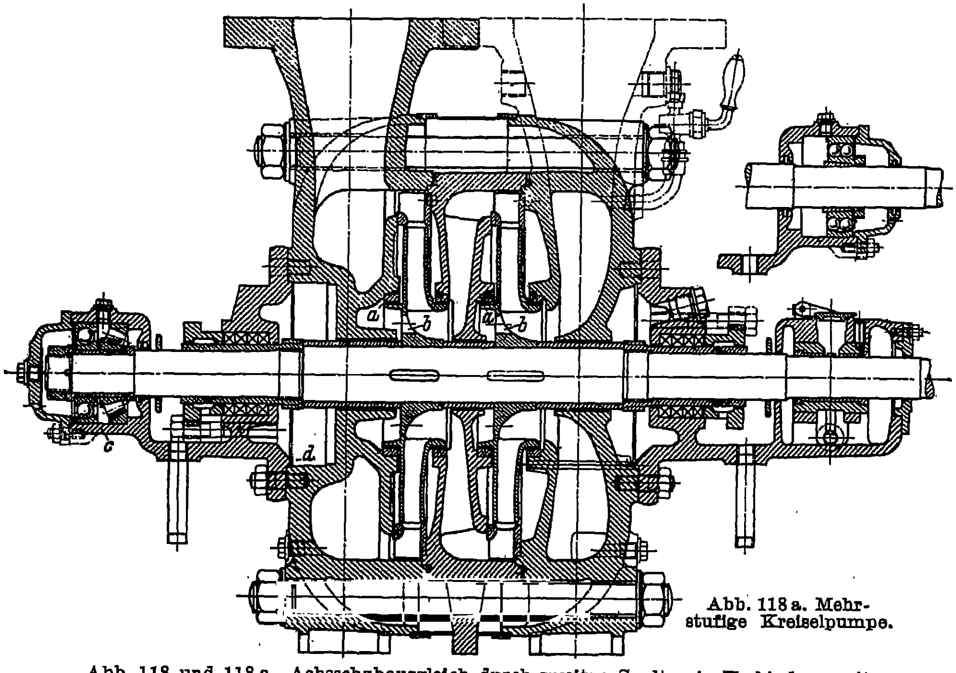


Abb. 118 a. Mehrstufige Kreiselpumpe.

Abb. 118 und 118 a. Achsschubausgleich durch zweiten Spalt *a* in Verbindung mit Löchern *b* in der Nabenwand.

Eine weitere Axialkraft A_2 entsteht durch die Umlenkung der Meridianströmung im Rad um 90°. Nach dem Impulssatz beträgt diese Kraft

$$A_2 = \frac{\gamma}{g} V c_s, \tag{34, 5}$$

die entgegengesetzt zu A_1 wirkt und im allgemeinen klein ist. Der gesamte Achsschub ist also

$$A = A_1 - A_2. \tag{34, 6}$$

Bei senkrechter Welle kommt noch das Eigengewicht des Läufers abzüglich des Auftriebes der im Wasser laufenden Teile hinzu. Der erhaltene Wert gilt ferner nur für die normale Maschinenleistung. Weitere Änderungen sind zu erwarten im Fall ungleicher Ausbildung der beiderseitigen Stopfbüchsen und der Spalträume 1 und 2, insbesondere einseitiger Anordnung von Gehäuserippen.

Infolge dieser Unsicherheiten sind Überschlagsformeln am Platz. Aus Ähnlichkeitsbetrachtungen ergibt sich die exakte Beziehung

$$A = K H D_2^2 \frac{\gamma}{1000}, \tag{34, 7}$$

wo K bei geometrischer Ähnlichkeit konstant ist. Im Übrigen kann dieser Wert als eine Funktion der spezifischen Drehzahl betrachtet werden. Die Erfahrung ergibt folgenden einfachen Näherungswert von K, falls das Eigengewicht des Läufers nicht mit eingeschlossen ist:

$$K = n_s, \text{ also bei Turbinen } = 3{,}65\, n_q \sqrt{\eta}, \quad \text{bei Pumpen } = 3{,}65\, n_q.$$

b) Der Ausgleich des Achsschubes. Der sich aus dieser Rechnung ergebende Achsschub ist häufig so groß, daß er nicht durch ein Spurlager aufgenommen werden könnte. Dies gilt insbesondere für große Förderhöhen. Man pflegt deshalb den Achsschub innerhalb des Läufers durch eine hydraulische Gegenkraft auszugleichen, und von der Ausführungsform dieses Ausgleichs sind Bauart, Lebensdauer und Wirkungsgrad in hohem Maße abhängig.

Den nächstliegenden Weg bildet die Verwendung eines zweiten Dichtungsspaltes a auf der Rückseite in Verbindung mit Löchern b in der Nabenwand (Abb. 118, 118a). Durch entsprechende Wahl des Durchmessers dieses zweiten Spaltes unter Beachtung des Druckabfalls in den Löchern kann theoretisch vollständiger Ausgleich erzielt werden.

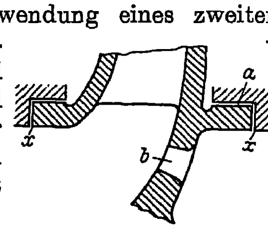


Abb. 118 b. Beiderseitiger Zusatzspalt x.

Ein zur Drehachse senkrechter Zusatzspalt x (Abb. 118b) hat eine von der Läuferstellung abhängige Weite und stellt sich in Verbindung mit einem engen Spalt a auf Ausgleich ein. Er macht bei Wasserförderung bisweilen ein Spurlager überflüssig.

Können Löcher in der Radwand nicht angebracht werden (weil die Nabe oder Welle zu dick ist) so wird das Leckwasser der Rückseite durch eine besondere Leitung nach dem Saugrohr geführt (Abb. 31, 120c),

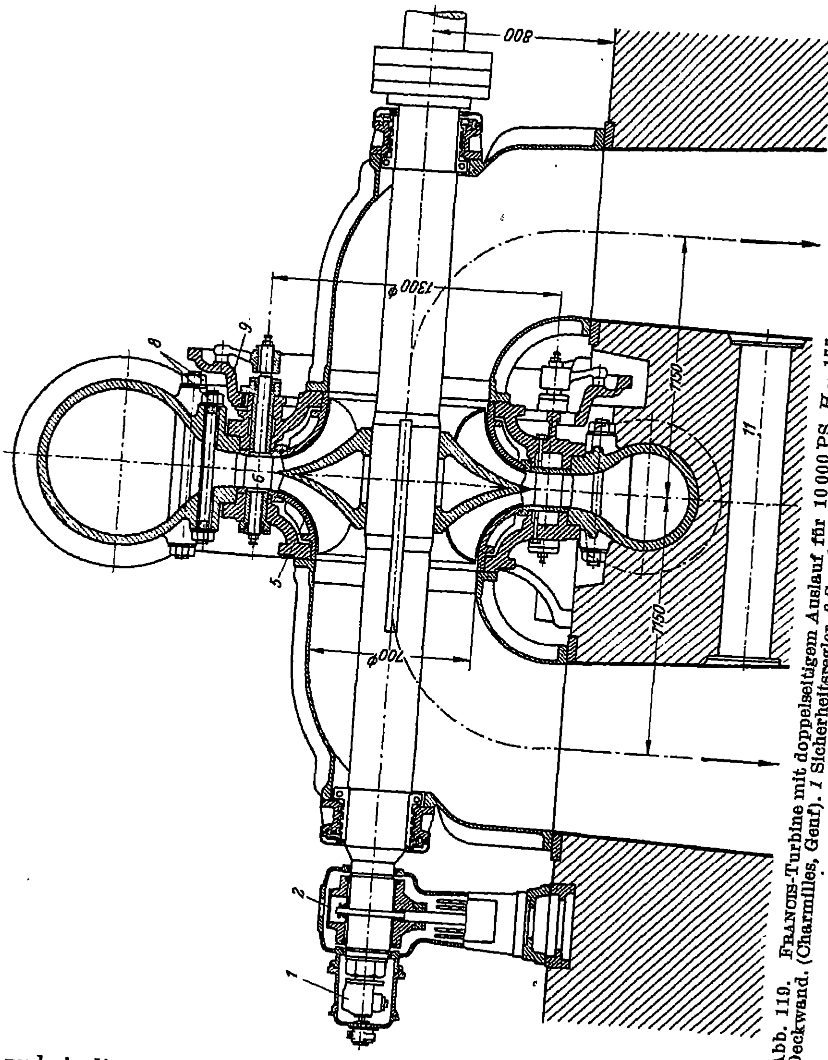


Abb. 119. FRANCIS-Turbine mit doppelseitigem Auslauf für 10000 PS, $H = 177$ m, $n = 750$ U/min, Laufrad ohne Deckwand. (Charmilles, Genf). *1* Sicherheitsregler, *2* Spurlager, *5* Offener Spalt, *6* Drehschaufeln, *8* Spannschrauben, *9* Verstellung, *11* Ausgleichrohr.

wobei die Anzapfstelle so gewählt werden kann, daß der Achsschubausgleich am günstigsten wird.

Eine weitere Möglichkeit bildet die spiegelbildliche Anordnung von zwei oder mehr Rädern, wobei die Achsschübe sich gegenseitig aufheben (Abb. 119). Diese Räder können parallel oder hintereinander geschaltet sein (Abb. 119a bis 119c). Die in Abb. 119a gezeigte gleichzeitige

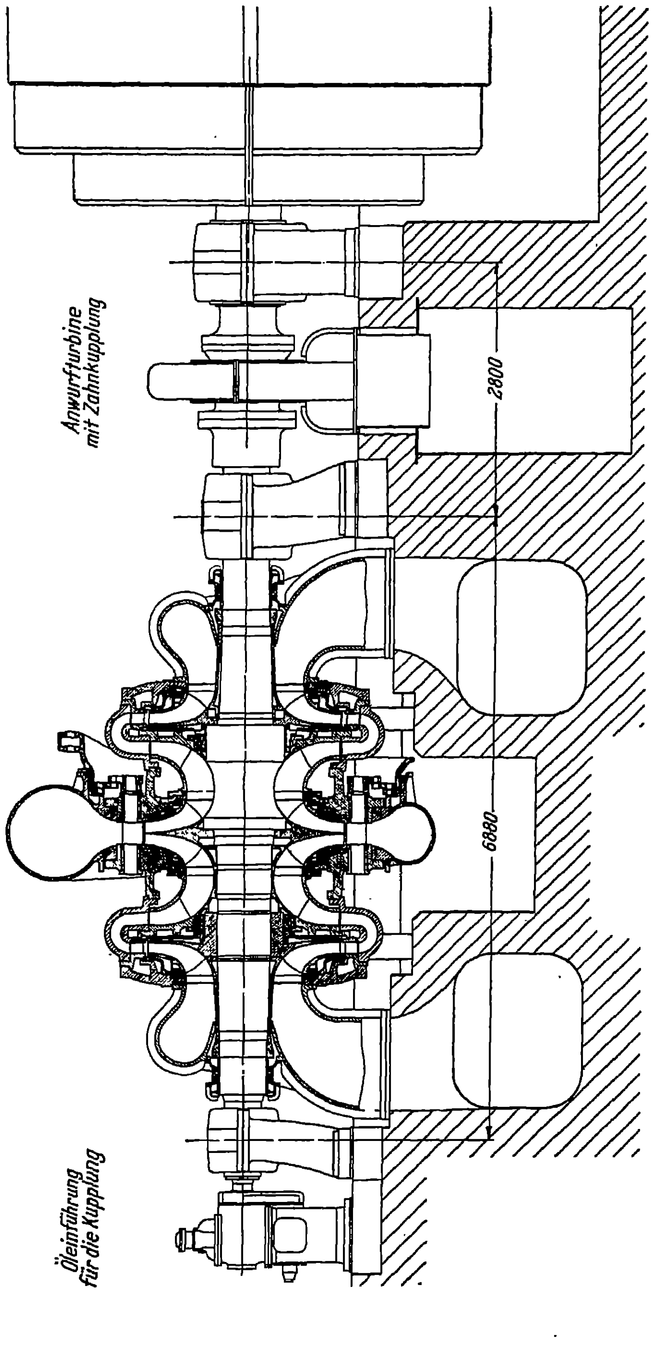


Abb. 119a. Zweifach zweistufige Speicherpumpe 50000 PS, $H = 355$ m, $V = 8{,}95\ m^3/s$, $n = 500$ U/min. (Zum Anwurf dient eine Freistrahlturbine von 1800 PS) VOITH.

Parallel- und Hintereinanderschaltung empfiehlt sich bei großen Leistungen, z. B. Speicherpumpen, Hochofengebläsen, weil dadurch die Drehzahl gehoben wird, ohne daß $n^2 V$, d. h. die Gefahr der Kavitation oder des Überschalls wächst (s. S. 73ff. u. 88ff.).

Diese Einrichtungen benötigen ein Spurlager zum Ausgleich zufälliger Schübe und weil die beiderseitigen Spalte sich ungleich ab-

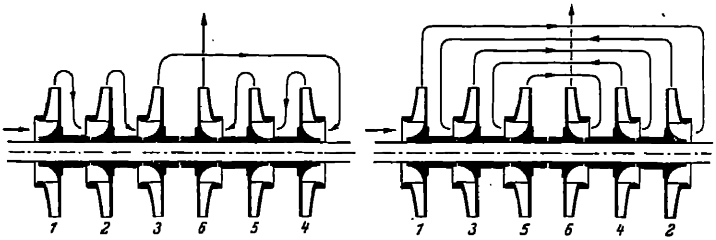


Abb. 119b u. c. Spiegelbildliche Anordnung von 2 und mehr Rädern.

nützen. Bei mehrstufigen Maschinen bevorzugt man die Verwendung einer für alle Stufen gemeinsamen Ausgleichsscheibe (Abb. 120, 120a) oder Ausgleichstrommel (Abb. 188). Versieht man dieses Ausgleichsorgan mit einem Spalt A, der zur Drehachse senkrecht ist und deshalb durch die axialen Verschiebungen des Läufers geändert wird, und schaltet gleichzeitig eine zweite Drosselstelle B in den (gestrichelt gezeichneten) Spaltstrom, die gleichbleibende oder auch veränderliche Weite haben kann, so erzielt man vollkommenen Ausgleich, also Selbsteinstellung des Läufers ohne Spurlager. Entsteht in Abb. 120 ein zufälliger Achsschub nach rechts, der die Scheibe von ihrer Dichtungsfläche entfernt, so wird zwar der Undichtheitsstrom wachsen, aber infolge der Mitwirkung der zweiten Drosselstelle B der Druck auf die Scheibe sinken, bis die eingetretene Bewegung zum Stillstand kommt. Die Selbstregulierung in Verbindung mit kleinen Regulierwegen und erträglichem Wasserverlust ist also nur durch die Mitwirkung der zweiten Drosselstelle möglich. (Im unteren Teil von Abb. 120 ist die Läuferstellung für den Fall abgenutzter Entlastungsringe gezeichnet.)

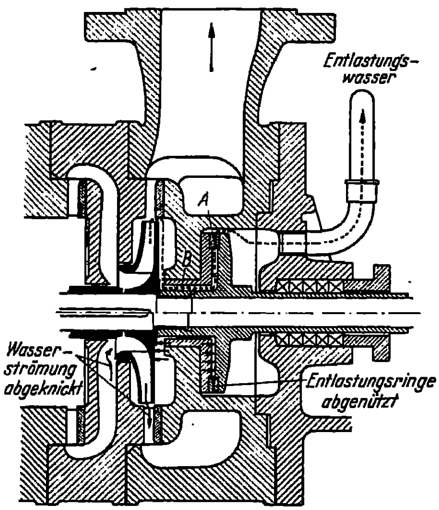


Abb. 120. Besondere Scheibe für Achsschubausgleich.

Jedenfalls erkennt man, daß bei dieser Einrichtung ein Spurlager nicht nur unnütz, sondern sogar schädlich wäre. Diese Anordnung hat sich bei Wasserförderung trotz des zusätzlichen Spaltverlustes

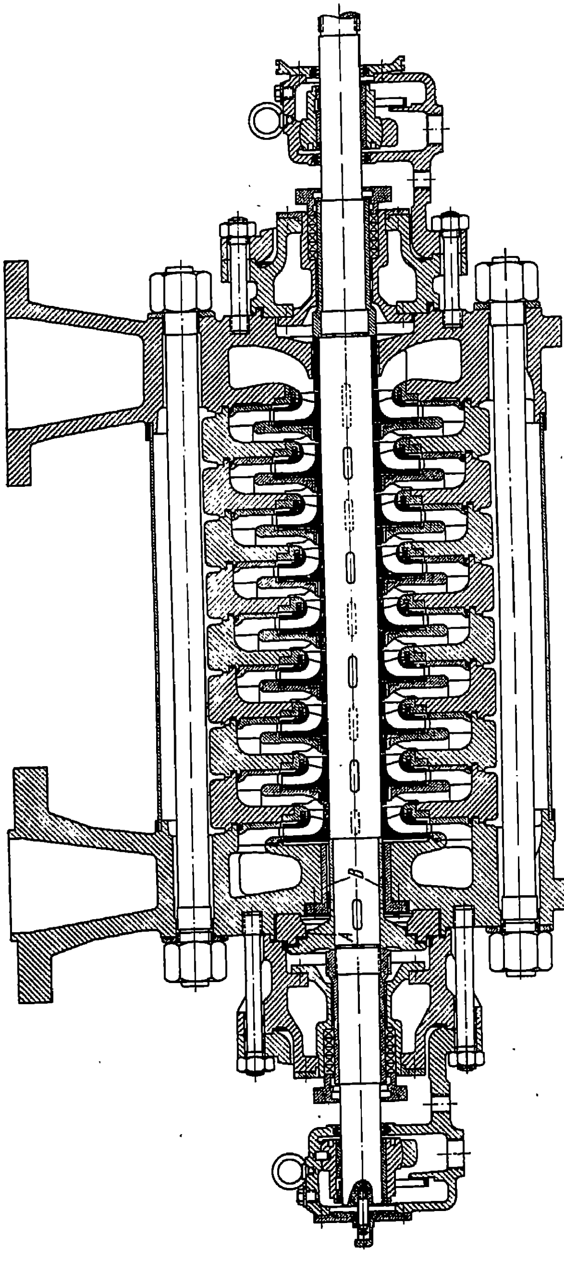


Abb. 120a. Mehrstufige Kreiselpumpe mit einer für alle Stufen gemeinsamen Ausgleichsscheibe *A* (KSB).

weitgehend eingeführt. Nur in Verbindung mit Heißwasser entstehen bisweilen Schwierigkeiten, wenn das sich entspannende Wasser Dampf bildet, der zu Schlägen und starker Abnützung führt. In diesen Fällen ist die Verwendung der vorher besprochenen Ausführungen nach Abb. 118 bis 119c angezeigt, die zwar das Ergänzungsspurlager brauchen, aber keine Dampfbildung zeigen und den weiteren Vorteil geringeren Spaltverlustes haben.

Bei Dampfturbinen und Verdichtern muß selbstverständlich der glatte Spalt durch eine Reihe von Spitzenringen ersetzt werden. Jedoch sind die veränderlichen Spalte wegen der geringen Kühlwirkung der gasförmigen Energieträger, die ein Anstreifen im Hinblick auf die starke Wärmeentwicklung unzulässig erscheinen läßt, nicht oder nur wenig gebräuchlich. Hier wird der Labyrinthkolben mit unveränderlichen Spaltquerschnitten und einem Ergänzungsspurlager verwendet (Abb. 188, 190). Der Labyrinthkolben läßt sich dabei stets so ausbilden, daß der Spaltverlust nicht viel größer als 1% wird, wenn man das Spurlager noch mit einem gewissen Restschub belastet.

34a. Spaltverlust und Achsschub des Schnelläufers.

Schnelläufer sind (auch bei Pumpen) in der Regel einstufig. Deshalb kommen Maßnahmen ähnlich Abb. 118 oder 31 in Frage. Auf der

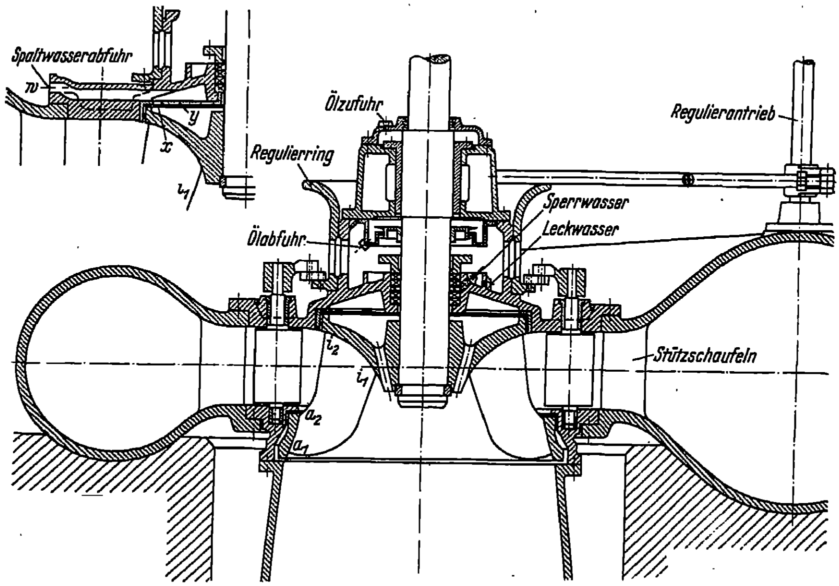


Abb. 120b u. c. FRANCIS-Turbine (Schnelläufer) Außenantrieb der Drehschaufeln. Achsschubausgleich in Abb. 120b durch Löcher in der Radnabe, in Abb. 120c durch Umführungskanal w und Löcher x.

Rückseite der Nabenwand $i_1\,i_2$ läßt sich jetzt nur der Spalt bei i_2 verwirklichen. Ausgleichslöcher an der Radnabe werden zwar verwendet (Abb. 120b), ermöglichen aber aus dem Grund keinen befriedigen-

den Ausgleich, weil sie auf kleinem Durchmesser sitzen müssen und deshalb die Fliehkraft des rotierenden Spaltwassers einen Achsschub hervorruft. Dieser ist besonders bei stehender Welle unerwünscht, weil er im Sinne der Eigengewichte wirkt. Man unterbindet ihn, indem man den Saugdruck nach dem äußeren Spalt überträgt, beispielsweise — wie in der Nebenfigur 120c von Abb. 120b — mittels Umführung des Spaltwassers durch Stutzen w (wobei die Entnahme durch Öffnungen x einer zugleich als Verschleißschutz wirkenden Zwischenwand y erfolgt). Die Rotation des Spaltwassers gibt jetzt innerhalb des Radius der Öffnungen x eine Drucksenkung unter den Saugdruck, also einen Achsschub nach oben, im Sinne einer Entlastung.

An der Außenwand $a_1\,a_2$ würde der saugseitige Spalt a_1 ebenfalls den Achsschub vergrößern, sofern er auf größerem Durchmesser liegt als der druckseitige Spalt a_2. In diesem Fall wird auf die Abdichtung an dieser Stelle verzichtet (Abb. 120b). Bei weit getriebener Schnellläufigkeit läßt man diese Wand wegfallen. Hinsichtlich des Rechnungsganges sei auf die Sonderliteratur [*I*, *4*] verwiesen.

35. Vereinfachte Bestimmung des Spaltverlustes bei Axialrädern.

In den Fällen, in denen häufige Wiederholungen nötig sind, also bei mehrstufigen Maschinen mit gasförmigem Energieträger, ist ein vereinfachtes Verfahren am Platz, bei dem es dann weniger auf Gewinnung genauer Absolutwerte als auf eine Beurteilung der Auswirkung verschiedener Annahmen, also auf *relative* Richtigkeit, ankommt. Zunächst wird der parabolische Druckverlauf in den Spalträumen infolge des Kreisens der Arbeitsflüssigkeit vernachlässigt. Ferner zeigt es sich als vorteilhaft[1], mit einer „*reduzierten Spaltweite*" $(b_s)_{\text{red}}$ zu rechnen, die gleich der auf den Spaltverluststrom entfallenden Schaufelbreite ist.

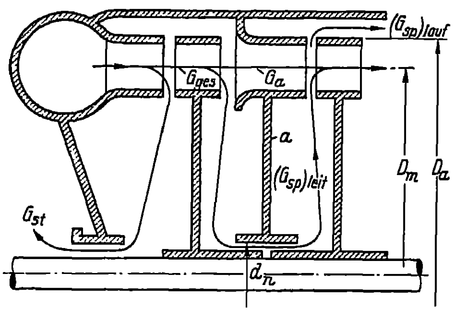


Abb. 121. Spaltverluststrom an einer axialen Turbinenstufe (Kammerstufe).

Dieser Rechnungsgang ist vor allem bei Axialmaschinen, also Dampf- und Gasturbinen ebenso Axialverdichtern, wichtig und sei hieran erläutert.

In Abb. 121 ist die axiale Stufe einer Dampfturbine (Kammerstufe nach Abschn. 50a) gezeichnet und der Weg des Spaltverluststromes angedeutet. Bezeichnet nun in kg/s

G_{ges} den gesamten, in die Stufe eintretenden Gewichtsstrom,

G_{sp} die Summe der Verlustströme von Leit- und Laufrad (weil beide Spaltströme als unbeteiligt an der Nutzarbeit angesehen werden können),

[1] Bei Axialschaufeln wird die „Schaufelbreite" meist als Schaufellänge bezeichnet. Sie erhält deshalb dort häufig auch das Zeichen l.

so ist der Arbeitsstrom

$$G_a = G_{\text{ges}} \pm G_{\text{sp}},$$

wobei das obere Vorzeichen sich wieder auf die Pumpe (Verdichter), das untere auf die Turbine bezieht.

Bei fehlendem Spaltverlust, also beim Durchfluß von G_{ges} soll die „Bruttoschaufelbreite“ b_{brutto} nötig sein. Dann ist die auszuführende Schaufelbreite

$$b = b_{\text{brutto}} \pm (b_s)_{\text{red}}.$$

Zwischen G_{sp} und $(b_s)_{\text{red}}$ besteht die Beziehung

$$G_{\text{sp}} = G_{\text{ges}} \left[\left(\frac{(b_s)_{\text{red}}}{b_{\text{brutto}}} \right)_{\text{Leit}} + \left(\frac{(b_s)_{\text{red}}}{b_{\text{brutto}}} \right)_{\text{Lauf}} \right]. \tag{35, 1}$$

Der auf 1 kg Durchsatz entfallende Energieverlust beträgt in mkg/kg

$$Z_{\text{sp}} = \frac{G_{\text{sp}}}{G_{\text{ges}}} H_{\text{th}}. \tag{35, 2}$$

Die Abdichtung des Leitrades geschieht in Abb. 121 am kleinen Durchmesser d_n der Laufradnabe. Sind dort z Dichtungsringe verwendet, so ist die gleichwertige Weite eines Ringes nach (33, 4) $b_s' = b_s/\sqrt{z}$, wenn die Einschnürungsziffer α gleich 1 gesetzt wird. Geht man vom Durchmesser d_n auf den mittleren Schaufeldurchmesser D_m über, so ändert sich b_s' auf

$$b_s'' = b_s' \frac{d_n}{D_m} = \frac{b_s}{\sqrt{z}} \frac{d_n}{D_m}.$$

Um diesen Wert mit der Schaufelbreite vergleichen zu können, muß man berücksichtigen, daß der Arbeitsstrom zwischen Leit- und Laufrad durch die Schaufelneigung α_4, die wir bei dieser Betrachtung mit dem im Geschwindigkeitsplan erscheinenden Winkel α_2 vertauschen können, eingeengt wird im Verhältnis $\sin \alpha_2 : 1$. Vernachlässigt man die Reibung im Schaufelkanal, ebenso insbesondere die Geschwindigkeit am Eintritt, so erhält man als *reduzierte Spaltweite des Leitrades*

$$(b_s)_{\text{red Leit}} = \frac{1}{\sin \alpha_2} \frac{b_s}{\sqrt{z}} \frac{d_n}{D_m}, \tag{35, 3}$$

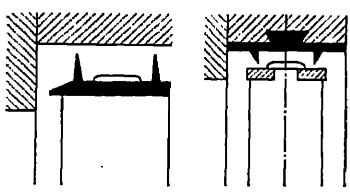


Abb. 122. Abdichtungen von axialen Laufkränzen mit Deckband.

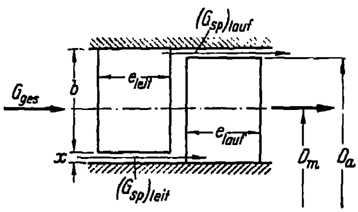


Abb. 122a. Abdichtung durch Zuschärfung der Schaufel.

In gleicher Weise erhält man für die *reduzierte Spaltweite des Laufrades,* wenn dieses — wie in Abb. 122 — mit Deckband und z Spitzenringen versehen ist und der Durchmesser am Deckband mit D_a be-

zeichnet wird,
$$(b_s)_{\text{red Lauf}} = \frac{1}{\sin\beta_1}\,\frac{b_s}{\sqrt{z}}\,\frac{D_a}{D_m}\,. \qquad (35, 4)$$

Der Spaltverlust ergibt sich nun aus Gl. (35, 1) und der Energieverlust aus Gl. (35, 2).

Gl. (35, 3) und (35, 4) vernachlässigen jeweils die Geschwindigkeit am Eintritt des betrachteten Lauf- oder Leitrades, bzw. sie setzen diese gleich der Vorgeschwindigkeit vor dem Spalt. Dies ist nur bei der reinen Trommelanordnung (Abb. 122a) zutreffend, bei der Anordnung nach Abb. 121 aber nicht. Insbesondere sind die Gleichungen nicht brauchbar, wenn der betrachtete Kranz nur einen geringen Bruchteil des Stufengefälles umsetzt, also die erste Gleichung beim Reaktionsgrad $\mathfrak{r} \approx 1$ und die zweite Gleichung bei $\mathfrak{r} \approx 0$. Man kann diesen Fehler berichtigen, wenn man auf der rechten Seite von Gl. (35, 3) den Faktor hinzufügt
$$\varepsilon_{\text{Leit}} = \varphi^{\mp 1}\sqrt{1-\mathfrak{r}}\;C/c_2 \qquad (35, 5)$$
und auf der rechten Seite von Gl. (35, 4) den Faktor
$$\varepsilon_{\text{Lauf}} = \psi_u^{\mp 1}\sqrt{\mathfrak{r}}\;C/w_1\,, \qquad (35, 6)$$
wobei $C = \sqrt{2gH}$, (H = Stufengefälle in m) und φ bzw. ψ_u die Geschwindigkeitsbeiwerte für Leit- bzw. Laufrad (s. S. 297ff.). Das obere Vorzeichen des Exponenten 1 gilt für die Pumpe, das untere für die Turbine.

Beide Ausdrücke folgen aus der einfachen Überlegung, daß die an der Druckseite des betrachteten Kranzes vorhandene Geschwindigkeitshöhe zum Druckgefälle dieses Kranzes hinzugenommen werden muß, damit man den Durchfluß richtig beurteilt. Es ist jeweils die dem Kranzgefälle entsprechende Geschwindigkeit zur wirklichen Geschwindigkeit ins Verhältnis gesetzt. Durch Einführung dieser Ziffern wird im Fall $\mathfrak{r} = 1$ der Spaltverlust des Leitrades gleich Null und im Fall $\mathfrak{r} = 0$ der Spaltverlust des Laufrades gleich Null, wie verlangt werden muß, da dann Gleichdruckkanäle (Umkehrschaufeln) vorliegen. Bei mittlerem Reaktionsgrade, also $\mathfrak{r}$ nahe bei $^1/_2$, ist diese Korrektur nicht notwendig, weil hier ε sehr nahe bei 1 liegt. Bei Trommelstufen ohne Deckband (Abb. 122a) entfällt sie schon aus dem Grund, weil dann die Vorgeschwindigkeiten an Spalt und Schaufel gleich sind.

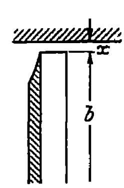


Abb. 122b. Trommelstufe.

Schaufeln ohne Deckband. Bei Rädern mit einer Reaktion von 50% und mehr fehlt meist das Deckband des Laufrades. Ebenso kann hier auch der Leitkranz deckbandlos gegen den Läufer abgedichtet sein. Dann kann man durch Zuschärfung der Schaufelenden den Spalt x zwischen Schaufel und Wand klein halten (Abb. 122b). Gemäß den Angaben in Abschn. 33 unter b) versagt jetzt strenggenommen der einfache Zusammenhang zwischen Mengen- und Energieverlust der Gl. (35, 2). Doch ergibt sich zufällig wieder eine Übereinstimmung, wenn man — wie bisher — die Spaltverluste des Lauf- und Leitrades addiert.

Die reduzierte Schaufelbreite, welche zunächst nur den Mengenverlust berücksichtigt, kann nach den Angaben in (33, 6) gesetzt werden

$$(b_s)_{\text{red}} = 1{,}25 \frac{D_a}{D_m} x. \tag{35, 7}$$

Sind, wie bei Trommelstufen, sowohl Leit- wie Laufschaufeln deckbandlos, so ist nach (35, 1)

$$\frac{G_{sv}}{G_{\text{ges}}} = 2{,}5 \frac{D_a}{D_m} \frac{x}{b} \tag{35, 8}$$

in Übereinstimmung mit dem in Abschn. 33b angegebenen Faktor $\beta = 2{,}5$ für den Verlust an Schaufelarbeit bzw. angenäherter Übereinstimmung mit dem Verlustfaktor $\gamma = 2{,}15$ für den Wirkungsgrad.

F. Die Leitvorrichtung.

Neben umlaufenden Schaufeln braucht jede Strömungsmaschine auch ein ruhendes Schaufelsystem, *das Leitrad*, das das Drehmoment des Laufrades ganz oder teilweise auszugleichen hat und auch zu einem *schaufellosen Ringraum* oder einem *Spiralgehäuse* entartet sein kann. Diese Leitvorrichtung sitzt in der Regel an der Druckseite des Laufrades und hat die Aufgabe, die Strömung im Sinne der beabsichtigten Energieumformung zu leiten, d. h. dem Laufrad der Turbine unter Drucksenkung zuzuführen oder vom Laufrad der Pumpe unter Drucksteigerung abzuführen.

Allgemein muß bedacht werden, daß im Leitkanal Grenzschichtanhäufungen nicht ausgeschleudert (also gewissermaßen abgesaugt) werden, wie das im Laufkanal weitgehend geschieht (S. 51). Die Strömungsverluste sind also — besonders bei Pumpen — im Leitkanal verhältnismäßig größer als im Laufkanal, was sich in bedeutsamer Weise darin auswirkt (s. S. 45), daß bei Pumpen nur hohe Reaktionsgrade tragbar sind — im Gegensatz zu Turbinen. Sodann verlangen diese Grenzschichtanhäufungen auch reichlichere Bemessung der Einlaufweite des ruhenden Diffusors als des umlaufenden.

Zunächst sollen die an der Druckseite des Laufrades üblichen Leitvorrichtungen behandelt werden. Auf Sonderformen, nämlich den Verstellungsmechanismus der Finkschen Drehschaufel der Francis-Turbine [*I*, *1* und *I*, *4*] und die Laval-Düse der Dampfturbine [*II*, *1*; *II*, *2*; *II*, *4*] ist aus Raumgründen nicht eingegangen.

36. Das Leitrad.

Die Weite y des freien Zwischenraumes zwischen Lauf- und Leitschaufeln (Abb. 123) wird mit Rücksicht auf Kleinhaltung der Übergangsverluste, die man proportional zum Produkt aus Reibungsweg $y/\sin\alpha_3$ und Quadrat der Geschwindigkeit c_3 setzen kann, bemessen. Also wird er um so kleiner gemacht, je kleiner der Neigungswinkel α_3 der Stromlinien gegen den Radumfang ist.

Diese kleinen Neigungswinkel α_3 hat man stets bei Teillast. Bei Normallast sind sie bei den langsamläufigen, d. h. für große Förderhöhen geeigneten Radformen vorhanden. Deshalb beträgt bei *Kreiselpumpen* mit normalen Radialrädern [*V*, *8*] der Abstand y nur einen oder wenige mm. Bei unreinem Wasser macht man ihn nur so groß, daß Fremdkörper sich nicht dazwischen klemmen können. Die letztere Überlegung führt bei *Wasserturbinen*, wo Holzstücke oder Fische durchgehen, zu dem ziemlich reichlichen Mindestabstand von 20 mm und mehr. Bei den Schnelläufern, insbesondere KAPLAN-Turbinen liegen so große Winkel α_3 vor und ist c_3 wegen des hohen Reaktionsgrades so klein, daß der Zwischenraum ein Vielfaches betragen kann (Abb. 112 a). Bei *Kreiselverdichtern* geht man (sofern man hier überhaupt nicht den glatten Leitring oder das Spiralgehäuse vorzieht) möglichst auf einen größeren Abstand, teils zur Erzielung eines flachen Verlaufs der Drosselkurve und zur Vermeidung des Verdichtungsstoßes bei Überschall, teils weil sonst die Leitkanäle als Pfeifen wirken, die durch die Unausgeglichenheiten der Austrittsströmung des Laufrades erregt werden und den Aufenthalt im Maschinenraum erschweren. Deshalb sind hier Winkel α_3 von mindestens 15° notwendig. (Die Reibung im schaufelfreien Zwischenraum berücksichtigt man dann nach den beim glatten Leitring hierfür angegebenen Gleichungen (37, 4—37, 6).) Hinsichtlich des axialen Leitrades s. Abschn. 43.

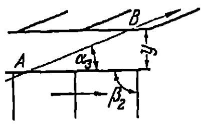


Abb. 123. Verlängerter Reibungsweg AB bei kleinem Neigungswinkel α_3.

Bei Dampf- und Gasturbinen ist α_3 klein. Deshalb macht man den Abstand y nur so groß, daß die Wärmedehnung von Welle oder Gehäuse nicht zum Anstreifen führen kann (sofern nicht Laufschaufeln mit verdickten Schaufelköpfen (Abb. 43) verwendet sind, die eine Vergrößerung des Zwischenraumes auf das Maß dieser Anfangsdicke fordern).

α_3 ist zu berechnen aus

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{c_{3m}}{c_{3u}}, \tag{36, 1}$$

wo c_{3m} aus der Kontinuitätsbedingung und c_{3u} aus der Hauptgleichung erhalten werden.

Die Form der Leitschaufeln ist wie die der Laufschaufeln durch die Anfangs- und Endwinkel, d. h. aus den Grenzbedingungen festgelegt. Der Entwurf vollzieht sich also nach den gleichen Regeln wie beim Laufrad, so daß auch hier grundsätzlich die beiden in Abschn. 19 und 20 besprochenen Verfahren, nämlich die der Kreisbogenschaufel und der punktweise berechneten Schaufel, möglich sind. Hinsichtlich der Kreisbogenschaufel ist zu beachten, daß bei der ruhenden Radialschaufel zwischen parallelen, achssenkrechten Wänden die logarithmische Spirale die gleiche Bedeutung hat, die die archimedische Spirale bei der Laufschaufel (für konstantes c_m) besitzt, nämlich die wirkungslose Schaufelform darstellt. Es liegt also nahe, bei der radialen Leitschaufel das nach dem Laufrade hin gelegene Schaufelende in Anlehnung

an die logarithmische Spirale auszuführen. Beim axialen Leitrad zwischen koaxialen Zylinderflächen wäre dies die Gerade. Aber bei der beschleunigten Strömung der Turbine wird auch hier (ebenso wie beim Laufrad) auf diesen wirkungsfreien Auslauf meist verzichtet, und zwar aus den schon auf S. 105 für das Laufrad angegebenen Gründen. Nur bei der Kreiselpumpe wird einstweilen noch auf den logarithmisch-spiraligen Einlauf Bezug genommen (Abb. 123a), obwohl er auch dort keinesfalls eine Notwendigkeit bildet.

Besonderheiten bei den Pumpen.

Bei dem Schaufelgitter mit verzögerter Strömung, also der *Kreiselpumpe* gelten noch folgende besonderen Überlegungen:

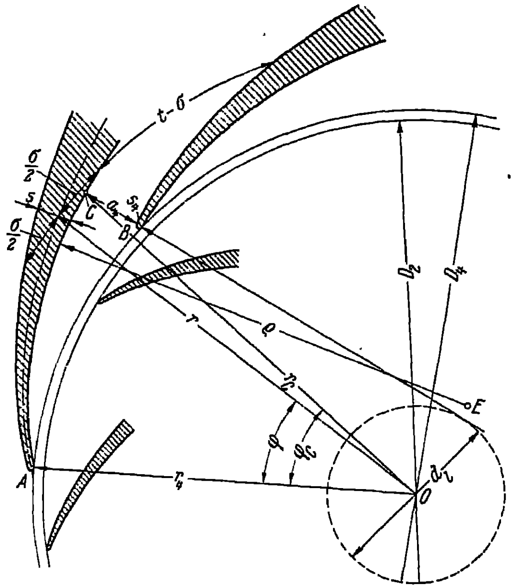


Abb. 123a. Anfang einer Pumpen-Leitschaufel. Verlauf *AC* nach einer logarithmischen Spirale. (Die Evolvente ist ungünstig.)

1. Richtungsänderungen im Leitkanal sind möglichst zu vermeiden, also nur Querschnittsänderungen zu verwenden. In diesem Zusammenhang verdient die in Abb. 123c u. d angegebene Konstruktion Beachtung[1], die aber entweder Einstufigkeit voraussetzt oder bei Mehrstufigkeit verlangt, daß die Strömung hinter der Stufe in Teilströmen weitergeleitet werden kann. (Letztere Möglichkeit ist in Abb. 123b durch die Außenkühlung der Strömung hinter jeder Stufe und entsprechende Unterteilung der Kühlkörper gegeben. Bei einstufigen Aufladeverdichtern für Brennkraftmaschinen, insbesondere auch Gasturbinen, ist die Unterteilung des Förderstromes durch den Verwendungszweck bedingt).

[1] KARRER, W.: Schweiz. Bauztg. Bd. 66 (1948) Nr. 21, S. 291/96.

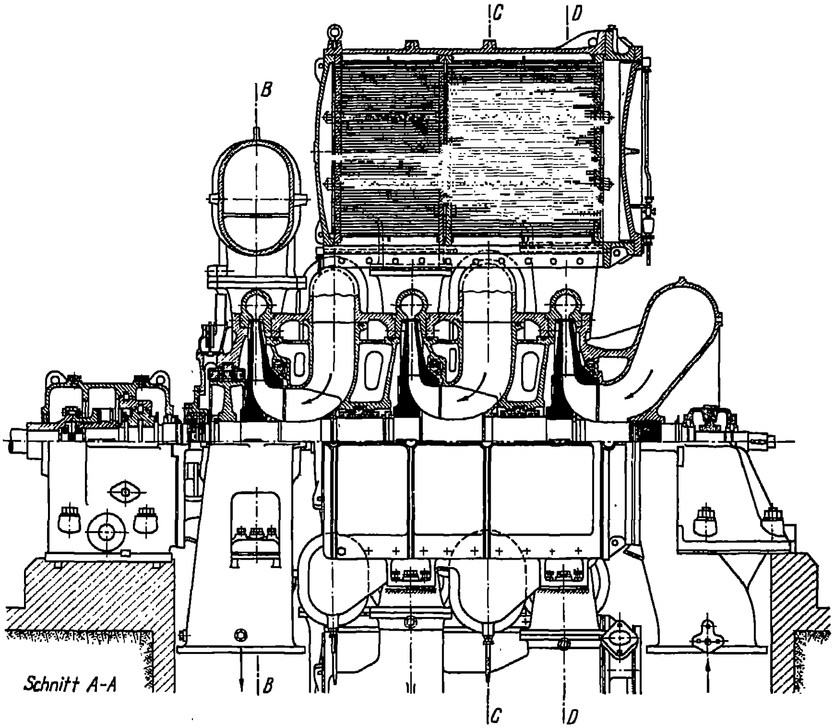


Abb. 123 b.

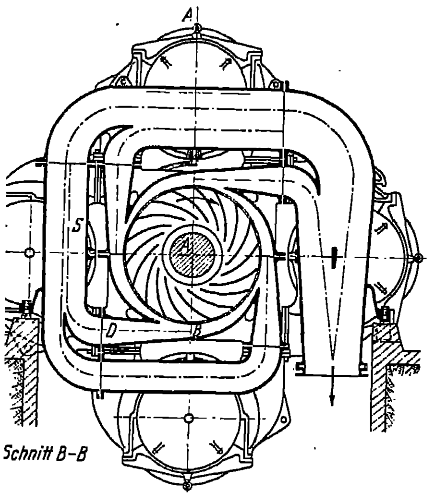


Abb. 123 c.

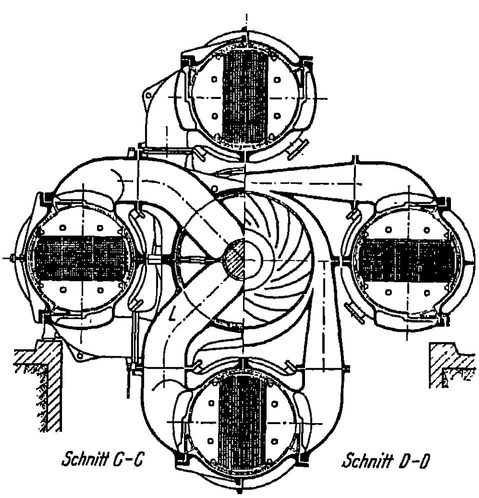


Abb. 123 d.

Abb. 123 b — 123 d. Dreistufiger Radialverdichter mit 4 Leitkanälen (Diffusoren) je Rad, von denen jeder unmittelbar an einen Kühler angeschlossen ist (Maschinenfabrik Oerlikon). Die Leitungen L führen die rückgekühlte Luft dem Saugmund des nächsten Rades zu.

2. Wegen der Verdickung der Grenzschicht[1], die durch die Drucksteigerung in Strömungsrichtung bedingt ist und sogar ein teilweises Rückströmen in das Laufrad (Austauschverlust) zur Folge haben kann, ferner wegen der Divergenz und der ungleichen Geschwindigkeit der in das Leitrad eintretenden Strombahnen muß der Eintrittsquerschnitt des Leitrades größer genommen werden als der berechneten Zuströmgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der endlichen Schaufeldicke entspricht. Bei logarithmisch-spiraligem Schaufelanfang muß dann der Eintrittswinkel α_4 der Leitschaufel vergrößert werden, gemäß

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \mu \frac{t_4}{t_4 - \sigma_4} \operatorname{tg} \alpha_3 \tag{36, 2}$$

mit $\mu = 1{,}25$ bis $1{,}80$, wachsend mit der Zahl der Laufschaufeln. Die Verengungsziffer $t_4/(t_4 - \sigma_4)$ wird wie beim Laufrad vorläufig geschätzt und dann nachgeprüft, weil $t_4 = \pi\, D_4/z_l$, $\sigma_4 = s_4/\sin \alpha_4$, sofern D_4 der Durchmesser des Kreises ist, auf dem die Leitschaufelspitzen liegen, z_l die Zahl der Leitschaufeln, s_4 die Anfangsdicke der Leitschaufeln, die möglichst klein zu wählen ist. (Aus dem gleichen Grunde erweist sich eine starke Vergrößerung der Breite beim Übergang vom Laufrad auf das Leitrad trotz der Unstetigkeit als nützlich.)

Der so bestimmte Winkel α_4 verlangt eine Eintrittsweite a_4 (Abb. 123a), welche im Fall des logarithmisch-spiraligen Anfangsverlaufes der Schaufel sich ergibt aus[2]

$$a_4 + s_4 = \frac{r_4}{\cos \alpha_4} (e^x - 1) \tag{36, 3}$$

mit $x \equiv \frac{\pi}{z_l} \sin 2\,\alpha_4$. Da x stets erheblich kleiner als 1 ist, kann mit genügender Genauigkeit gesetzt werden

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} = 1 + x\left(1 + \frac{x}{2}\right), \text{ womit}$$

$$a_4 + s_4 = \frac{r_4}{\cos \alpha_4} \cdot x\left(1 + \frac{x}{2}\right) = \frac{D_4 \pi \sin \alpha_4}{z_l}\left(1 + \frac{\pi \sin 2\,\alpha_4}{2\,z_l}\right). \tag{36, 4}$$

Auf die Verwirklichung dieser Eintrittsweite a_4 kommt es nach [*V*, *8*] an und weniger auf die Einhaltung des Winkels α_4 an der Spitze der

---

[1] Vgl. auch: Über die theoretische Berechnung der Strömungsverluste eines ebenen Schaufelgitters, H. Schlichting und N. Scholz in Ing. Arch. Bd. 19 (1951) S. 42.

[2] Der Beweis ergibt sich aus folgender Überlegung: Ist AC der logarithmisch-spiralige Anfang der Leitschaufel mit dem Neigungswinkel α_4, AB die Schaufelteilung am Halbmesser r_4 (Abb. 123a), so ist die Weite $a_4 + s_4$ die abgewickelte Länge BC der durch B gehenden logarithmischen Spirale mit der Neigung $90° - \alpha_4$, also gleich $(r_c - r_4)/\cos \alpha_4$, wo r_c der Radius des Punktes C. Werden nun die Zentriwinkel φ in bezug auf die Richtung OA gemessen, so ist die Gleichung der Spirale AC: $r = r_4\, e^{\varphi \operatorname{ctg} \alpha_4}$ und der Spirale BC: $r = r_4\, e^{(2\pi/z_l - \varphi) \operatorname{tg} \alpha_4}$. Daraus ergeben sich für den Schnittpunkt C die Koordinaten $\varphi_c = \frac{2\pi}{z_l} \sin^2 \alpha_4$, $r_c = r_4\, e^{(\pi/z_l) \sin 2\alpha_4}$ und somit die Bogenlänge BC

$$\overline{BC} = a_4 + s_4 = \frac{r_c - r_4}{\cos \alpha_4} = \frac{r_4}{\cos \alpha_4}\left(e^{(\pi/z_l) \sin 2\alpha_4} - 1\right)$$

Schaufel, wie Versuche zeigen. Dieser Spitzenwinkel kann soweit verkleinert werden, daß ein ziemlich gestreckter oder fast geradliniger Einlauf $A\,C$ entsteht. Dagegen erweist sich eine Vergrößerung dieses Spitzenwinkels über α_4 hinaus als nachteilig. Die logarithmische Spirale, deren Eintragung zur Kontrolle stets zweckmäßig ist, kann mit ihrem Ersatzkreisbogen gezeichnet werden, dessen Halbmesser

$$\varrho = \frac{r_4 + r_c}{2\cos\alpha_4}, \tag{36, 5}$$

sofern r_c der Halbmesser des Punktes C ist, der nach Errechnung von a_1 genügend genau bekannt ist.

Bemerkenswert ist auch die durch Versuche gewonnene Feststellung, daß beim Leitrad der Pumpe sich der größte Teil der Drucksteigerung längs des Schaufelanfanges $A\,C$ vollzieht [*V, 8*], was auf einen starken Impulsaustausch (S. 16) im Schrägabschnitt $A\,B\,C$ des Leitkanals mit dem Laufrad (ähnlich wie bei der SIHI-Pumpe) schließen läßt und eine weitere Erklärung für die Einführung des Beiwertes μ in Gl. (36, 2) bildet.

Die Strömung im Leitrad vollzieht sich mit den durch die vorbeistreichenden Laufschaufeln bedingten Schwingungen und also einer Frequenz $z\,n/60$, wenn z Laufschaufeln vorliegen. Hand in Hand gehen erhebliche Druckschwankungen[1], die ungefähr bei Halblast ihren größten Betrag erreichen [*V, 31*]. Hier erweist sich auch die Geräuschbildung als am größten, während bei Vollast und Nullast der Lauf ziemlich ruhig ist.

3. Während beim Turbinenleitrad der Einfluß der endlichen Schaufelzahl aus den S. 30ff. erwähnten Gründen meist vernachlässigt werden kann, ist die Übertreibung des Austrittswinkels beim Pumpenleitrad in all den Fällen zu beachten, in denen eine bestimmte Abströmungsrichtung gefordert wird. Die Behandlungsweise schließt sich dann eng an die bei der Laufschaufel verwendete an, wenn beachtet wird, daß in Gl. (7, 10) das übertragene Drehmoment, also die im Leitrad erzielte Dralländerung $\Delta(r\,c_u)$ an die Stelle von H_{th} zu setzen ist, so daß $\Delta(r\,c_u)_\infty = \Delta(r\,c_u)\,(1+p_l)$. Dabei ist sinngemäß $p_l = \frac{\psi_l\,r_5^2}{z_l\,S_l}$, r_5 der Austrittshalbmesser des Leitrades, S_l das statische Moment seiner mittleren Flußlinie. Auch hier ist nur die Austrittsablenkung von Wichtigkeit. Die Übertreibung am Eintritt bleibt nach S. 224 nicht bloß unberücksichtigt, sondern tritt, da dort $\mu > 1$, wegen der Zähigkeitswirkung im gegenteiligen Sinn in Erscheinung. Näheres [*III, 1, Abschn. 48*].

Wir setzen in die obige Beziehung die für ein Austrittsleitrad der Pumpe geltenden Werte ein, nämlich

$$\Delta\,(r\,c_u)_\infty = r_2\,c_{3\,u} - r_5\,c_{5\,u}$$
$$\Delta\,(r\,c_u) = r_2\,c_{3\,u} - r_5\,c'_{5\,u},$$

[1] Lalive, J.: Druckschwankungen im Leitrad einer mehrstufigen Kreiselpumpe, Schweiz. Bauztg. Bd. 108 (1936) Nr. 19, S. 201.

wobei sich also das Fußzeichen 5 auf den Leitradaustritt bezieht, jedoch c_{5u} und c'_{5u} sich dadurch unterscheiden, daß beim ersteren schaufelkongruente Strömung angenommen und beim letzteren die Ablenkung berücksichtigt ist, entsprechend der rückwärts verlängert gedachten ungestörten Abströmung (Abb. 124). Damit ergibt sich

$$r_2\, c_{3u} - r_5\, c_{5u} = (r_2\, c_{3u} - r_5\, c'_{5u})\,(1 + p_l)$$

oder

$$r_5\, c_{5u} = r_5\, c'_{5u}\,(1 + p_l) - p_l\, r_2\, c_{3u}.$$

Dividiert man mit $r_5\, c_{5m}$ durch und berücksichtigt (Abb. 124), daß $\operatorname{ctg} \alpha_5 = c_{5u}/c_{5m}$, $\operatorname{ctg} \alpha'_5 = c'_{5u}/c_{5m}$, so folgt auch

$$\operatorname{ctg} \alpha_5 = (1 + p_l) \operatorname{ctg} \alpha'_5 - p_l \frac{r_2\, c_{3u}}{r_5\, c_{5m}}. \qquad (36, 6)$$

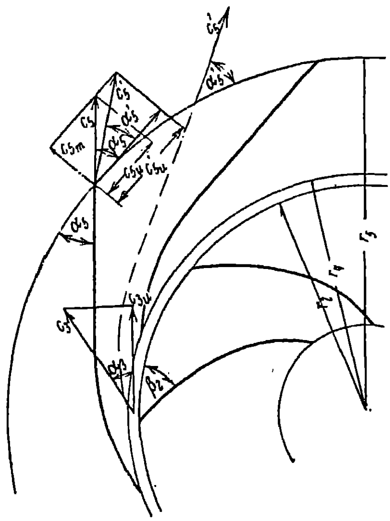


Abb. 124. Darstellung der Geschwindigkeiten am Ein- und Austritt des Leitrades.

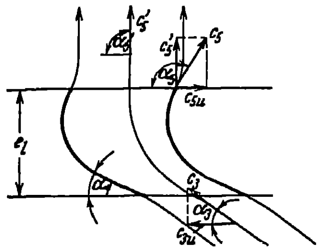


Abb. 124a. Axiales Pumpengitter bei senkrechtem Abströmen.

Hiermit kann bei vorgeschriebenem Abströmwinkel α'_5 der auszuführende Leitradwinkel α_5 (oder umgekehrt) berechnet werden.

Besonders wichtig ist der Fall des senkrechten Abströmens, also $c_{5u} = 0$ oder $\alpha'_5 = 90°$.

Dann ergibt sich

$$\operatorname{ctg} \alpha_5 = - p_l \frac{r_2\, c_{3u}}{r_5\, c_{5m}}, \qquad (36, 7)$$

so daß also hier $\alpha_5 > 90°$. Abb. 124a veranschaulicht diesen Ablenkungsvorgang.

Bei axialen Pumpen und Verdichtern, wo nach Gl. (7, 17) $p_l = 1{,}6\, \psi'\, r/z_l e_l$, kann man vielfach setzen $r_2 = r_5$, $c_{5m} = c_{3m}$. Dann vereinfachen sich (36, 6) und (36, 7) auf die Form

$$\operatorname{ctg} \alpha_5 = (1 + p_l) \operatorname{ctg} \alpha'_5 - p_l \operatorname{ctg} \alpha_3 \qquad (36, 8)$$

bzw.

$$\operatorname{ctg} \alpha_5 = - p_l \operatorname{ctg} \alpha_3. \qquad (36, 9)$$

Die Erfahrungszahl ψ' ist noch wenig erforscht [*V, 8*; *V, 7*; *V, 5*]. Man wählt sie etwa gleich dem für ψ' beim Laufrad angegebenen Werte der Gl. (7, 13), wobei α_5 statt β_2 zu setzen ist.

4. Bei *mehrstufigen Kreiselpumpen* radialer Bauart ist die Strömung hinter jeder Stufe wieder zum Laufrad der nächsten Stufe zu führen und dadurch der Achse wieder zu nähern (Abb. 119a, 120a, 125). Dadurch entstehen S-förmige Umführungsräume, in denen neben den besprochenen Leitschaufeln noch besondere *Rückführschaufeln* untergebracht sind, die auch als Eintrittsleitschaufeln der nächsten Stufe anzusehen sind und deshalb dem Konstrukteur eine gewisse Freiheit in der Wahl der Zuströmung zur nächsten Stufe geben. Man kann diese Rückführschaufeln auch als Fortsetzung der Leitschaufeln ausbilden, in welchem Fall sie räumlich zu krümmen sind [*III, 1*].

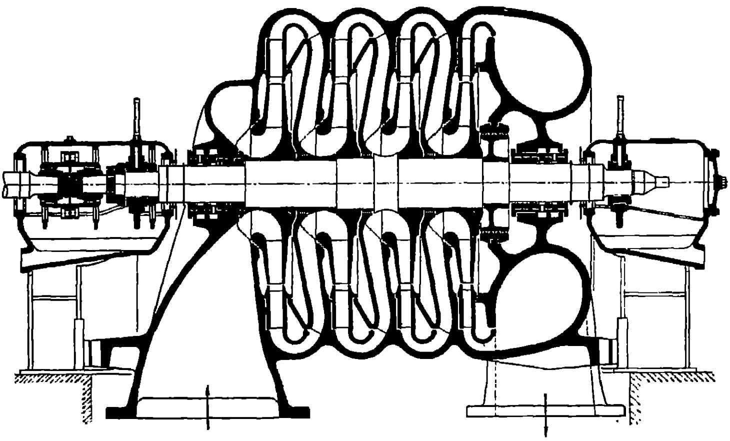


Abb. 125. Vierstufiger Kreiselverdichter (SULZER).

5. *Punktweise Errechnung.* Wie schon erwähnt, läßt sich die Leitschaufel auch punktweise berechnen. Die Polargleichung der Mittellinie schreiben wir dann in Anlehnung an (20, 7) wie folgt

$$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi} \int_0^x \frac{dx}{r \operatorname{tg} \alpha}.$$

Die Durchführung geschieht sinngemäß in gleicher Weise wie beim Laufrad. Manchmal ist es dabei vorteilhaft, den nach dem Laufrad zu gelegenen Anfangsverlauf unter Beachtung der aus (36, 3 oder 4) errechneten Kanalweite und in Anlehnung an die logarithmische Spirale zunächst als Kreisbogenschaufel zu zeichnen und dann die Fortsetzung punktweise zu errechnen. Die Anwendung dieses Verfahrens ist besonders bei räumlich gekrümmten Leitschaufeln angezeigt. Man kann den Verlauf von α oder c vorschreiben, wenn der Verlauf der Kanalbreiten b aus dem Meridianschnitt bekannt ist. In manchen Fällen (z. B. bei den Umführungsschaufeln mehrstufiger Pumpen) ist es zweckmäßig, sowohl α und c neben b vorzuschreiben. Dann bleibt nichts anderes übrig, als die in Umfangsrichtung gemessene Schaufeldicke σ (Abb. 123a) diesen Bedingungen anzupassen und aus der Kontinuitätsgleichung

$$V' = b\, z_l\, (t - \sigma)\, c \sin \alpha$$

zu bestimmen, so daß also erhebliche Änderungen der Schaufeldicke entstehen können.

6. *Bei Gasverdichtern* ist der Einfluß der MACH-Zahl c_4/a zu beachten (wo c_4 die Gasgeschwindigkeit am Leitradeintritt, a die Schallgeschwindigkeit bedeuten), weil die zulässige Erweiterung des Leitkanals davon abhängt [*III, 1*; S. 73]. Der auf die Querschnittszunahme bezogene Erweiterungswinkel, der bei inkompressibler Flüssigkeit gerade noch zulässig wäre, verringert sich nämlich im Verhältnis $1 - (c_4/a)^2$ zu 1, so daß mit $c_4 = a$, d. h. bei Erreichung der Schallgeschwindigkeit jede Kanalerweiterung — wenigstens im Eintrittsbereich — unzulässig ist und auch die Fortsetzung des Kanals nur mäßig erweitert werden kann. Dieser Zusammenhang ist besonders bei Radialverdichtern mit nahe beim Laufradumfang sitzenden Leitschaufeln[1] zu beachten, kann aber auch beim Axialverdichter wichtig werden, weil schon Geschwindigkeiten $c_4 = 100$ m/s eine Umrechnung verlangen.

37. Der schaufellose Ringraum (Leitring).

Bei Pumpen und Verdichtern ist man vielfach genötigt, auf Leitschaufeln zu verzichten, aber die seitlichen Rotationsflächen bestehen zu lassen. Es entsteht dann der glatte *Leitring*. Bei Schmutzwasserförderung geschieht dies wegen der Verstopfungsgefahr, bei radialen Verdichtern wegen der größeren Ausdehnung des stabilen Arbeitsbereiches, Verringerung der Geräuschbildung und des Fehlens des Verdichtungsstoßes. Im glatten Leitring erfolgt nämlich die Verlangsamung der Umfangskomponente bei Überschall nach dem Impulssatz ohne Verdichtungsstoß im Gegensatz zu den anderen Formen von Diffusoren. Es ist ferner zu berücksichtigen, daß das Pumpenleitrad insofern gegenüber dem Turbinenleitrad benachteiligt ist, als die Zuströmung gegen scharfe Kanten mit der größten vorkommenden Geschwindigkeit, also am Ort des engsten Querschnitts stattfindet und mit den durch die endliche Laufschaufelzahl verursachten Unstetigkeiten behaftet ist.

Im schaufellosen Rotationshohlraum wird die Meridiankomponente nach der Kontinuitätsbedingung umgesetzt (Abb. 126):

$$c_m = \frac{V'}{2\,r\,\pi\,b} = c_{3m}\frac{r_2\,b_2}{r\,b} \tag{37, 1}$$

und die Umfangskomponente bei Reibungslosigkeit nach dem Flächensatz

$$c_u = \frac{r_2\,c_{3u}}{r} = \frac{K}{r}\,. \tag{37, 2}$$

Der Drall $K = r_2\,c_{3u}$ ist aus der Zuströmbedingung bekannt. Für $\alpha_0 = 90°$ ist nach der Hauptgleichung

$$K = \frac{u_2\,c_{3u}}{\omega} = \frac{g\,H_{th}}{\omega}\,. \tag{37, 3}$$

[1] VON DER NUELL, W., u. H. PFAU: Z. VDI Bd. 85 (1941) S. 763/773.

Die Umfangskomponente nimmt nach (37, 2) im umgekehrten Verhältnis zum Halbmesser r ab. Hierbei ist es vollkommen gleichgültig, welchen Breitenverlauf der Leitring besitzt. Da die Umfangskomponente für die Umwandlung der Geschwindigkeit in Druck ausschlaggebend ist, so kann ausgesagt werden, *daß der Wert eines glatten Leitrings ausschließlich von seiner radialen Erstreckung abhängt und nicht etwa davon, ob er sich nach außen verbreitert oder verengt.* Die Erfahrung zeigt, daß der parallelwandige Leitring einen besseren Wirkungsgrad besitzt, als der sich nach außen verbreiternde (wie in Abb. 126 und 127a).

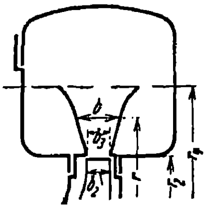


Abb. 126.

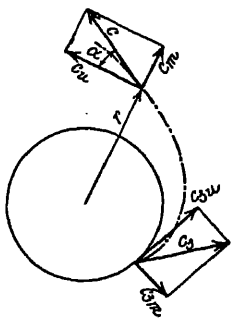


Abb. 126 a.

Kreiselpumpe mit Leitring.

Dies ist selbst dann der Fall, wenn am äußeren Ende des Leitrings ein plötzlicher Übergang zum Spiralgehäuse nötig sein sollte. Sogar eine leichte Verengung des Leitrings nach außen hat Vorteile gebracht.

Über die Verwendbarkeit des glatten Leitringes ist noch Folgendes zu sagen: Aus den beim Leitrad S. 220 ff. angeführten Gründen ist der Leitring bei Pumpen mit kleinem Neigungswinkel α_3 nicht am Platz. Bei Turbokompressoren stellt man deshalb die Bedingung $\alpha_3 > 15°$. Der Leitring einer Zwischenstufe mit anschließenden Umkehrschaufeln ist aus Abb. 127a in zwei verschiedenen Ausführungen ersichtlich.

Die Erfahrung zeigt ferner, daß die radiale Länge des Leitrings einen optimalen Wert besitzt, bei dessen Überschreitung der Druck wieder abnimmt. Es hat also keinen Zweck, den radialen Leitring über ein gewisses Maß zu verlängern. Die Grenzlänge liegt um so tiefer, je kleiner α_3 ist.

Wenn man die Abströmrichtung bestimmen will, ist es notwendig, die Reibung an den Seitenwänden des Leitringes zu berücksichtigen. Hier gilt nach [*III*, *1*] der erweiterte Flächensatz:

$$\frac{1}{r\,c_u} - \frac{1}{r_2\,c_{3\,u}} = \pm \frac{\pi\,\lambda}{2\,V'}(r - r_2), \tag{37, 4}$$

bzw., sofern man die Neigungswinkel α der Stromlinien einführt,

$$b\,\mathrm{tg}\,\alpha - b_3\,\mathrm{tg}\,\alpha_3 = \pm \frac{\lambda}{4}(r - r_2). \tag{37, 5}$$

($\lambda \approx 0{,}04$ = Reibungsziffer). Hierbei bezieht sich das positive Vorzeichen der rechten Seite auf die sich von der Achse entfernende Strömung, d. h. die Pumpe, und das negative Zeichen auf die sich der

Achse nähernde Strömung, also die Turbine. Zu beachten ist, daß in Gl. (37, 4) und (37, 5) die Geschwindigkeiten und Winkel über die Breite b vermittelt sind.

Man ersieht aus Gl. (37, 4), daß sich das Geschwindigkeitsmoment $r\,c_u$ mit zunehmendem Reibungsweg verkleinert, bzw. der Neigungswinkel α vergrößert. Mit $\lambda = 0$ erhält man wieder den Satz von der Gleichheit des Dralls. Für den Ringraum gleichbleibender Breite, also $b = b_3$, ist nach (37, 5)

$$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_3 = \frac{\lambda}{4\,b}(r - r_2).$$

Diese Gleichung tritt an die Stelle derjenigen der logarithmischen Spirale der reibungslosen Strömung, wobei $\alpha = \alpha_3$.

In den vorstehenden Gleichungen ist die Widerstandsziffer λ entsprechend den Verhältnissen des erweiterten bzw. verengten Kanals zu nehmen. Sie beträgt also bei Verlangsamung ein Mehrfaches des für die Rohrströmung abgeleiteten Wertes λ.

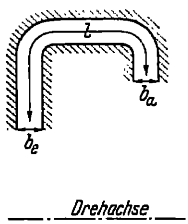


Abb. 127. Rotationshohlraum mit beliebigem Verlauf.

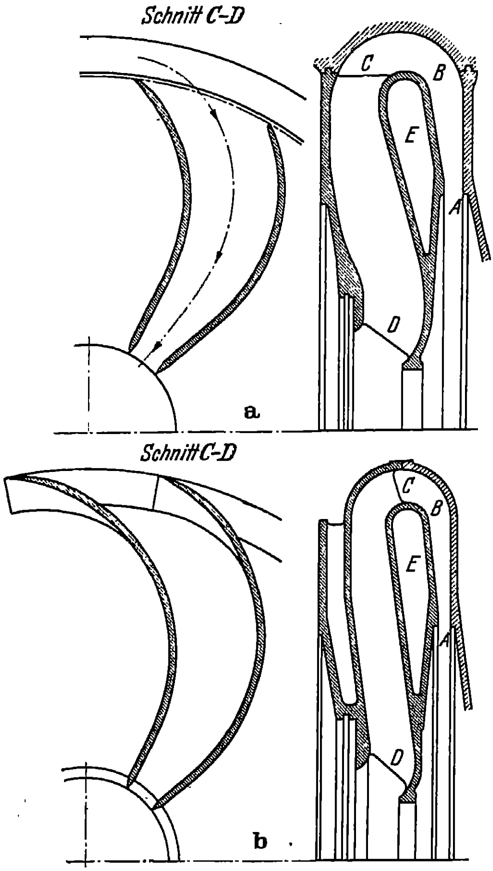


Abb. 127 a. Zwischenstufe eines Kreiselverdichters mit schaufellosem Ringraum, Ausführung a und b.

Man kann Gl. (37, 4 und 5) auf den beliebigen achsensymmetrischen Kanal anwenden, wenn man $r - r_2$ gleich der im Meridianschnitt erscheinenden Bahnlänge l setzt (Abb. 127). Man erhält dann die Gleichungen

$$b_a \operatorname{tg}\alpha_a - b_e \operatorname{tg}\alpha_e = \frac{\lambda}{4}\,l, \tag{37, 6}$$

bzw. für den Kanal konstanter Breite

$$\operatorname{tg}\alpha_a - \operatorname{tg}\alpha_e = \frac{\lambda}{4}\,\frac{l}{b}. \tag{37, 6a}$$

Die Fußzeichen a und e beziehen sich auf den Austritt bzw. Eintritt des Kanals. Diese beiden Gleichungen sind auch im Fall der Anordnung getrennter Leit- und Umführungsschaufeln für die Bestimmung des Zuströmwinkels zu den Umkehrschaufeln zu verwenden.

38. Das Spiralgehäuse.

Zur Führung der Strömung am Umfang eines Laufrades oder Leitrades oder Leitringes ist das Spiralgehäuse sehr geeignet, das dann also den ganzen Umfang umschließt. Bei Pumpen tritt es meist an die Stelle der Leitvorrichtung und ist dann unmittelbar am Laufradumfang angeordnet (Abb. 128). Diesen Fall wollen wir zunächst betrachten. Die Berechnung eines solchen Spiralgehäuses darf nicht unter Zugrundelegung gleicher mittlerer Geschwindigkeit für sämtliche Querschnitte der Spirale erfolgen, wie es häufig geschieht und wobei der Querschnitt sich proportional dem Beaufschlagungsbogen vergrößert [*III*, *2*]. Dies zeigt schon folgende einfache Überlegung. Wegen der Fliehkräfte der mit einer Umfangskomponente strömenden Flüssigkeit muß der Druck von innen nach außen zu-, also nach BERNOULLI die Geschwindigkeit abnehmen. Hiernach wird die mittlere Geschwindigkeit eines jeden Spiralquerschnitts um so kleiner sein, je mehr der Querschnitt sich in radialer Richtung vergrößert, falls der Strömungszustand längs des Laufradumfangs der gleiche ist. Letztere Bedingung muß aber erfüllt werden, damit die Strömung im Laufrad achsensymmetrisch bleibt. Daraus folgt, daß auch längs jeden Parallelkreises in der Spirale der gleiche Strömungszustand herrschen, d. h. auch im Spiralgehäuse die Strömung achsensymmetrisch sein muß.

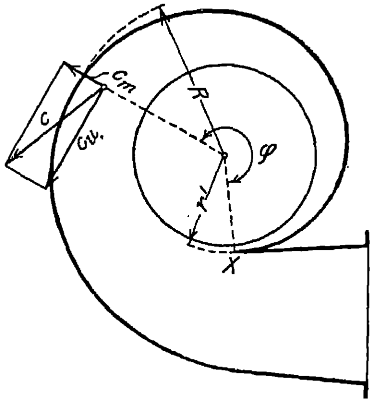


Abb. 128. Spiralgehäuse.

Zunächst zeigt diese Überlegung, daß für jeden Punkt des Spiralgehäuses der Flächensatz gilt

$$c_u\, r = K. \qquad (38,1)$$

a) Spiralgehäuse mit beliebiger Querschnittsform.

Die seitlichen Wände des Spiralgehäuses sind also strenggenommen nach Rotationsflächen auszubilden. Im ganzen liegt dann der gleiche Strömungszustand vor wie beim Leitring. Man kann auch das Spiralgehäuse zur Entstehung bringen, wenn man in einem Leitring von einer Leitfläche zur anderen eine Leitlinie zieht und die durch diese gehenden Stromlinien materiell ausführt. Legt man diese Leitkurve an den inneren Umfang des Spiralgehäuses nach X, so kann sie als Anfang der Spirale betrachtet werden (Abb. 128). Haben die spiralförmi-

gen Strombahnen von ihrer Ausgangskante X aus gerechnet, einen Winkel $\varphi = 360°$ durchlaufen, so ist zusammen mit den Seitenflächen ein vollständiges Spiralgehäuse entstanden[1].

Die äußere Begrenzung $A\,B$ des einzelnen Spiralquerschnitts (Abb. 128a) zwischen den unveränderlich bleibenden Meridianlinien der Seitenflächen entsteht aus der Gesamtheit der Durchstoßpunkte der durch die angenommene Leitlinie gehenden Strombahnen mit der jeweiligen Meridianebene. Sind die Meridianlinien parallel und senkrecht zur Achse, so sind diese Bahnen logarithmische Spiralen, und die äußere Begrenzung $A\,B$ behält in allen Querschnitten ihre Form bei. Die Bestimmung von $A\,B$ bei beliebiger seitlicher Begrenzung gestaltet sich aber sehr zeitraubend, da sie sich längs der Spirale ändert, also beispielsweise nicht durchgängig geradlinig bleibt, wenn sie an einer Stelle des Umfangs als Gerade angenommen ist. Wir werden im Folgenden jedoch die Begrenzung $A\,B$ in jedem Meridianchnitt zunächst als achsparallel und gerade annehmen und ihre Lage einfach so bestimmen. daß der kreisenden Strömung jeweils der notwendige Durchtrittsquerschnitt zur Verfügung steht, ohne Rücksicht darauf, daß dann die Achsensymmetrie etwas gestört sein kann.

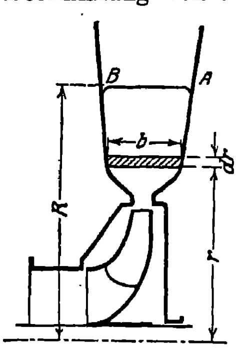


Abb. 128a. Spiralgehäuse.

Wir betrachten den Schnitt nach einer unter dem beliebigen Winkel φ (Abb. 128) zur Anfangskante X der Spirale gelegten Meridianebene und in diesem den Flächenstreifen $df = b\,dr$, der einer sehr kleinen Änderung dr des Halbmessers r entspricht (Abb. 128a). In diesem ist die Geschwindigkeit senkrecht zum Querschnitt nach (38, 1) $c_u = K/r$ und somit der Durchfluß

$$dV'_\varphi = df\,c_u = \frac{b\,dr\,K}{r}.$$

Ist r' der Halbmesser am Anfang X der Spirale, so tritt durch den betrachteten Querschnitt zwischen dem Halbmesser r' und der äußeren Begrenzung mit dem Halbmesser R der Teilstrom

$$V'_\varphi = \int_{r=r'}^{r=R} dV'_\varphi = K \int_{r'}^{R} \frac{b\,dr}{r}.$$

Dieser stimmt mit dem Stromanteil überein, der auf dem dem Zentriwinkel φ entsprechenden Bogen des Radumfangs aus dem Rade tritt, wobei

$$V'_\varphi = \frac{\varphi°}{360}\,V',$$

wenn V' den Förderstrom (einschließlich eines Berechnungszuschlages), $\varphi°$ den in Graden gemessenen Wert von φ bedeutet. Durch Gleich-

[1] Vgl. KUCHARSKI: Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit, S. 141ff., München und Berlin 1918.

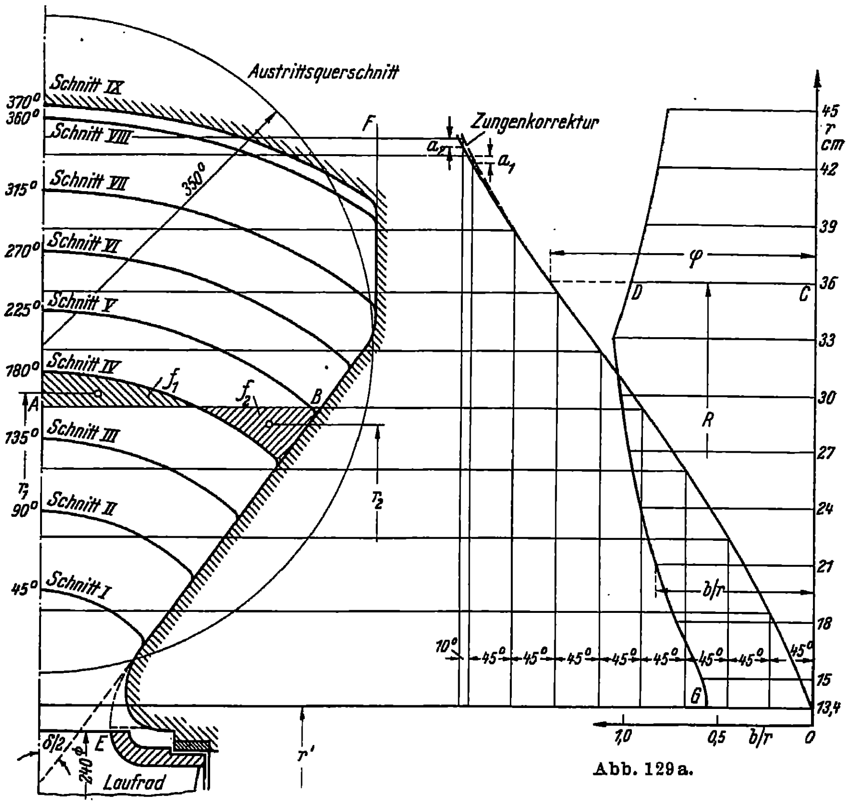


Abb. 129a.

Abb. 129.
Schaubild zur Berechnung eines Spiralgehäuses beliebigen Querschnitts.

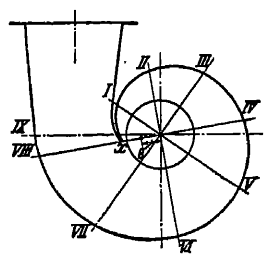


Abb. 129b.

setzen der beiden vorstehenden Ausdrücke ergibt sich

$$\varphi^\circ = \frac{360\,K}{V'} \int_{r'}^{R} \frac{b\,dr}{r}. \qquad (38,2)$$

Hieraus kann man den Verlauf von φ in Abhängigkeit von R, also die Form der Spirale in folgender einfacher Weise ermitteln.

Es wird in einem rechtwinkligen Koordinatensystem zu r als Abszisse der zu dem gewählten Verlauf $E\,B\,F$ der Seitenwandungen gehörige Wert von b/r als Ordinate aufgetragen (Abb. 129 und 129a)[1]. Die zwischen r' und einem beliebigen Wert $r = R$ liegende, durch die zugehörigen Ordinaten begrenzte Fläche, welche also zwischen $G\,D$

[1] Die im Anschluß an das Laufrad vorhandene Unstetigkeit der seitlichen Begrenzung, die die Herstellung vereinfacht (S. 237), muß bei der Rechnung durch den gestrichelt gezeichneten stetigen Übergang überbrückt werden.

und der Ordinatenachse liegt, stellt den zu dem gewählten Radius R gehörigen Wert des Integrals der Gl. (38, 2) dar, so daß auch φ gegeben ist. Die Bestimmung der Flächeninhalte erfolgt wieder am besten tabellarisch. Es steht also nichts im Wege, den Verlauf der φ-Kurve in Abhängigkeit von R einzutragen und aus dieser die zu den Schnitten I bis VIII von Abb. 129b gehörigen Werte von R zu nehmen.

An Stelle der geraden können nun auch gekrümmte Begrenzungslinien der einzelnen Querschnitte (Abb. 129) so gezeichnet werden, daß sie die bisher zugrunde gelegte Gerade, z. B. $A\,B$, vermitteln. Hierbei muß beachtet bleiben, daß die Geschwindigkeiten c_u sich gemäß Gl. (38, 1) nach einer gleichseitigen Hyperbel über den Querschnitt verteilen (obwohl die willkürliche Annahme der äußeren Begrenzung Veränderungen zur Folge haben dürfte). Die ausgetauschten (und in Abb. 129 schraffierten) Flächenstücke f_1 und f_2 sind strenggenommen deshalb nicht inhaltsgleich, sondern weil $df \cdot c_u = df \cdot K/r$, so muß jedes Element df_1 im Abstand r_1 ausgeglichen werden durch ein Element df_2 im Abstand r_2, daß

$$\frac{df_1}{r_1} = \frac{df_2}{r_2}.$$

Näherungsweise gilt für die ganzen Austauschflächen

$$\frac{f_1}{r_1} = \frac{f_2}{r_2},$$

wenn r_1 und r_2 die zugehörigen Schwerpunktsabstände von der Drehachse sind.

Nach diesem Gesetz ist auch die Verengung der Querschnitte VIII und IX durch die Zunge X zu berücksichtigen, wodurch sich dort die ideellen äußeren Begrenzungen um a_1 bzw. a_2 nach außen verschieben.

Ist b konstant, so gibt Gl. (38, 2), wie erwähnt, das Gesetz einer logarithmischen Spirale. Da die meisten Gehäuse mit parallelem Einlauf beginnen, so ist die Beachtung dieses Gesetzes für den Spiralanfang von Vorteil. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt, die besonders häufig benutzt werden, sind nachstehend unter b) behandelt.

Bestimmung von K. Der in Gl. (38, 2) vorkommende Drall K ist bei fehlenden Leitschaufeln $K = r_2\, c_{3u}$, also im Fall $\alpha_0 = 90°$

$$K = \frac{g\, H_{\text{th}}}{\omega}. \tag{38, 3}$$

Ist ein Leitring zwischen Laufrad und Spirale geschaltet, wie dies bei einstufigen Verdichtern üblich ist, so bestimmt sich $K = r\, c_u$ aus (37, 4).

Sitzt ein Leitrad zwischen Laufrad und Spiralgehäuse, wie das bei FRANCIS-Turbinen immer, bei Pumpen bisweilen der Fall ist, so bemißt man diese Leitschaufeln danach, daß ein brauchbares Spiralgehäuse entsteht, dessen Endquerschnitt mit einer mäßigen konischen Erweiterung auf den Querschnitt der Druckleitung übergeht. Das zugehörige K kann durch Probieren bestimmt werden.

Ein günstiges Spiralgehäuse liegt vor, wenn erstens die Geschwindigkeit in der Drucköffnung des Spiralgehäuses der Geschwindigkeit in

der anschließenden Rohrleitung angepaßt wird, also etwa beträgt

$$\left.\begin{aligned} c_e &= 0{,}10 \text{ bis } 0{,}20\sqrt{2gH} \text{ bei Kreiselpumpen} \\ c_e &= 0{,}15 \text{ bis } 0{,}25\sqrt{2gH} \text{ bei Wasserturbinen} \end{aligned}\right\} \quad (38,\,4)$$

(wachsend mit dem Durchfluß V). Zum anderen, wenn der Übergangskonus des Druckstutzens einen mäßigen Konuswinkel aufweist. Da dann der Spiralquerschnitt bei $\varphi = 360°$ bekannt ist, so kann K aus der späteren Gl. (38, 12) errechnet werden.

Die Spirale einschl. der konischen Erweiterung wirkt genau so wie ein Leitkanal des Leitrades. Die Spirale entspricht dem logarithmisch-spiraligen Anfang der Leitschaufel und die konische Erweiterung dem eigentlichen Leitkanal. Die endliche Zahl der Laufschaufeln bedingt die gleichen Druckschwankungen im konischen Übergangsstück, die für das Leitrad S. 225 besprochen wurden und bei Halblast am stärksten sind [*V*, *31*].

Die Reibung an den Spiralwänden kann unter sinngemäßer Benutzung von Gl. (37, 4) berücksichtigt werden, wobei sich eine Vergrößerung des Querschnittes errechnet [*III*, *1*]. Die Erfahrung scheint aber darauf hinzudeuten, daß die so bestimmten Gehäuse nicht besser sind als diejenigen, welche in der vorstehend angegebenen Weise, also ohne Berücksichtigung der Reibung bestimmt werden.

b) Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt.

Nach den vorstehenden Betrachtungen genügt das Spiralgehäuse mit Kreisquerschnitt den zu stellenden Anforderungen insofern nicht, als die Strömung nicht zwischen Rotationsflächen erfolgt. Trotzdem wird diese Gehäuseform bevorzugt verwendet. Im Folgenden wird ihre Berechnung unter der Voraussetzung durchgeführt, daß trotz des Fehlens der Achsensymmetrie der seitlichen Begrenzung am gleichen Parallelkreis gleiche Geschwindigkeiten und Drücke herrschen.

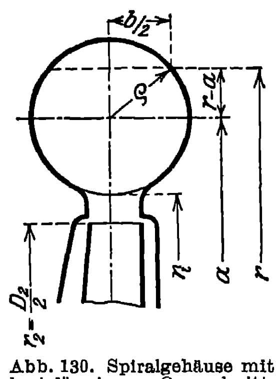


Abb. 130. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt.

Da unter dieser Voraussetzung der Flächensatz auch hier gilt, so muß jeder Spiralquerschnitt der Gl. (38, 2) genügen. Dabei beziehe sich die untere Grenze des Integrals auf den der Achse am nächsten gelegenen Punkt des Kreisquerschnitts. Das Integral läßt sich jetzt allgemein auswerten. Mit den Bezeichnungen von Abb. 130 ist

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (r-a)^2 = \varrho^2. \qquad (38,\,5)$$

Wird der sich hieraus für b ergebende Wert in das Integral eingesetzt, so folgt

$$\int_{r_i}^{R} \frac{b\,dr}{r} = 2\int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \sqrt{\varrho^2-(r-a)^2}\,\frac{dr}{r} = 2\pi\left(a-\sqrt{a^2-\varrho^2}\right), \quad (38,\,6)$$

also nach Gl. (38, 2)

$$\varphi^\circ = \frac{720\,K}{V'}\,\pi\left(a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}\right), \tag{38, 7}$$

worin K wieder nach den im Anschluß an (38, 3) angegebenen Gesichtspunkten zu bestimmen ist. Für den Fall des zwischengeschalteten Leitrades ist wieder die weiter unten angegebene Gl. (38, 12) anzuwenden.

Da der kleinste Abstand $r_i = a - \varrho$ für alle Querschnitte durch die Zungenlage gegeben ist, so ist es zweckmäßig, $a = r_i + \varrho$ zu setzen, womit Gl. (38, 7) die folgende Form erhält:

$$\varphi^\circ = \frac{720\,K}{V'}\,\pi\left[r_i + \varrho - \sqrt{r_i\,(r_i + 2\,\varrho)}\right]. \tag{38, 8}$$

Beim Entwurf der Spirale pflegt man φ anzunehmen und danach ϱ auszurechnen. Deshalb benutzt man diese Gleichung am besten in der Form:

$$\varrho = \frac{\varphi^\circ}{C} + \sqrt{2\,r_i\,\frac{\varphi^\circ}{C}}, \tag{38, 9}$$

worin

$$C = \frac{720\,\pi\,K}{V'}. \tag{38, 10}$$

Letzterer Ausdruck kann, weil $V' = 2\,r_2\,\pi\,b_2\,c_{3m}$ und $K = r_2\,c_{3u}$, auch geschrieben werden

$$C = \frac{360\,c_{3u}}{b_2\,c_{3m}} = \frac{360}{b_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_3}. \tag{38, 11}$$

Durch diese Größe C, also auch den Wert $b_2 \cdot \mathrm{tg}\,\alpha_3 = b_2\,c_{3m}/c_{3u}$ zusammen mit r_i ist also das Spiralgehäuse eindeutig bestimmt. Gl. (38, 9) ist für praktische Zwecke am besten geeignet. Mit $\varphi = 360°$ erhält man den Radius des größten Spiralquerschnittes zu

$$\varrho_{\max} = \frac{V'}{2\,\pi\,K} + \sqrt{r_i\,\frac{V'}{\pi K}} \tag{38, 12}$$

oder

$$\varrho_{\max} = b_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_3 + \sqrt{2\,r_i\,b_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_3}. \tag{38, 12a}$$

Gl. (38, 12) kann auch zur Berechnung von K dienen, wenn $\varrho_{\max}$ vorgeschrieben wird, wie das bei Zwischenschaltung von Leitschaufeln zwischen Spirale und Laufrad der Fall ist.

Die Gültigkeit der abgeleiteten Gleichungen wird nicht beeinträchtigt, wenn die Meridiangeschwindigkeit beim Eintritt in die Spirale nicht radial, sondern schräg zur Achse gerichtet ist.

Die vielfach [*III, 2*] übliche Rechnungsweise, den Spiralquerschnitt proportional mit φ zunehmen zu lassen, würde die Gleichung $\varrho = \mathrm{const.}\,\sqrt{\varphi}$ liefern, die erhalten wird, wenn in Gl. (38, 9) das erste Glied, nämlich φ°/C vernachlässigt wird. Dieses Fehlerglied hat mit $\varphi^\circ = 360$ den Wert $b_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_3$. Der Fehler in Bruchteilen des allein verbleibenden zweiten Gliedes beträgt nach Gl. (38, 12a) $\sqrt{b_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_3/2\,r_i}$ oder in Bruchteilen des Querschnitts das Doppelte, nämlich $\sqrt{2\,b_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_3/r_i}$, was nur bei kleinen Werten b_2/r_i in Verbindung mit kleinem α_3, also engen Spiralgehäusen, in Kauf genommen werden kann.

Der Kleinstwert von ϱ ist $b_2/2$; deshalb läßt sich im ersten Achtel (bis Viertel) des Spiralumfangs der Kreisquerschnitt noch nicht verwirklichen. Man muß diesen Anfang der Spirale nach den unter a) behandelten Regeln entwerfen und dabei einen allmählichen Übergang auf die kreisförmige Begrenzung herbeiführen, falls man es nicht vorzieht, die berechneten Kreisquerschnitte in diese Übergangsquerschnitte zu verwandeln.

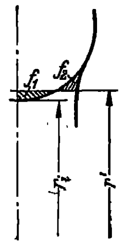


Abb. 131. Zungenhalbmesser r' ist größer als r_i.

Da die Zungenkante gerade ist, so muß r_i zu jedem φ durch Probieren so bestimmt werden, daß der aus Abb. 131 ersichtliche Ausgleich der Flächen f_1 und f_2 erzielt wird. Infolge des gleichbleibenden Zungenabstandes r' muß dann r_i mit wachsendem φ etwas zunehmen. Der bei Benutzung eines konstanten $r_i = r'$ gemachte Fehler ist aber nicht erheblich, zudem eine Erweiterung der Spirale in Zungennähe günstig ist, wie nachstehend gezeigt wird.

c) Ergänzende Bemerkungen.

Bei der Wahl des Erweiterungswinkels δ (Abb. 129), der die Radbreite auf die Weite des Spiralgehäuses überführt, ist zu beachten, daß durch die Breitenveränderung nur die kleine Meridiankomponente c_m und nicht die Umfangskomponente c_u beeinflußt wird. Deshalb braucht man auch bei Pumpen auf eine obere Grenze von δ nicht streng zu achten. *Sodann ist es sogar ohne Beeinträchtigung des Wirkungsgrades möglich (Abb. 129), eine sprungweise Vergrößerung zwischen Laufradaustrittsbreite und Eintrittsbreite des Spiralgehäuses anzuwenden [III, 2]*. Hiervon wird zur Vereinfachung der Herstellung meist Gebrauch gemacht. Der Querschnitt des Totraumes wird aber in der Rechnung nicht berücksichtigt, weil es sich — ähnlich wie bei den Leitschaufeln nach S. 224 — als günstig erweist, den Eintrittsquerschnitt bei der verzögerten Strömung etwas zu vergrößern.

Die Zungenkante X der Spirale wird nicht so nahe an den Laufradumfang gelegt wie die Schaufelkanten beim Leitrad der Wasserförderung [*V, 31*]. Dies ist einmal durch die größere Wandstärke der Zunge, sodann dadurch bedingt, daß schon geringe Abweichungen vom „stoßfreien“ Übergang Unterströmungen an der Zunge (Abb. 85) verursachen, die in einer Störung der Achsensymmetrie sich auswirken. Der Abstand der Zungenspitze wird mindestens $r_2/30$ genommen. Ferner empfiehlt sich eine gute Abrundung der Spitze, weil sie die Stoßverluste bei Teil- und Überlast vermindert. Aus dem gleichen Grund, warum die Anfangsneigung der Leitschaufel nach Gl. (36, 2) durch Einführung eines Beiwertes $\mu > 1$ vergrößert werden mußte, ist es zweckmäßig, die Spiralneigung an der Zungenspitze allgemein etwas größer zu machen, als der Rechnung entspricht. Die von der Zunge ausgehende Ungleichmäßigkeit der Druckverteilung über den Laufradumfang bedingt auch die Entstehung einer zusätzlichen Wellenbelastung, die

unzulässige Werte annehmen kann[1] und deshalb zur gelegentlichen Anordnung von 2, um 180° versetzte Spiralen geführt hat.

Eine Vergrößerung des Abstandes der Zungenspitze vom Radumfang hat zur Folge, daß Reibungsfläche wegfällt, wenn der ideelle Umschlingungswinkel der Spirale, gerechnet vom Schnittpunkt der verlängerten Spirale mit dem Radumfang, gleich gehalten wird. Aus diesem Grund hat eine Verkürzung der Zunge an einer vorhandenen Ausführung meist eine Verbesserung des Wirkungsgrades im Berechnungspunkt zur Folge. Andererseits zwingt ein großer Zungenabstand in einer Pumpe bei Teillast einen Teil der Strömung, das Laufrad ein zweites Mal zu umkreisen; aber bei Überlast wird der Neigungswinkel der Strombahnen größer sein als der der Spirale und also der ideelle Umschlingungswinkel verkleinert. Im letzteren Fall wird also die Spirale entlastet und damit ihre Schluckfähigkeit erhöht.

Bei normalen Spiralen wird der von der Spirale durchlaufene Zentriwinkel keinesfalls größer als 360° gemacht.

Bei genügend geräumigem Querschnitt ist das Spiralgehäuse dem Leitrad gleichwertig oder überlegen. Dieser Fall ist daran erkennbar, daß der konische Übergangsstutzen eine mäßige Erweiterung aufweist, d. h. ϱ_{max} nach Gl. (38, 12 oder 38, 12a) nicht viel kleiner als die halbe Weite des Druckstutzens ist.

Bei großem H ist das Spiralgehäuse am inneren Rand durch sogenannte Stützschaufeln (Abb. 120b) zu versteifen, die dann die Strömung nicht behindern dürfen und deren Form deshalb der der Zunge der Spirale angeglichen sein muß.

39. Leitvorrichtung am Saugmund des Laufrades.

Grundsätzlich könnten Leitschaufeln oder ein Spiralgehäuse als *einzige Leitvorrichtung* auch am Saugmund des Laufrades (d. h. am Austritt der Turbine oder am Eintritt der Pumpe) verwendet werden. Wegen der damit verbundenen Nachteile (Übergeschwindigkeiten) geschieht dies selten (Abb. 136 oder S. 293). Aber als *zusätzliche Einrichtung* sind saugseitige Leitvorrichtungen im Gebrauch. Eine solche stellt beispielsweise das Saugrohr der vollbeaufschlagten Turbine dar, insofern als dort die Rückgewinnung der Auslaßenergie stattfindet. Die Wirtschaftlichkeit der Anlage hängt bei schnelläufigen Maschinen sogar entscheidend von der Mitwirkung dieses Saugrohres ab, das also einen wichtigen Bestandteil der Maschine bildet. Seine Bedeutung ist bereits S. 75 ff. besprochen und in der einschlägigen Literatur [*I*, *1*; *I*, *13*; *IV*, *13*] eingehend berücksichtigt.

Bei *Pumpen und Verdichtern* werden im Saugmund des Laufrades bisweilen zusätzliche Leitvorrichtungen zur Erzeugung eines Eintrittsdralls angewandt. Auf diese soll hier näher eingegangen werden.

Ein Blick auf die Hauptgleichung in der Form der Gl. (4, 5) zeigt nämlich, daß ein der Raddrehung gleichsinniger Eintrittsdrall (Gleich-

[1] Escher-Wyss-Mittlg. 1939, S. 38 oder [*I*, *10*].

drall) die Förderhöhe verkleinert, ein entgegengesetzt gerichteter Eintrittsdrall (Gegendrall) dagegen vergrößert, weil das zweite Glied negativ bzw. positiv ist. Das in Abb. 132 gezeichnete Eintrittsdreieck läßt ferner erkennen, daß dann c_{1m}, also auch der Förderstrom sich im gleichen Sinne verändert wie die Förderhöhe. Deshalb werden bei Verdichtern Eintrittsleitschaufeln bisweilen zur verlustlosen Regelung des Durchflusses verwendet, indem sie drehbar gemacht werden. Ferner ersieht man aus Abb. 132, daß Gleichdrall die relative Eintrittsgeschwindigkeit verkleinert. Dadurch verringert sich die Reibung im Laufkanal und die Gefahr des Überschalls und bei Wasserförderung nach Abschn. 13 unter Umständen sogar die Gefahr der Kavitation, die ja durch die Drucksenkung ungünstig beeinflußt wird. Die in Abb. 132a angegebenen Kennlinien eines durch Drehung der Eintrittsleitschaufeln geregelten Schichtgebläses (Abb. 143 b, worin diese Eintrittsleitschaufeln

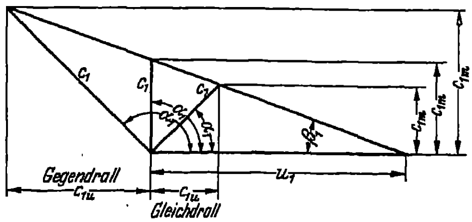


Abb. 132. Eintrittsdreieck einer Pumpe mit Gleich- und Gegendrall (gleichzeitig Austrittsdreieck einer Turbine bei Teil- und Überlast wie Abb. 105).

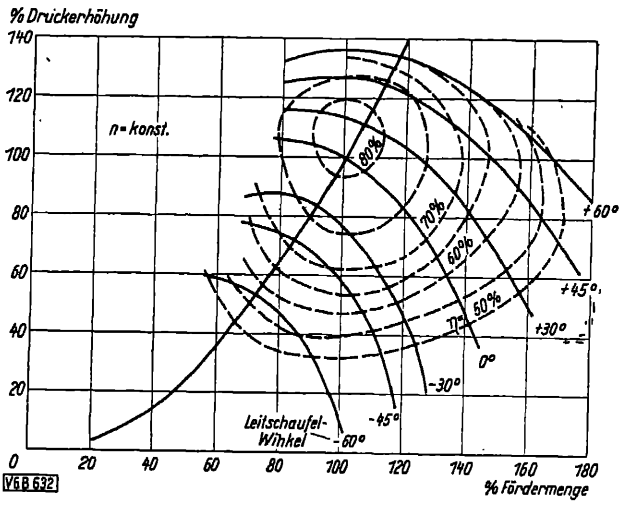


Abb. 132a. Drosselkurve und Linien gleichen Wirkungsgrades eines Axialgebläses (nach SCHICHT) bei verschiedenem Winkel der Eintrittsleitschaufeln gegen die Achsrichtung (Drallregelung).

allerdings fehlen) lassen den bei konstanter Drehzahl erzielten weiten Änderungsbereich der Leistung erkennen. [Sie zeigen eine Besonderheit, die mit den obigen Überlegungen nicht im Einklang steht, nämlich daß der beste Wirkungsgrad bei Gegendrall auftritt, was sich daraus erklärt, daß die Laufschaufeln unterbrochen sind und aus zwei in Umfangsrichtung gegeneinander versetzten Teilen bestehen (S. 110).] Gegendrall

wird bei Gebläsen bisweilen angewendet, um die Druckziffer zu steigern (Abb. 136, IV und V). Dabei muß aber die Vergrößerung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit, also die Zunahme der Reibung und die Gefahr des Überschalls beachtet werden.

Jedenfalls muß die Drehschaufel der Pumpe an der Saugseite des Laufrades sitzen, wenn sie die Energieaufnahme im Laufrad beeinflussen, d. h. als Regulierorgan wirken soll. Die Drehschaufel an der Druckseite hat nur Berechtigung, wenn sie als rasch zu betätigendes Abschlußorgan wirken oder labile Erscheinungen beseitigen soll (s. S. 180ff.). Für den ersteren Zweck wird sie aber heute vom Spaltschieber verdrängt[1].

Bei mehrstufigen Pumpen stellen die Austrittsleitschaufeln bzw. ihre Verlängerungen gleichzeitig Eintrittsleitschaufeln der nächsten Stufe dar, die die Strömung unter beliebigem Winkel zuzuführen gestatten.

Der in Eintrittsleitschaufeln erzeugte Eintrittsdrall $K_0 = r\, c_{0u}$ sollte über den ganzen Bereich der Schaufel konstant sein, damit die Strömung drehungsfrei bleibt. Bei axialer Beaufschlagung erhält dann die Leitschaufel doppelte Krümmung (s. S. 245ff.).

Der Eintrittsdrall kann auch mittels einer spiralförmigen Ausbildung des Einlaufkanals hervorgerufen werden. Ein Eintrittsleitrad hat aber den Vorteil, daß es eine Gleichrichtung der Zuströmung bewirkt, was bei der Pumpe im Fall ungünstiger Führung der Saugleitung oder ungünstiger Ausbildung des Einlaufkanals im Pumpengehäuse von Bedeutung sein kann.

G. Besonderheiten der Axialschaufel.

Die Axialschaufel ist zwar in den bisherigen Ausführungen grundsätzlich mit berücksichtigt. Sie ist aber für den Großmaschinenbau besonders wichtig und läßt sich rechnerisch weitergehend erfassen als die anderen Schaufelformen. Deshalb ist ihre besondere Behandlung angezeigt. Sie findet sich bei Turbinen und Pumpen, gleichgültig ob die Arbeitsflüssigkeit tropfbar oder gasförmig ist. Sie bildet bei Dampf- und Gasturbinen fast die einzige Ausführungsform. Dieser Fall wird S. 296 ff. jedoch gesondert behandelt, weil auch besondere Verfahren, die nicht übergangen werden sollen, gebräuchlich sind.

40. Allgemeines.

Die Flußlinien der Axialräder verlaufen achsparallel (wenigstens bei raumbeständiger Flüssigkeit und Drehungsfreiheit). Die Stromlinien liegen dann auf Kreiszylindern, die sich in die Ebene abwickeln lassen. Die Schaufelschnitte ordnen sich in der Abwicklung geradlinig aneinander (Abb. 133 oder 14). Dadurch wird eine weitergehende Verfolgung der Strömung als bei den anderen Radformen möglich. Diese Heranziehung von Kreiszylindern als Flußflächen darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß die einzelnen Flüssigkeitsteilchen in Wirklichkeit Bahnen beschreiben, die sich nicht auf Kreiszylindern unterbringen

[1] Lell, I.: Die hydraulischen Maschinen von Pumpspeicherwerken, Beiheft 1 der Zeitschrift „Die Wasserwirtschaft", Stuttgart 1949.

lassen; denn einmal bewegt sich die Durchflußströmung relativ zum Rad mit dem Wirbel $-\omega$ (nämlich dem S. 28f. behandelten relativen Kanalwirbel), dessen in Abb. 134 eingezeichnete Bahnen I wieder in Ebenen senkrecht zur Achse und vorwiegend auch senkrecht zu den zylindrischen Flußflächen liegen. Dadurch erhalten die Relativgeschwindigkeiten zusätzliche Komponenten, die an der Nabe und am Gehäuseumfang vorwiegend in Richtung des Umfangs und im übrigen Teil radial gerichtet sind. Diese Vorgänge dürften die Schaufelarbeit wenig beeinflussen[1], sie haben aber Bedeutung für den Abtransport von Grenzschichten.

Ferner bewirkt die Zähigkeit des Fördermittels, daß sich an den Schaufeln die schon in Abschn. 6 besprochenen Toträume bilden, die den Fliehkräften stärker unterliegen als die Durchflußströmung, weil sie die volle Geschwindigkeit der Schaufel besitzen. Diese Toträume bilden sich hauptsächlich an der konvexen Rückseite der Schaufel inder Nähe der Austrittskante (Abb. 15). In geringerem Maße entstehen sie auch an der Vorderseite der Schaufel, dort wo nach Abb. 14 die Strömung sich verlangsamt. Diese Toträume werden also nach außen geschleudert, wodurch eine Sekundärbewegung II entsteht. Ihre Wirkung wird noch verstärkt durch das auf der Rückseite der Schaufel radial nach außen gerichtete Druckgefälle, weil die dort gegenüber dem Saugrohr auftretende Drucksenkung Δh (s. S. 64ff.) von innen nach außen wächst. Die Grenzschichtbewegungen II bedeuten eine Absaugung der Grenzschicht, die mindestens ebenso wirksam ist, wie sie beim radialen Laufkanal S. 51 erwähnt wurde. Sie haben die günstige Auswirkung, daß Verlangsamungen im Laufkanal mit geringeren Verlusten verbunden sind[2] als im Leitkanal und lassen es zweckmäßig erscheinen, axiale Pumpen und Verdichter mit hohem Reaktionsgrad auszuführen (s. S. 42 ff. u. 220). (Aus dem gleichen Grunde sind Vergleichsversuche an ruhenden Schaufeln nur mit Einschränkung zu verwerten.) Der Reaktionsgrad hat aber auch, wie später in Abb. 136 gezeigt werden wird, Einfluß auf die Zuströmgeschwindigkeit zu Lauf-

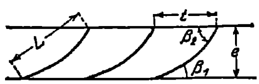


Abb. 133. Axiales Schaufelgitter.

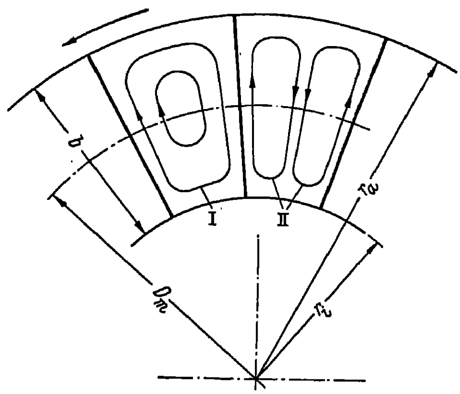


Abb. 134. Sekundärströmungen I und II im axialen Laufkanal.

[1] Vgl. C. Pfleiderer: Die Kreiselpumpen, 1. Aufl., Gl. (12) S. 81.
[2] Mühlemann, E.: Mitt. a. d. Institut f. Aerodynamik, Zürich 1946, Nr. 12.

und Leitrad, die im Hinblick auf Verluste sowie Kavitation oder Überschall klein zu halten ist. Bei Verdichtern für hohen Druck führt diese Rücksicht (d. h. auf Kleinhaltung von w_0/u und c_3/u) zu der Reaktion von 50%.

Bei der Berechnung können die Unterströmungen I und II unberücksichtigt bleiben.

a) Schaufelform und Reaktionsgrad.

Die möglichen Schaufelformen unterscheidet man wieder am besten nach dem *Reaktionsgrad* $\mathfrak{r}$. Dieser läßt sich beim Axialrad besonders einfach ausdrücken [*V, 29*]. Nach der Hauptgleichung ist

$$g\,H_{\text{th}} = u\,(c_{3u} - c_{0u}) \qquad (40,1)$$

worin $c_{3u} - c_{0u} = w_{0u} - w_{3u}$ oder $\Delta c_u = \Delta w_u$. Ferner ist

$$\mathfrak{r} = \frac{H_p}{H} \approx \frac{(H_p)_{\text{th}}}{H_{\text{th}}} = \frac{(w_0^2 - w_3^2)/2g}{u\,(c_{3u} - c_{0u})/g} = \frac{w_0^2 - w_3^2}{2\,u\,(w_{0u} - w_{3u})}\,.$$

Wenn man nun gleich große Meridiankomponenten am Ein- und Austritt des betrachteten Schaufelschnitts annimmt, was bei raumbeständiger Flüssigkeit fast stets, bei Gasen meist mit genügender Näherung zutrifft, so ist (Abb. 135)

$$w_0^2 - w_3^2 = w_{0u}^2 - w_{3u}^2 = (w_{0u} - w_{3u})\,(w_{0u} + w_{3u}).$$

Also wird $\mathfrak{r} = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{w_{0u} + w_{3u}}{u}$.

Darin stellt $1/2 \cdot (w_{0u} + w_{3u}) = w_\infty \cos\beta_\infty = w_{\infty u}$ die Umfangskomponente der halben Vektorsumme $CA_\infty = w_\infty$ von w_0 und w_3 dar, also des Mittelwertes der Zu- und Abströmungsgeschwindigkeit des Rades (vgl. S. 197). Man erhält also den einfachen Ausdruck

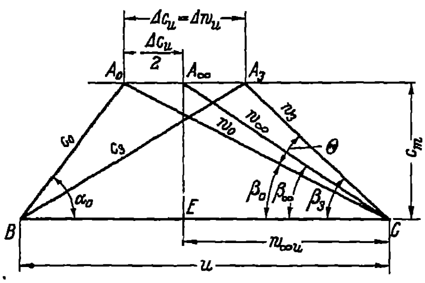


Abb. 135. Geschwindigkeitsplan des Axialrades.

$$\mathfrak{r} = \frac{w_{\infty u}}{u}\,. \qquad (40,2)$$

Diese Gleichung ist eine andere Ausdrucksform der für jede Beaufschlagungsrichtung gültigen Gl. (8, 9). Demnach nimmt der Reaktionsgrad ab, wenn der Mittelpunkt A_∞ von $\overline{A_0 A_3}$ in Abb. 135 nach rechts wandert. Wir wollen dies an den wichtigsten Beispielen in Abb. 136 veranschaulichen, die wir nach steigendem Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ ordnen. Neben die Geschwindigkeitspläne sind die zugehörigen Schaufeln gezeichnet, indem für die Laufschaufeln die Richtung der Relativ-, für die Leitschaufeln die Richtung der Absolutgeschwindigkeiten zugrunde gelegt ist. Da die Dampfturbinenschaufel später eine besondere Berücksichtigung erfährt, sind in den Geschwindigkeitsplänen und Schaufelbildern *die* Verhältnisse angenommen, wie sie bei Pumpen, insbesondere Verdichtern vorliegen, bei denen nach S. 51 ff. die

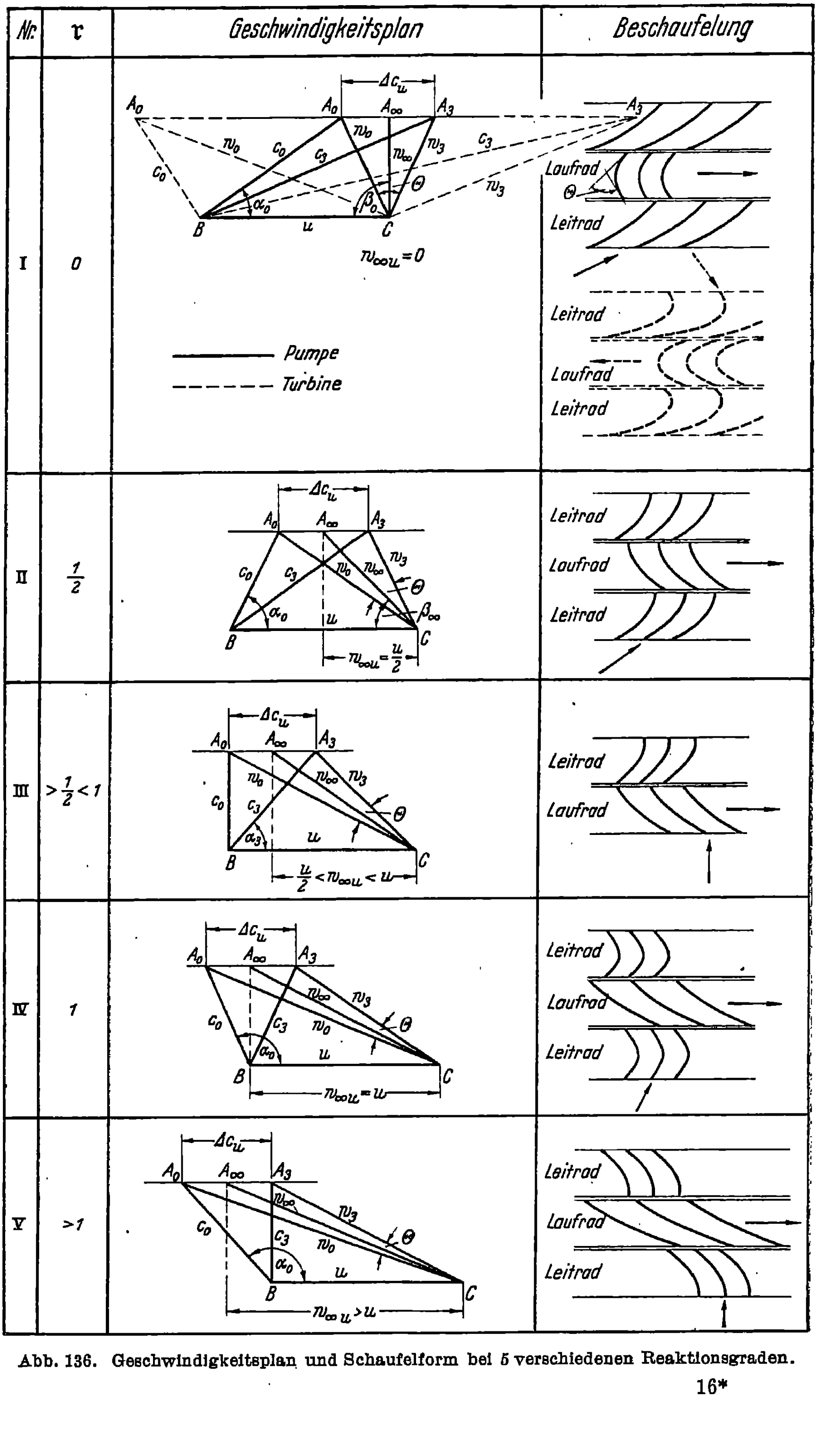


Abb. 136. Geschwindigkeitsplan und Schaufelform bei 5 verschiedenen Reaktionsgraden.

flache Schaufel am Platze, d. h. $\overline{A_0 A_3} = \Delta c_u = \Delta w_u$ klein gegenüber u ist (während bei Dampf- und Gasturbinen die Schaufel stärker gekrümmt und deshalb Δc_u meist größer als u ist. Dieser Fall ist gestrichelt bei Anordnung I angegeben). Die Darstellung entspricht der früheren Abb. 24. Jedoch ist jetzt auf Drallfreiheit im Saugmund verzichtet, weil diese im Fall der Mehrstufenanordnung meist nicht angewendet wird.

Die in die Schaufelgitter eingetragenen Strömungsrichtungen beziehen sich ebenfalls auf Pumpen und sind im Fall der Turbine umzukehren. Im einzelnen ist Folgendes zu sagen, zu Anordnung:

I. $w_{\infty u} = 0, \mathfrak{r} = 0$: Die Laufschaufel hat die für Gleichdruck kennzeichnende Hakenform. Bei Pumpen ohne Bedeutung, dagegen sehr wichtig bei Dampf- und Gasturbinen, (ebenso beim PELTON-Rad) entsprechend der gestrichelt gezeichneten Form, also mit vergrößertem Δc_u (s. S. 41ff. und 156ff. bzw. 162ff.).

II. $w_{\infty u} = u/2$, $\mathfrak{r} = 1/2$: Punkt A_∞ liegt auf dem Mittellot über u. Ein- und Austrittsdreiecke sind kongruent. Die Profile von Leit- und Laufschaufel können also ebenfalls kongruent sein. Weil $w_0 = c_3$ ist die Gefahr des Überschalls beim Lauf- und Leitrad gleich und deshalb (bei gegebenem $\Delta c_u/u$) ein *Minimum.* Deshalb mit Vorliebe verwendet bei mehrstufigen Verdichtern. Jedoch auch bei Dampfturbinen (Trommelturbinen) mit vergrößertem Δc_u viel gebräuchlich (s. S. 301).

III. $u > w_{\infty u} > u/2$, aber $\alpha_0 = 90°$, $c_{0u} = 0$, $0{,}5 < \mathfrak{r} < 1$: Nur hier besteht also Drallfreiheit im Saugmund. Von großer Bedeutung bei einstufigen Maschinen, nämlich Wasserpumpen, Ventilatoren und KAPLAN-Turbinen; aber auch beim mehrstufigen Verdichter verwendet.

IV. $w_{\infty u} = u$, $\alpha_0 > 90°$, $c_{0u} = -c_{3u}$, $\mathfrak{r} = 1$: Das Leitrad hat also hier nicht den Betrag, sondern nur die Richtung der Geschwindigkeit zu ändern, ist somit eine Hakenschaufel (Umkehrschaufel), beim Verdichter vereinzelt angewendet (Abb. 188). Umkehrung des Falles I.

V. $w_{\infty u} > u$, $\alpha_0 \gg 90°$, $c_{3u} = 0$, $\mathfrak{r} > 1$: Bei einstufigen Maschinen tritt hier das saugseitige Leitrad an Stelle des druckseitigen, welches also entbehrlich ist. Die Anordnung wird vereinzelt verwendet (s. S. 293).

Bei gleichem $\Delta c_u/u$ haben alle diese Anordnungen nach der Hauptgleichung die gleiche Druckziffer. Dann nimmt offensichtlich der Umlenkwinkel $\beta_3 - \beta_0 \equiv \Theta$ der Laufschaufel mit wachsendem $\mathfrak{r}$ stark ab, so daß die Schaufel flacher wird. Wird in allen Fällen das gleiche Θ verwendet, so wächst offenbar $\Delta c_u/u$ und damit die Druckziffer mit wachsendem $\mathfrak{r}$.

Wichtig ist ferner, daß das gleiche Θ, also das gleiche Profil mit wachsendem c_m, also wachsender Lieferziffer c_m/u ebenfalls wachsendes $\Delta c_u/u$, also wachsende Druckziffer ergibt. Hinsichtlich Kavitation und Überschall verhalten sich die Bauarten sehr verschieden. Die Gefährdung durch Überschall ist nach Abschn. 15 um so größer, je größer w_0/u bzw. c_3/u und bei Anordnung II am geringsten.

b) Verwindung der Schaufeln.

Die Axialschaufel ist ihrer Natur nach doppelt gekrümmt, d. h. ihr Profil ist in jedem Zylinderschnitt verschieden, weil die Geschwindigkeiten wechseln. Der Grad dieser „Verwindung" entscheidet häufig über die Ausführbarkeit der Schaufel. Er nimmt von Fall I nach V hin ab und ist für drehungsfreie Strömung besonders groß. Diese soll zunächst betrachtet werden.

α) *Drehungsfreie Strömung.* Wie bei den früher behandelten Schaufeln mit Doppelkrümmung (s. S. 113ff.) muß auch hier Gleichheit der Schaufelarbeit H_{th} für alle Flußflächen verlangt werden, also — nach

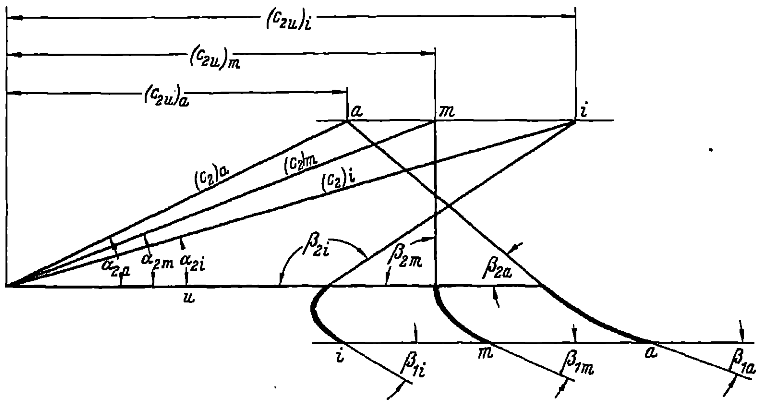


Abb. 137. Geschwindigkeitsplan für die Druckkante der langen Dampfturbinenschaufel nach Abb. 138 b bei Wirbelfreiheit.

der Hauptgleichung — Gleichheit von $r(c_{3u} - c_{0u}) = r\,\Delta c_u$. Fügt man dann noch die Forderung hinzu, daß die Strömung dem Laufrad drehungsfrei zugeführt werde, so folgt Gleichheit der Drallwerte $K = r\,c_u$ längs des Halbmessers vor und hinter dem Rad. Dann muß auch — wie nachher bewiesen wird — die Meridiankomponente c_m unabhängig von r, also längs der Schaufelkante konstant sein, gleichgültig, ob raumbeständige Flüssigkeit vorliegt oder nicht. Bei raumbeständiger Flüssigkeit bleiben dann die Flußlinien achsparallel.

Abb. 137 und 138 zeigen die Geschwindigkeitspläne für die Druck- und Saugkante der langen Axialschaufel (Abb. 138b) einer Dampfturbine, wobei in Abb. 138 Drallfreiheit an der Saugkante, also $\alpha_0 = 90°$ angenommen ist. Man sieht, daß die Dreiecke mit wechselndem Radius r, also wechselndem u sich stark ändern. Für die Saugkante ist in Abb. 138a noch der Fall berücksichtigt, daß dort ein negativer Drall $r\,c_{0u}$ (Gegendrall also $\alpha_0 > 90°$) vorhanden ist.

(Da bei Dampfturbinen die Auseinanderstellung der Schaufeln in weitem Bereich vernachlässigt werden kann, sind in den Abbildungen die Fußzeichen 2 und 1 statt 3 und 0 verwendet.)

Auffällig ist die starke Änderung der Winkel β_2 und β_1, die sich dahin auswirkt, daß das Schaufelprofil an der Nabe im vorliegenden Fall die

Hakenform der Gleichdruckschaufel und außen die flache Form der Schaufel hohen Überdrucks hat (Abb. 137). Dies ist leicht dadurch zu erklären, daß der Spaltdruck infolge des Kreisens der Strömung mit wachsendem r ansteigt (Potentialwirbel). Diese starken Änderungen des Winkels β_2, wie sie aus Abb. 137 und 138b ersichtlich sind, können bei Turbinen zugelassen werden. Bei Pumpen wäre dies nicht möglich. In Abschn. 31a ist bereits gezeigt worden, daß bei Pumpen mit langen

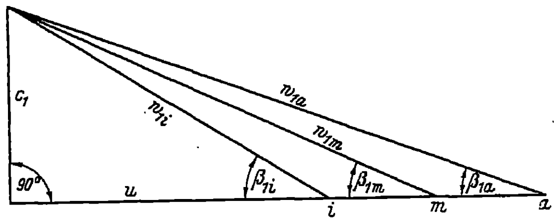


Abb. 138. Drallfreiheit.

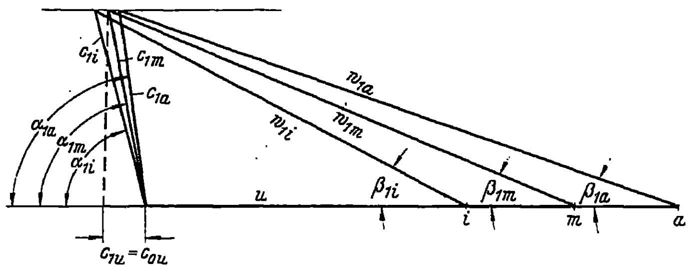


Abb. 138a. Vorhandensein eines Dralls $r\,c_{0u} = r\,c_{1u}$.

Abb. 138, 138a. Geschwindigkeitsplan für die Saugkante.

Schaufeln der Winkel β_2 an der Nabe den Wert 90° möglichst nicht überschreiten soll, so daß also lange Schaufeln hier nur in Verbindung mit erhöhter Schnellläufigkeit möglich sind, und bisweilen auf Drehungsfreiheit verzichtet werden muß (untenstehender Fall γ).

Man erkennt ferner die gleichzeitig eintretende Änderung des Winkels α_2 der Absolutströmung an der Druckkante (also auch des Winkels α_4 des Leitschaufelendes), so daß also axiale Leitschaufeln grundsätzlich doppelt gekrümmt werden müssen. Diese Ergebnisse, die auf der Annahme der Wirbelfreiheit vor und hinter dem Laufrad, also der Konstanz des Dralls in diesen Räumen beruhen[1], bringen die folgenden Unbequemlichkeiten mit sich.

1. Bei großen Schaufellängen $b = r_a - r_i$ wird die Verwindung der Lauf- und Leitschaufeln recht groß und deshalb die Herstellung erschwert,

[1] Inwieweit diese Konstanz des Dralls in Wirklichkeit bestätigt wird, zeigen die Arbeiten [*V, 15 bis 17, 20 bis 23*] ferner [*III, 8* S. 496ff.].

2. bei Pumpen kommt hinzu, daß auf Kavitation bzw. Schallgeschwindigkeitsnähe erhöhte Rücksicht zu nehmen, also w_0 klein zu halten ist, ferner daß nach Abschn. 31a der Winkel β_{2i} an der Nabe einen bestimmten Wert nicht übersteigen soll.

Dieser Größtwinkel beträgt bei senkrechtem Eintritt 90°. (Bei Eintritt mit Drall ist er größer oder kleiner als 90°, je nachdem dieser Eintrittsdrall gleich- oder gegensinnig zur Raddrehung gerichtet ist.) Wegen dieser Beschränkung des Nabenwinkels β_{2i} ist die Länge der Schaufeln bei Pumpen nach oben begrenzt, wenn man nicht an der Spitze sehr flache Profile, also kleine Druckziffern in Kauf nehmen will. Bei mehrstufigen Verdichtern ist man aber zur Beschränkung der Stufenzahl auf hohe Druckziffern angewiesen.

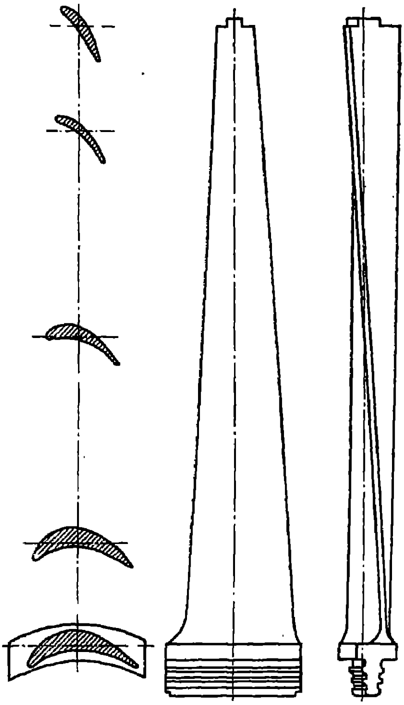


Abb. 138b. Lange Axialschaufel für die letzte Stufe einer Dampfturbine.

Wegen dieser Erschwernisse setzt man sich vielfach über die Bedingung des konstanten Dralls, sowohl bei Turbinen wie Pumpen hinweg. Bei Dampfturbinen haben langjährige Versuche ergeben, daß die zylindrische Schaufel bei mäßiger Länge b (wie sie im Hoch- und Mitteldruckteil vorliegt) und bei 50% Reaktion im wesentlichen die gleichen Wirkungsgrade liefert wie die verwundene Schaufel [*IV, 20, Bericht Nr. 2 in Sektion E 3*]. Lange Schaufeln von Turbinen und ebenso die Pumpenschaufeln werden verwunden. Aber man wählt solche Verfahren, bei denen diese Verwindung mäßig bleibt. Unter diesen seien die folgenden hervorgehoben, da sie praktisch besonders wichtig sind.

β) Die Leitschaufeln werden nicht verwunden, also zylindrisch ausgeführt. Die Verwindung der Laufschaufeln ist dementsprechend zu bestimmen. Diese Maßnahme ist besonders bei Dampfturbinen häufig.

γ) Die saugseitige Strömung des Rades wird passend gewählt, also die c_m- und c_u-Verteilung so vorgeschrieben, daß Verwindung und Mach-Zahl günstig sind. Dabei kommt es nicht darauf an, ob diese Strömung eine Potentialströmung ist oder nicht.

δ) Der Reaktionsgrad (welcher bei gleichbleibendem Drall radial einwärts stark abnimmt, falls er nicht gleich ist) wird über die ganze Schaufellänge konstant gehalten. Hiernach wird besonders bei Pumpen (Verdichtern) in Verbindung mit 50% Reaktion häufig verfahren (S. 254f).

Im Folgenden soll zunächst eine Gesetzmäßigkeit abgeleitet werden, die aber nur für achsensymmetrische Strömungen *gleichen Energieinhalts* gilt, nämlich die *Gleichgewichtsbedingung.*

Im Spaltraum zwischen Leit- und Laufrad hat jedes Flüssigkeitsteilchen eine Umfangskomponente c_u und eine Meridiankomponente c_m. Die gegebenenfalls vorhandene radiale Komponente (S. 241) soll vernachlässigt werden. Da jedes Teilchen gleichen Energie-Inhalt haben soll (auch wenn eine Drehung hereinkommt), so gilt die BERNOULLI-Gleichung $h + c^2/2g = \text{const.}$, oder

$$dh + \frac{c}{g}\,dc = 0$$

(h = Druckhöhe in mkg/kg oder m Flüssigkeitssäule). Andererseits entstehen durch das Kreisen der Flüssigkeit mit der Umfangskomponente c_u Fliehkräfte, also eine Drucksteigerung auf dem Radienelement dr, welche — wenn die radiale Geschwindigkeitskomponente vernachlässigt wird — beträgt

$$dh = \frac{1}{g}\,\frac{c_u^2}{r}\,dr. \tag{40, 3}$$

Die Elimination von dh aus den beiden vorstehenden Gleichungen liefert:

$$c\,dc + \frac{c_u^2}{r}\,dr = 0. \tag{40, 4}$$

Diese „*spezielle Gleichgewichtsbedingung*" gilt also nur für solche achsensymmetrischen Strömungen, welche gleichen Energie-Inhalt und keinerlei radiale Strömungskomponenten besitzen.

c) Kritik der verschiedenen Strömungsformen.

α) Drehungsfreie Strömung (konstanter Drall). In diesem oben zuerst erwähnten Fall gilt der Flächensatz, wonach $r\,c_u = \text{const}$ oder nach Differentiation $r\,dc_u + c_u\,dr = 0$ ist. Nach Multiplikation dieser Gleichung mit c_u/r kann geschrieben werden

$$c_u\,dc_u + \frac{c_u^2}{r}\,dr = 0.$$

Die Vereinigung mit (40, 4) liefert

$$c\,dc - c_u\,dc_u = 0$$

oder

$$d\,(c^2 - c_u^2) = 0$$

oder

$$d\,c_m^2 = 0$$

also

$$c_m = \text{const},$$

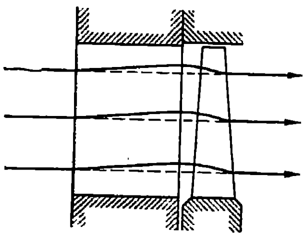


Abb. 139. Abkrümmung der Flußlinien nach außen infolge der Kompressibilität bei Drehungsfreiheit.

wie oben vorweggenommen wurde. Gleichbleibender Drall verlangt also auch gleichbleibendes c_m, wenn die Strömung im Gleichgewicht sein soll. *Wichtig ist, daß diese Ableitung auch für Gase gilt, weil γ nicht vorkommt.* Da dieser Wert bei Gasen im Spalt zwischen Leit- und Lauf-

kranz mit wachsendem r zunimmt, können hier jedoch die Flußlinien nicht achsparallel sein, sondern müssen innerhalb des Leitkranzes nach außen abbiegen. Abb. 139. Die Gleichheit von c_m gilt jeweils nur für den Bereich, wo diese radialen Komponenten verschwunden sind.

β) Zylindrische (nicht verwundene) Leitschaufeln. Sind nun aber die Leitschaufeln nicht verwunden und so eingesetzt, daß sie mit überall gleichbleibendem Winkel $\alpha_4 \approx \alpha_2$ in den Spalt auslaufen, so kann man bei genügend enger Schaufelstellung annehmen, daß auch im Spaltraum überall der gleiche Neigungswinkel α der Geschwindigkeit c gegen den Umfang, d. h. gegen die Umfangskomponente c_u vorhanden ist. (Ob sich diese Annahme mit den hier auftretenden Radialkomponenten verträgt, wäre noch zu prüfen.) Setzt man in Gl. (40, 4), welche gültig ist, da jedes Teilchen die gleiche Gesamtenergie besitzt, $c = c_u/\cos\alpha$, so erhält man nach kurzer Umformung, weil α unabhängig von r ist,

$$\frac{d c_u}{c_u} + \cos^2\alpha \cdot \frac{dr}{r} = 0.$$

Daraus folgt durch Integration, wenn K eine Integrationskonstante ist,

$$\ln c_u + \cos^2\alpha \cdot \ln r = \ln K$$

oder

$$c_u r^{\cos^2\alpha} = K = c_{ua}\, r_a^{\cos^2\alpha}, \qquad (40, 5)$$

wobei das Fußzeichen a sich auf den Außenrand des Rades bezieht.

An die Stelle des Flächensatzes tritt also eine im Aufbau ganz ähnliche Beziehung [*V*, *16*]. Da der Exponent von r stets kleiner als 1 ist,

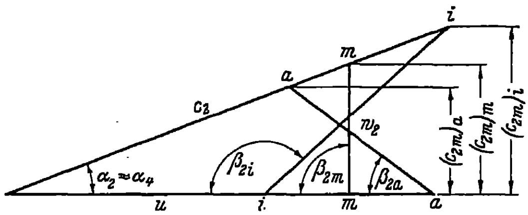


Abb. 140. Geschwindigkeitsplan für die Druckkante bei zylindrischer Leitschaufel.

so ändert sich jetzt c_u nicht mehr so stark mit r wie beim Flächensatz. Dafür wechselt aber c_m, wie Abb. 140 erkennen läßt, weil die Dreiecksspitzen A_2 sich auf dem freien Schenkel des konstanten Winkels α_2 bewegen, und zwar nimmt offenbar c_{3m} mit wachsendem r ab. Dadurch werden die Flußlinien im Spalt nach innen gedrängt und der oben erwähnte entgegengesetzte Einfluß einer etwaigen Dichteänderung überdeckt[1]. Gl. (40, 5) gilt aber nur für den Bereich der Strömung, wo die Flußlinien axial verlaufen, also in genügend weitem Abstand vom Leitrad. Ihre Gültigkeit setzt weiter voraus, daß die Unveränderlichkeit des Winkels α nach dem Ausgleich bestehen bleibt.

[1] Nach W. Traupel, Schweizer Arch. 16 (1950) S. 129ff. heben sich diese radialen Komponenten auf, wenn auf Schallgeschwindigkeit entspannt wird, also $c_2 = c_{kr}$.

Bemerkung zu α) und β). Die bei den vorstehenden Ableitungen gemachte Voraussetzung gleichbleibenden Energie-Inhalts in jedem Spaltraum längs des Halbmessers, die in der Anwendung der BERNOULLI-Gleichung zum Ausdruck kam, ist insofern nicht genau zutreffend, als der Betrag des Verlustes verschieden ist, weil die Geschwindigkeiten verschieden sind. Führt man die Untersuchung unter der für das Leitrad naheliegenden Annahme durch, daß die Verluste proportional dem Leitradgefälle sind, d. h. der Gitterwirkungsgrad η_a unabhängig von r konstant ist, so ergibt sich nach *[II, 8]*

im Fall α) $\quad c_u\, r^{\eta_a} = \text{konst}$ $\quad$ statt $c_u\, r = \text{konst.}$

im Fall β) $\quad c_u\, r^{\eta_a \cos^2\alpha} = \text{konst}$ $\quad$ statt $c_u\, r^{\cos^2\alpha} = \text{konst.}$

Der Einfluß dieser Änderung auf das Ergebnis ist aber gering[1].

Es entsteht nun die Frage, wie in diesem Fall β) die Strömung an der Saugseite des Laufrades beschaffen sein muß, d. h. wie dort die c_m- und c_u-Komponenten sich längs des Halbmessers ändern müssen, damit der Strömung überall die gleiche Energie entzogen wird. Nehmen wir gleiche Schaufelwirkungsgrade η_h an, so bedeutet diese Bedingung, daß auch die Schaufelarbeit H_{th} gleich sein muß.

Bei der Ableitung einer solchen Beziehung zwischen den Geschwindigkeiten auf beiden Radseiten muß die bereits erwähnte Abweichung der Flußlinien von der axialen Richtung beachtet werden, die daher rührt, daß die c_m-Komponenten sich längs des Halbmessers ändern. Wir wollen die Untersuchung auf allgemeiner Grundlage, aber für konstante Dichte durchführen und von den Verhältnissen ausgehen, wie sie in dem besonders wichtigen Fall des Verdichters vorliegen. Es sei also der Verlauf einer beliebigen Verteilung der c_u- und c_m-Komponenten auf der Saugseite des Rades gegeben, wie das dem dritten oben angeführten Fall γ entspricht und wobei der Energie-Inhalt der einzelnen Flüssigkeitsteilchen im Zu- oder im Abströmraum nicht mehr gleich zu sein braucht.

γ) Beziehungen zwischen den Geschwindigkeiten auf beiden Seiten des Axialrades (Allgemeine Gleichgewichtsbedingung). Die im Laufrad auftretende radiale Komponente sei in geringer Entfernung vom Laufrad abgeklungen, so daß dort die Strömung wieder auf Kreiszylindern vom Halbmesser r_0 bzw. r_3 (Abb. 140a) erfolgt.

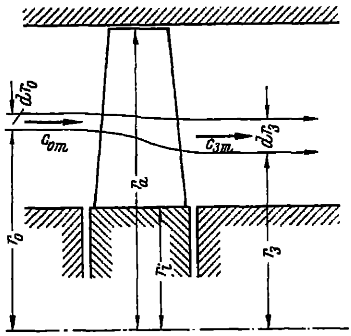


Abb. 140a. Strombild durch ein Axialrad bei nicht drehungsfreier Zu- oder Abströmung konstanter Dichte.

Die Schaufelarbeit je kg Arbeitsflüssigkeit beträgt:

$$H_{\text{th}} = h_3 - h_0 + \frac{1}{2g}(c_3^2 - c_0^2) \qquad (40, 6)$$

oder auch

$$H_{\text{th}} = \frac{\omega}{g}(r_3\, c_{3u} - r_0\, c_{0u}). \qquad (40, 7)$$

h_3 und h_0 sind die Drücke auf Druck- und Saugseite des Rades in m Flüssigkeitssäule, die nach Gl. (40, 3) infolge der Fliehkräfte nach

[1] Vgl. auch H. HAUSENBLAS: MTZ Bd. 13 (1952) S. 160/2.

außen anwachsen gemäß

$$d h_0 = \frac{1}{g} \frac{c_{0u}^2}{r_0} d r_0; \qquad d h_3 = \frac{1}{g} \frac{c_{3u}^2}{r_3} d r_3.$$

Da jedes Flüssigkeitsteilchen im Laufrad die gleiche Energieänderung erfährt, so ist H_{th} unabhängig von r und die Ableitung von Gl. (40, 6) gibt, wenn gleichzeitig dh_0 und dh_3 durch die Ausdrücke der letzten Gleichungen ersetzt werden,

$$\frac{c_{3u}^2}{r_3} dr_3 - \frac{c_{0u}^2}{r_0} d r_0 + \frac{1}{2}(d c_3^2 - dc_0^2) = 0 \tag{40, 8}$$

worin $c_3^2 = c_{3u}^2 + c_{3m}^2$, $c_0^2 = c_{0u}^2 + c_{0m}^2$.

Wir wollen nun den beim Verdichter vorliegenden Fall zugrunde legen, daß die saugseitige Geschwindigkeitsverteilung, d. h. die Abhängigkeit der Werte c_{0m} und c_{0u} von r_0 gegeben und die Geschwindigkeiten der Druckseite, d. h. c_{3m} und c_{3u} in Abhängigkeit von r_3 gesucht seien. Dann erhält man für c_{3u} aus der Hauptgleichung (40, 7)

$$c_{3u} = \frac{1}{r_3}\left(\frac{g H_{\text{th}}}{\omega} + r_0 c_{0u}\right)$$

also $dc_{3u} = \frac{1}{r_3}(r_0 dc_{0u} + c_{0u} dr_0) - \frac{1}{r_3^2}\left(\frac{g H_{\text{th}}}{\omega} + r_0 c_{0u}\right) dr_3$, so daß nur noch c_{3m} unbekannt ist und Gl. (40, 8) sich schreibt, wenn gleichzeitig die Glieder anders geordnet werden,

$$d(c_{3m}^2) = d(c_0^2) + 2\frac{c_{0u}^2}{r_0} dr_0 - 2\left(\frac{g H_{\text{th}}}{\omega} + r_0 c_{0u}\right)\frac{d(r_0 c_{0u})}{r_3^2}. \tag{40, 9}$$

Dies ist die *allgemeine Gleichgewichtsbedingung*. Sie ist exakt richtig, wenn die Fußzeichen $_0$ und $_3$ auf Stellen bezogen werden, die so weit von den Schaufelkanten abliegen, daß radiale Komponenten verschwunden sind. Es ist also nicht ohne weiteres zulässig, c_0 oder c_3 mit Schaufelabmessungen in Verbindung zu bringen.

Bemerkenswert ist, daß die Glieder mit dr_3 herausgefallen sind. $\Big($Der Wert $\frac{g H_{\text{th}}}{\omega} + r_0 c_{0u}$ kann auch durch $r_3 c_{3u}$ ersetzt werden.$\Big)$ Diese Gleichung läßt sich leicht integrieren. Nur ist eine Beziehung zwischen r_0 und r_3 notwendig, weil im letzten Glied der rechten Seite neben r_0 auch r_3 erscheint.

Da aber die Kontinuitätsbedingung für konstante Dichte

$$r_3 c_{3m} dr_3 = r_0 c_{0m} dr_0$$

in allgemeiner Form nicht ausgewertet werden kann, so hilft man sich auf dem Weg stetiger Annäherung, indem man r_0 zunächst gleich r_3 setzt. Die Integrationskonstante, d. h. der c_{3m}-Wert am äußeren oder inneren Rand (deren Halbmesser gleich r_a bzw. r_i sei), ist dadurch gegeben, daß der gesamte Durchfluß

$$V = 2\pi \int_{r_i}^{r_a} r_3 c_{3m} dr_3$$

bekannt ist.

Diese Bestimmung setzt auch wieder Probieren voraus. Am besten geht man so vor, daß man in der Differentialgleichung (40, 9) die Differentiale dr durch Differenzen Δr ersetzt.

Die so als 1. Näherung erhaltene c_{3m}-Linie (Abb. 140b) wird nun berichtigt, indem mittels der Kontinuitätsbedingung zu jedem Intervall Δr_0 berechnet wird

$$\Delta r_3 = \Delta r_0 \frac{r_0 c_{0m}}{r_3 c_{3m}}, \qquad (40,10)$$

wobei auch eine Nachprüfung der Integrationskonstanten stattzufinden hat (was wiederum eine Berichtigung der r_3-Werte mit sich bringt). Einige Anwendungen der Gl. (40, 9) seien besprochen:

I. *Drehungsfreie Strömung* wie Fall α, wobei also

$$r_0 c_{0u} = r_a c_{0ua} = \text{const}, \quad c_{0m} = c_{0ma} = \text{konst}.$$

Dann wird nach Gl. (40, 4) die rechte Seite von Gl. (40, 9) zu Null, also $c_{3m} = c_{3ma}$, wie verlangt werden muß.

II. Die saugseitige Strömung habe die *einheitliche Drehung* ω_0 um die Wellenachse, so daß $c_{0u} = \omega_0 r_0$. Sie verhalte sich also (wenn man vom Durchfluß absieht) wie ein starr rotierender Körper [*III, 9 Vol. 73, Nr. 1, S. 4*]. Die Beschaufelung (solid-body blading) muß sich nach den dann möglichen Geschwindigkeitsverteilungen richten.

Im Fall der Pumpe muß eine solche Zuströmung ungleichen Energie-Inhaltes durch ein umlaufendes axiales Vorschaltrad erzeugt werden (das mit etwa ω_0 umlaufen kann, wenn die einzelnen axialen Schaufelschnitte durchweg mit $\beta_2 \approx 90°$ auslaufen). Der durch diese bauliche Komplikation erreichte Vorteil liegt darin, daß am äußersten Halbmesser beliebig große, dem Drehsinn des eigentlichen Förderrades gleichgerichtete Umfangskomponenten erzeugt werden können und dadurch die Empfindlichkeit gegen Überschall herabgesetzt, also große Umfangsgeschwindigkeiten und große Stufenförderhöhen verwirklicht werden können, ohne daß eine starke Verwindung der Laufschaufel entsteht.

Bei dieser mit einer Drehung (Wirbel) behafteten Strömung wird die Bernoulli-Gleichung nicht eingehalten (ebenso wie bei der später behandelten Strömung δ). Dies braucht sich aber nicht nachteilig auszuwirken. Naturgemäß wird die spezielle Gleichgewichtsbedingung (40, 4) nicht erfüllt.

Die Ausrechnung mittels Gl. (40, 9) ergibt den in Abb. 140b angegebenen Verlauf von c_{3m}. Auch der aus der Hauptgleichung ermittelte Verlauf von c_{3u} ist ersichtlich. Die der Rechnung zugrunde liegenden Daten sind unter dem Bild angegeben.

Man sieht, daß c_{3m} nach außen abnimmt, wenn c_{0m} konstant ist. Empfehlenswert ist, große c_{0m}/u, also große Winkel β_0 zu wählen, wenn man sich nicht mit kleiner Vorrotation, also kleinem ω_0/ω begnügen kann.

Um den Einfluß der Verschiedenheit von r_0 und r_3 zu zeigen, ist in Abb. 140b der Wert von c_{3m} in 1. und 2. Näherung eingetragen. Man sieht, daß in diesem Fall der Einfluß der Verschiedenheit der Halbmesser recht gering ist. Auch der Verlauf des Reaktionsgrades $\mathfrak{r} = 1 - (c_3^2 - c_0^2)/2g\,H_{\text{th}}$, der wegen der Verschiedenheit der c_m-Werte

nicht mehr aus Gl. (40, 2) bestimmt werden darf, ist ersichtlich. Damit dieser nach innen nicht zu stark abfällt, also das Verfahren seine vollen Vorzüge offenbart, sind ω_0/ω und der Verlauf von c_{0m}/u_a entsprechend vorzuschreiben.

III. *Druckseitiger Geschwindigkeitsverlauf des Laufrades gegeben. Verlauf der Saugseite, d. h. c_{0m} und c_{0u} gesucht.* (Fall der Dampfturbine.) Gl. (40, 9) ist jetzt wie folgt zu schreiben

$$d(c_{0m}^2) = d(c_3^2) + 2\frac{c_{3u}^2}{r_3}dr_3 - 2\left(r_3 c_{3u} - \frac{g H_{\text{th}}}{\omega}\right)\frac{d(r_3 c_{3m})}{r_0^2}. \quad (40, 11)$$

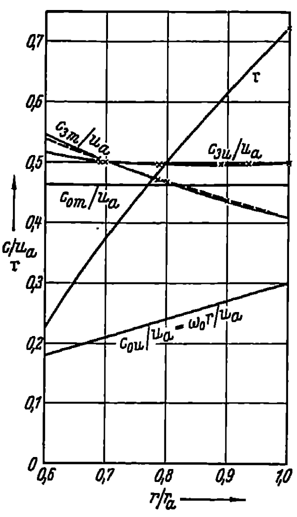


Abb. 140 b.

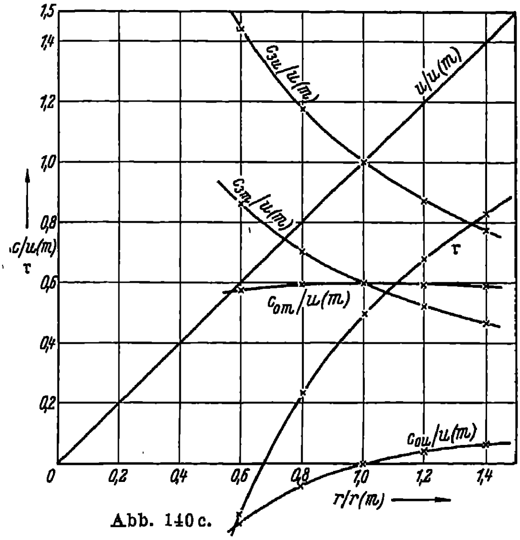


Abb. 140c.

Abb. 140b. Geschwindigkeitsverteilung über den Halbmesser einer Verdichterstufe bei saugseitiger gleichförmiger Drehung $\omega_0 = 0{,}3\,\omega$, also mit $c_{0u} = \omega_0 r$ und konstantem $c_{0m} = 0{,}465\,u_a$, $(\Delta c_u/u_a) = 0{,}2$ (s. u. γ. II).
- - - - - - - Verlauf 1. Näherung von c_{3m}; ———— Verlauf 2. Näherung von c_{3m}.

Abb. 140c. Geschwindigkeitsverteilung über den Halbmesser eines Dampfturbinenrades mit zylindrischen Leitschaufeln für folgende Daten: $\operatorname{tg}\alpha_3 = 0{,}6$, im Mittelschnitt: $\alpha_0 = 90°$, $\Delta c_u/u(m) = 1$, $c_{3m}/u(m) = 0{,}6$, [$u(m)$ bezieht sich auf den mittleren Schaufeldurchmesser].

Zylindrische Leitschaufeln. Diese Gleichung kann nun dazu verwendet werden, um die am Schluß des Abschnittes β) (S. 250) gestellte Frage nach dem Verlauf der Strömung auf der Saugseite im Falle zylindrischer, d. h. nicht verwundener Leitschaufeln zu beantworten. Mit Gl. (40, 5), d. h. mit $c_{3u}\,r_3^{\cos^2\alpha_3} = c_{3ua}\,r_a^{\cos^2\alpha_3}$ liefert Gl. (40, 11) nach Durchführung der Integration zwischen den Grenzen r und r_a in erster Näherung, d. h. mit $r_0 = r_3$

$$c_{0m}^2 - c_{0ma}^2 = c_{3ma}^2\left[\left(\frac{r_a}{r}\right)^{2\cos^2\alpha_3} - 1 - \frac{2g H_{\text{th}}}{\omega r_a c_{3ua}}\cdot\frac{\left(\frac{r_a}{r}\right)^{1+\cos^2\alpha_3} - 1}{\frac{1}{\cos^2\alpha_3} + 1}\right]. \quad (40, 12)$$

Die Auswertung zeigt, daß c_{0m} weniger nach außen abnimmt als c_{3m} und im Fall der Dampfturbine, wo senkrechtes Abströmen angestrebt, also im Mittel $c_{0u} \approx 0$ ist (Abb. 140c), sogar konstant sein

kann. Die für c_{0m} erhaltene erste Näherung nach Gl. (40, 12) ist meist genügend genau.

Auch in diesem Fall β) werden die Laufschaufeln nicht so stark verwunden, wie im Fall α), wenn auch die Fälle γ) oder δ) weit überlegen sind.

Zylindrische axiale Leitschaufeln sind bei der Dampfturbine sehr beliebt. Sollten sie bei der Pumpe verwendet werden, so muß die Form der Laufschaufeln besonders sorgfältig den Strömungsbedingungen angepaßt und ferner eine starke Krümmung der Profile vermieden werden.

IV. Auch bei der *Ausbildung des Leitkranzes* ist die allgemeine Gleichgewichtsbedingung zu beachten, damit eine mögliche Geschwindigkeitsverteilung zugrunde gelegt wird. In Gl. (40, 9) sind bei dieser Untersuchung die Fußzeichen 0 durch 3 und 3 durch 6 zu ersetzen. Sinngemäß tritt auch $r_6\, c_{6u}$ an Stelle von $g\, H_{\text{th}}/\omega + r_0\, c_{0u} = r_3\, c_{3u}$, so daß für Gl. (40, 9) zu schreiben ist

$$d(c_{6m})^2 = d(c_3^2) + 2\,\frac{c_{3u}^2}{r_3}\,d\,r_3 - 2\,r_6\,c_{6u}\,\frac{d(r_3\cdot c_{3u})}{r_6^2}\,. \qquad (40,13)$$

Handelt es sich um eine Zwischenstufe einer mehrstufigen Maschine und um raumbeständige Flüssigkeit, so wird man bestrebt sein, gleiche Geschwindigkeitsverhältnisse in jeder Stufe herzustellen. Dann kann das Fußzeichen 6 durch 0 ersetzt werden, und die vorstehende Gleichung wird identisch mit Gl. (40, 11).

Wenn aber das Strombild der Abströmung nicht mit dem der Zuströmung übereinstimmen kann, wie beispielsweise bei starker Dichteänderung oder in der letzten Stufe mehrstufiger Maschinen, wo $c_{6u} = 0$ gewünscht wird, dann muß die vorstehende Gleichung beachtet werden, damit die Profile der Leitschaufeln richtig ausgebildet werden.

δ) Konstanter Reaktionsgrad längs der Schaufel. Diese Ausführung genügt bei der Reaktion $\mathfrak{r} = 1$ (Abb. 136, IV) der Bedingung konstanten Dralls. Sie gehört dann zum Fall α) und braucht hier nicht behandelt zu werden. Anders ist es mit 50% Reaktion. Diese Reaktion ist besonders wichtig, weil beide Mach-Zahlen w_0/a und c_3/a ein Minimum werden für gegebenes Δc_u. Außerdem können die Profile der Leit- und Laufschaufeln kongruent sein. Die Aufrechterhaltung der Bedingung gleichbleibenden Dralls würde jetzt eine starke Änderung der Reaktion längs des Halbmessers verlangen und zu sehr starker Verwindung der Profile führen, so daß sie nur bei kurzen Schaufeln möglich ist. Bei langen Schaufeln schreibt man deshalb konstante Reaktion vor. Zwar verzichtet man dadurch auf Drehungsfreiheit, und der Energie-Inhalt der Flüssigkeitsteilchen ist auf der gleichen Radseite ungleich (wie im Fall γ, II). Aber die Ergebnisse werden trotzdem verbessert. Wie bei dem unter γ) behandelten Fall des solid-body besteht die Schwierigkeit, schon in der ersten Stufe des Verdichters die beabsichtigte Zuströmung genau zu verwirklichen, d. h. der mit gleichem Energie-Inhalt eintretenden Strömung eine ungleiche Energieverteilung aufzuzwingen. Es ist aber bemerkenswert, daß in

den angelsächsischen Ländern dieses Verfahren bei Verdichtern mit Erfolg stark verbreitet ist [*III*, *8* und *II*, *8*].

Für jede Flußlinie wird $c_{0m} = c_{3m} = c_m$ genommen (wobei kleine Änderungen dieses Wertes längs der Schaufel zugelassen werden). Dann bleibt nach Abb. 141 die Kongruenz der Geschwindigkeitsdreiecke des Ein- und Austritts für jeden Zylinderschnitt bestehen, also $\alpha_0 = \beta_3$ und $\alpha_3 = \beta_0$. Zu berücksichtigen ist, daß

$$\Delta c_u = g\, H_{\text{th}}/(r\, \omega) \tag{40, 14}$$

mit abnehmendem r wächst. Diese Strömung kann verwirklicht werden, weil sie die allgemeine Gleichgewichtsbedingung der Gl. (40, 9) befriedigt, wie man sich leicht überzeugen kann. Die spezielle Gleichgewichtsbedingung Gl. (40, 4) kann dagegen nicht erfüllt werden, weil die BERNOULLI-Gleichung nicht eingehalten ist.

Folgende Ausführungsarten bestehen:

1. Gleichbleibendes c_m längs des Halbmessers, Fall a in Abb. 141. Dabei wachsen die Schaufelwinkel mit abnehmendem $u = r\,\omega$.

2. Gleichbleibender Eintrittswinkel $\alpha_3 = \beta_0$, Fall *b* in Abb. 141. Hier kann das gemäß Gl. (40, 14) sich ändernde Δc_u offenbar nur untergebracht werden, wenn neben $\alpha_0 = \beta_3$ auch die Meridiankomponenten c_m sich mit abnehmendem r verändern, und zwar wachsen wieder die Winkel, während c_m von der Schaufelspitze aus zur Nabe abnimmt. Die Abnahme von c_m ist aber nicht erheblich.

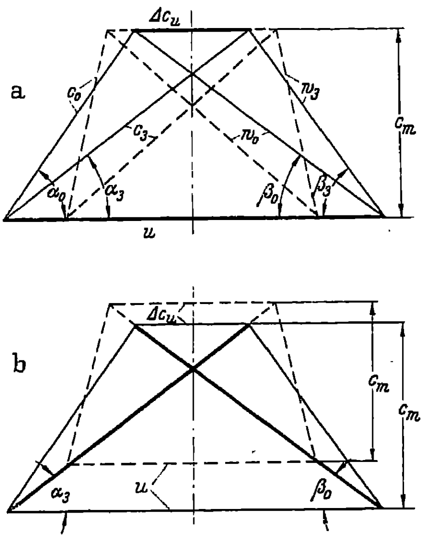


Abb. 141. Zwei Möglichkeiten der Verwirklichung konstanter Reaktion von 50 % längs einer Axialschaufel. a) c_m = konst. b) $\alpha_3 = \beta_0$ = konst.

Die Eigenart der Verfahren nach γ, II) oder δ) liegt in der (bereits erwähnten) Kleinheit der Verwindung, also der Möglichkeit der Anwendung längerer Schaufeln, ferner in der Verringerung der relativen Zuströmgeschwindigkeiten an den Schaufelspitzen, also der MACH-Zahlen, so daß höhere Umfangsgeschwindigkeiten und damit höhere Stufendrücke und kleinere Stufenzahlen erzielt werden. Die Schwierigkeit besteht in der Einhaltung der Grenzbedingung, d. h. der Verwirklichung des notwendigen Charakters der Zuströmung.

d) Druckziffer bzw. Laufzahl und Durchflußziffer.

Bei Turbinen bleibt im Berechnungspunkt der Abströmwinkel α_0 stets nahe an 90°, gleichgültig welcher Reaktionsgrad, d. h. welcher

der Fälle I bis V (Abb. 136) gewählt ist, so daß der saugseitige Drall $r\,c_{0u}$ keinen wesentlichen Einfluß auf die Fallhöhe hat und deshalb die Laufzahl (die hier an die Stelle der Druckziffer tritt), nämlich $u/C = 1/\sqrt{\psi}$ nur in Abhängigkeit vom Reaktionsgrad ausgedrückt zu werden braucht, wie dies ja auch in Abschn. 8 geschehen ist.

In der Pumpe wechselt aber α_0 stark mit dem Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$, wie Abb. 136, die ja für den Fall der Pumpe gezeichnet ist, erkennen läßt. Dies hängt damit zusammen, daß hier stets $\beta_2 < 90°$ sein sollte (s. S. 188). Deshalb tritt im Ausdruck für die Druckziffer ψ die relative Drallziffer $\delta_r = 1 - c_{0u}/u$ (s. S. 68ff. und 90ff.) als weitere unabhängige Variable zu $\mathfrak{r}$.

Wenn man nun noch vorschreibt, daß die Druckziffer stets auf die Spitzengeschwindigkeit u_a bezogen sein soll, wie das allgemein üblich ist, also setzt

$$H = \psi\, u_a^2/2g, \tag{40,15}$$

so kommt als dritte unabhängige Variable noch das Radienverhältnis r_a/r_i hinzu, weil die tatsächlich erreichte Förderhöhe von der kleinsten vorhandenen Umfangsgeschwindigkeit $u_i = r_i\,\omega$ abhängt. Die an diesem Halbmesser r_i erreichbare Druckziffer kann man annähernd gleich der des Radialrades, also bei senkrechtem Zustrom und mittlerer Reaktion (Abb. 21b) etwa gleich 1 setzen. Dann ist offenbar

$$\psi = (r_i/r_a)^2, \text{ für } \delta_r = 1 \text{ und mittleres } \mathfrak{r}. \tag{40, 16}$$

Es ist aber ferner zu berücksichtigen, daß die zulässige Spitzengeschwindigkeit u_a bei axialen Pumpen nicht von der Festigkeit des Rades abhängt, sondern ausschließlich von der Kavitations- bzw. Überschallgrenze (s. S. 70ff. und 81ff.) und hier wiederum die relative Drallziffer starken Einfluß nimmt. Deshalb kann die anwendbare Umfangsgeschwindigkeit meist nicht vorausgesagt werden (s. S. 294ff.). *Aus allen diesen Gründen kommt der Druckziffer ψ bei Axialpumpen nicht die gleiche große Bedeutung zu, die sie bei Radialpumpen besitzt.* Sie gibt keine zuverlässige Grundlage für die zu erwartende Förderhöhe und wird in ihrer Bedeutung heute etwas überschätzt.

Die *Durchflußziffer* oder *Lieferziffer*

$$\varphi = c_m/u_a$$

nehmen wir beim Verdichter im Einklang mit Abschn. 15 so groß an, daß an der Schaufelspitze eine relative Zuflußrichtung $\beta_{0a} = 32$ bis $38°$ entsteht, wobei dann der Durchmesser sich unmittelbar aus Gl. (15, 24) ergibt, wenn das Schaufelverhältnis $(r_a - r_i)/r_a$ und damit die Zahl k gewählt ist.

Allerdings bringen größere Winkel β_{0a} den Vorteil größerer Druckziffer und kleinerer Abmessungen, aber den Nachteil höherer Mach-Zahl, was jedoch nur bei hohen Verdichtungsgraden wichtig ist.

Bei der Axialmaschine bestehen besonders einfache Beziehungen zu den dimensionslosen Kennziffern.

Die Einlaufziffer beträgt

$$\varepsilon = \frac{c_m}{\sqrt{2gH}} = \frac{c_m}{u_a} \cdot \frac{u_a}{\sqrt{2gH}} = \frac{\varphi}{\sqrt{\psi}}, \tag{40,17}$$

Ferner errechnet sich mit $k = 1 - r_i^2/r_a^2$

$$V = c_m r_a^2 \pi k = \frac{c_m}{u_a} \frac{\pi n}{30} r_a^3 \pi k$$

und, wenn in (40, 15) $u_a = r_a \pi n/30$ gesetzt wird, die spezifische Drehzahl

$$n_q = \frac{30}{\sqrt{\pi}} (2g)^{3/4} \sqrt{k} \frac{\sqrt{\varphi}}{\psi^{3/4}} = 157{,}8 \sqrt{k} \frac{\sqrt{\varphi}}{\psi^{3/4}}, \tag{40, 18}$$

so daß aus der φ, ψ-Darstellung auch die spezifische Drehzahl entnommen werden kann, wenn die Nabenverengung k bekannt ist.

Bei Gas oder Dampf als Energieträger gestatten Rücksicht auf Verluste (hohe REYNOLDS-Zahlen) und die Rücksicht auf Festigkeit (verringerter Strömungsdruck) kleinere Schaufelquerschnitte als bei Wasser, ohne daß aber das Teilungsverhältnis t/L davon berührt wird. Dadurch kann bei mehrstufigen Maschinen die Baulänge erheblich herabgesetzt werden. Nach Gl. (41, 2) sind die Schaufelzahlen wesentlich höher. Dies zeigt anschaulich der Vergleich zwischen Dampfturbinen (Abb. 5) und KAPLAN-Turbinen (Abb. 112). Beim Verdichter hat diese Verkleinerung von e eine Ausdehnung des Abreißgebiets zur Folge.

e) Profilierung der Schaufeln.

Man kann die Schaufeln mit gleichbleibender dünner Wandstärke, (d. h. aus Blech) ausführen. Man kann sie auch profilieren wie auf S. 107 ff. besprochen. Dabei wird in Anlehnung an bewährte Tragflügelprofile die Wandstärke im mittleren Teil vergrößert und nach den Enden hin so verkleinert, daß vorn eine gute Abrundung und hinten ein spitzer Auslauf vorliegt.

In der späteren Abb. 147 sind einige Profile zusammengestellt. Die größte Dicke legt man auf die vordere Hälfte in mindestens 30 % Abstand vom Profilkopf. In den Fällen, wo Rücksicht auf Kavitation bzw. Überschall zu nehmen ist, empfiehlt es sich, diese „*Dickenrücklage*" auf 40 bis 50 % zu vergrößern. Diese Maßnahme bringt noch den wesentlichen weiteren Vorteil, daß die Grenzschicht über einen möglichst langen Teil des Profils laminar bleibt (wenn für eine glatte Oberfläche und laminare Zuströmung gesorgt werden kann) und also der Profilwiderstand sich wesentlich verringert. In nachstehender Zahlentafel ist für einige solcher seitens der NACA [*IV, 21*] entwickelten „*Laminarprofile*" symmetrischer Form (gerade Skelettlinie) der Verlauf der halben Dicke y in Abhängigkeit der von der Profilnase aus gemessenen Länge x angegeben und zwar beide Längen in Prozenten der Profillänge L (Abb. 141 a).

Laminarprofile.

NACA-Profil-Nr.	16—006	16—009	65—006	66—006
x	y	y	y	y
0	0	0	0	0
1,25	0,646	0,969	0,717	0,693
2,5	0,903	1,354	0,956	0,918
5,0	1,255	1,822	1,310	1,257
7,5	1,516	2,274	1,589	1,524
10	1,729	2,593	1,824	1,752
15	2,067	3,101	2,197	2,119
20	2,332	3,498	2,482	2,401
30	2,709	4,063	2,852	2,782
40	2,927	4,391	2,998	2,971
50	3,000	4,500	2,900	2,985
60	2,917	4,376	2,518	2,815
70	2,635	3,952	1,935	2,316
80	2,099	3,149	1,233	1,543
90	1,259	1,888	0,510	0,665
95	0,070	1,061	0,195	0,262
100	0,060	0,090	0	0
Radius an der Profilnase	0,176	0,396	0,240	0,223

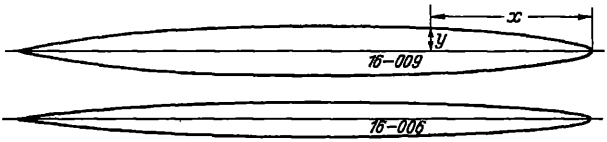


Abb. 141a. Zwei Profile mit großer Dickenrücklage (Laminarprofile).

Diese Profilformen sind insbesondere für Pumpen und Verdichter wichtig. Sie werden auf gekrümmte Skelettlinien in der Weise übertragen, daß die Dickenverteilung beibehalten wird. Naturgemäß wird der Charakter als Laminarprofil durch die Krümmung der Skelettlinie mehr oder weniger geändert. Da ferner in der Strömungsmaschine die Zuströmung turbulent und dazu meist nicht einmal stationär ist und die Gitterwirkung hinzukommt, so kann man natürlich nicht erwarten, daß alle guten Eigenschaften des Laminarprofils erhalten bleiben. In [*IV*, *21*] sind Skelettlinien auf theoretischem Wege ermittelt, die günstiger sein sollen als der Kreisbogen.

Die Profilierung bringt Vorteile vor der gewölbten, dünnen Platte bei genügend großen Schaufelabständen und hohen Reynolds-Zahlen $Re = \frac{L w_\infty}{\nu}$ (L die Schaufellänge, w_∞ der S. 242 erwähnte geometrische Mittelwert zwischen w_0 und w_3, ν die kinematische Zähigkeit). Die Grenze liegt bei $Re \approx 80000$, also etwa dort, wo beim Tragflügel die Grenzschicht an der Ablösungsstelle turbulent wird [*IV*, *12*, S. 316].

Dies ist besonders für die verzögerte Strömung, also bei der Pumpe, wichtig, wo man bei kleinen REYNOLDS-Zahlen und enger Schaufelstellung mit Vorteil die Blechschaufel verwendet. Sehr wichtig ist, daß die Empfindlichkeit gegen Eintrittsstoß durch die Profilierung herabgesetzt wird (S. 108). Hinsichtlich des Einflusses der Rauhigkeit vgl. S. 113. Zu beachten ist, daß die Druckverteilung und also auch die Leistung durch die Profilierung merkbar geändert und die Schaufelarbeit bei Pumpen verkleinert wird. Bei flachen Profilen kleiner Neigung und enger Teilung ist dieser Dickeneinfluß recht beträchtlich [*IV*, *22*, *Nr*. *24*].

f) Das Verhalten der Axialräder bei Teillast

ist schon in Abschn. 31 behandelt worden. Besonders ausgeprägt ist der rasche Abfall des Wirkungsgrades bei Teillast (Abb. 110a und 111b), womit der wachsende Leerlaufbedarf der Propellerpumpe bei abnehmender Förderung bzw. der hohe Leerlauf-Wasserstrom der Propellerturbine zusammenhängt. Bei der Dampfturbine wirkt sich dieser Nachteil aus den S. 370 angegebenen Gründen weit weniger aus.

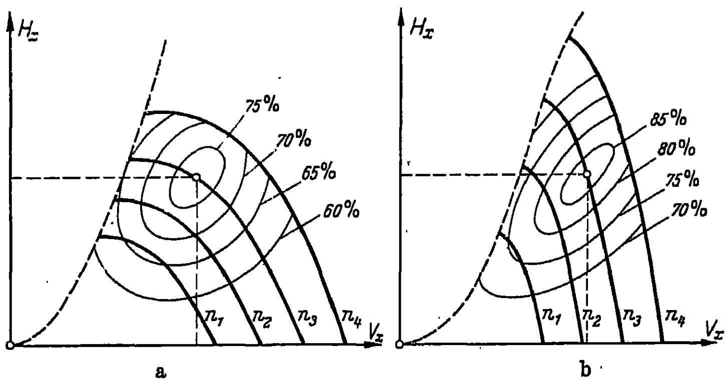


Abb. 141 b. Vergleich der Kennlinien des Radialverdichters (Abb. a) und des Axialverdichters (Abb. b).

Die Drosselkurve der Axialpumpe, d. h. die Linie gleicher Drehzahl im V_x, H_x-Schaubild, steigt bei der Axialpumpe ständig nach der H_x-Achse an (Abb. 109), sofern große b/r_a und kleine Druckziffern, d. h. Räder der im Beispiel *b*, Abschn. 44 behandelten Art vorliegen, wie sie insbesondere bei Wasserförderung gebräuchlich sind. Über die Vorausberechnung der Drosselkurven vgl. [*V*, *9*] und [*V*, *34*].

Beim Axialverdichter mit höherer Druckziffer, wie er für Gasturbinen gebraucht wird, tritt das schon S. 182 besprochene Abreißen der Förderhöhe ein, sobald der normale Förderstrom wenig unterschritten ist, wobei gleichzeitig der Wirkungsgrad so stark sinkt, daß dieses Abreißgebiet für den praktischen Gebrauch nicht in Frage kommt. Abb. 141b gibt einen Vergleich der Kennlinien des Radialverdichters und des

Axialverdichters dieser Bauart[1], dessen Berechnung im nächsten Abschnitt behandelt wird. Aus dieser Darstellung ist ferner eine erhebliche Verbesserung des Wirkungsgrades — allerdings in einem nur engen Bereich — ersichtlich.

g) Festigkeit der Axialschaufel (s. auch S. 97ff.).

Die Beanspruchung der Schaufeln durch Fliehkräfte der eigenen Masse verlangt, daß die Schwerpunkte der einzelnen Schaufelschnitte zusammen mit dem Schwerpunkt der Schulterfläche am Schaufelfuß auf einer zur Wellenachse senkrechten und diese Achse schneidenden Geraden liegen (Abb. 138b), damit Biegungsanstrengungen ausgeschlossen sind. Letztere werden aber auch durch den Strömungsdruck auf die Schaufel hervorgerufen. Die von der Strömung auf die einzelne Schaufel ausgeübte Kraft hat die Komponente in Umfangsrichtung

$$P_u = \frac{G}{z\,g}(c_{3u} - c_{0u}) \tag{40, 19}$$

und in der Meridianebene

$$P_m = \frac{G}{z\,g}(c_{3m} - c_{0m}), \tag{40, 19a}$$

welch letzterer Wert meist sehr klein ist. Darin bedeutet G den gesamten Gewichtsstrom des Rades in kg/s. Zu dieser Kraft P_m kommt noch die Wirkung des Spaltüberdruckes Δp hinzu, der bei tropfbaren Flüssigkeiten gleich γH_p ist, also die weitere Belastung hervorruft:

$$P_{ü} = \gamma H_p \cdot b\,t. \tag{40, 20}$$

Die in den vorstehenden Gleichungen auftretenden Geschwindigkeiten und Drücke ändern sich längs der Schaufel. Es genügt aber in den meisten Fällen, die für den mittleren Schaufeldurchmesser gültigen Werte einzusetzen. Nur bei sehr geringer Schaufelzahl z und sehr langen Schaufeln, wie sie bei sehr schnelläufigen Rädern vorkommen, sind genauere Rechnungen nötig [*III*, *1*, S. 329].

Die resultierende Kraft P steht nach dem Satz von KUTTA-JOUKOWSKY bei Reibungslosigkeit senkrecht auf der mittleren Relativgeschwindigkeit w_∞ und beansprucht die Schaufel auf Biegung. Sie muß in ihre Komponenten parallel und senkrecht zu den Hauptträgheitsachsen des zu untersuchenden Schaufelschnittes zerlegt werden, damit die Biegungsspannungen bestimmt werden können. Die Richtung einer Hauptträgheitsachse kann man zur Vereinfachung der Rechnung parallel zur Verbindungslinie der Endpunkte des Skeletts des Profils nehmen.

Die Kraft $z\,(P_m + P_{ü})$ stellt den auf den Schaufelkranz entfallenden Achsschub dar. Auf das Spurlager kommt außerdem noch der Druck auf die Radscheibe (Nabe) ausschließlich Welle, ebenso der Schubanteil, welcher durch den auf den Wellenquerschnitt entfallenden Druck bedingt ist.

---

[1] Eingehend sind die Kennlinien der Axialverdichter in der in Fußnote [1] S. 265 genannten Arbeit behandelt.

Bei Axialschaufeln bilden Biegungsschwingungen eine besondere Gefahr. Sie müssen bei Dampf- und Gasturbinen ebenso Verdichtern sorgfältig untersucht werden [*IV*, *9*; *V*, *19*][1].

h) Festlegung der Schaufelprofile.

Es ist naheliegend, wieder von der Vorstellung unendlich vieler Schaufeln auszugehen. Dieses Verfahren ist dort am Platz, wo die Schaufeln eng genug stehen, also ausgesprochene Schaufelkanäle bilden, was bei großen β_2 bzw. starker Krümmung der Fall ist. Flache Schaufeln mit kleinem Neigungswinkel β_2 — wie sie besonders bei Wasserströmung und zwar sowohl bei Pumpen wie Turbinen (Kaplan-Turbinen) vorkommen — verlangen aber weite Auseinanderstellung der Schaufeln. Hier hat sich die Heranziehung der am Tragflügel des Flugzeuges gewonnenen Erkenntnisse als vorteilhaft erwiesen und deshalb ein anderes Rechenverfahren eingebürgert.

Im Folgenden trennen wir also die Axialräder in solche mit eng- und weitgestellten Schaufeln. Die ersteren haben mäßige Laufzahlen u/C bzw. mittlere Druckziffern ψ. Sie sind vorwiegend bei der Dampf- und Gasturbine und beim Verdichter in Gebrauch und äußerlich schon an der verhältnismäßig engen Schaufelteilung erkenntlich. Die letzteren, d. h. die schwach gekrümmten Profile, ergeben hohe Laufzahlen bzw. kleine Druckziffern. Sie verlangen weite Schaufelteilung. Deshalb ist das Rad in axialer Richtung meist durchsichtig.

Berechnung der Leitschaufeln nach Abschn. 43 (S. 283ff.).

41. Axialräder mit eng gestellten Schaufeln.

Hier haben die Schaufeln einen verhältnismäßig großen (mittleren) Neigungswinkel zum Umfang und sind — wenigstens bei Turbinen — stark gekrümmt, so daß eine gute Stromführung, also ausgesprochene Schaufelkanäle nötig sind. Wir können deshalb diese Räder im Anschluß an die Voraussetzung schaufelkongruenter Strömung und nach den früher abgeleiteten Verfahren behandeln.

Die Schaufelzahl wird bei diesen Axialrädern (in Abweichung von den anderen Radformen nach Fußnote [2], S. 102) so gewählt, daß ein bestimmtes Verhältnis zwischen Schaufellänge L und mittlerer Kanalweite $a_m \approx t \sin\frac{\beta_1+\beta_2}{2}$, also $L/a_m = k$ aufrecht erhalten bleibt. Daraus ergibt sich dann folgender einfacher Ausdruck für die Schaufelzahl

$$z = 2\pi k \frac{r}{L} \sin\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\,, \qquad (41,1)$$

Setzt man in dieser Gleichung

$$L = e/\sin\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\,,$$

wo e die axiale Schaufellänge (Abb. 133), so wird die Schaufelzahl

$$z = 2\pi k \frac{r}{e} \sin^2\frac{\beta_1+\beta_2}{2} \qquad (41,2)$$

[1] Vgl. auch Konstruktion Bd. 3 (1951) S. 14/19, 41/46.

oder das sogenannte Teilungsverhältnis

$$\frac{t}{L} = \frac{2r\pi}{Lz} = \frac{1}{k\sin\frac{\beta_1+\beta_2}{2}}\,. \tag{41, 2a}$$

Der Beiwert k ist bei Pumpen etwa 2,5, bei Turbinen meist kleiner [*V, 33*].

Wir entscheiden uns vor der Ausbildung der Schaufel darüber, welche der Strömungen α bis δ des vorangegangenen Abschnitts wir zugrunde legen. Wir werden aber im übrigen grundsätzlich in gleicher Weise wie bei den in Abschn. 21 besprochenen Schnelläufern vorgehen, wobei das Verfahren sich durch die leichte Abwickelbarkeit der Flußflächen vereinfacht. Im Fall der Profilierung der Schaufeln wird (wie früher) das Skelett (d. h. die Verbindungslinie der Mittelpunkte der einbeschriebenen Kreise) als maßgebend betrachtet (Abb. 148 a S. 270). Bei Pumpen und Verdichtern empfiehlt es sich, den Dickenverlauf der Laminarprofile (S. 258) zu übernehmen.

a) Die Übertreibung der Winkel der axialen Turbinenschaufel.

Nach Abschn. 6 ist eine Übertreibung der axialen Turbinenschaufel in weiten Grenzen überflüssig, so daß es also meist zulässig ist, zu setzen $H_{\text{th}\,\infty} = H_{\text{th}} = H \cdot \eta_h$. Dabei wird der Schaufelwirkungsgrad η_h bisweilen unmittelbar aus der Erfahrung entnommen (wobei der in Abschn. 3 angegebene Zusammenhang mit den meßbaren Größen zu beachten ist). Bei den Dampf- und Gasturbinen hat man das Bedürfnis, die Änderung der Größe η_h von Stufe zu Stufe zu verfolgen, also ihre Abhängigkeit von den Schaufelabmessungen zu berücksichtigen. Zu diesem Zwecke werden dort Geschwindigkeitsbeiwerte φ und ψ benützt, wie das in Abschn. 45 näher angeführt werden wird und auch schon in Abschn. 26 und 27 geschehen ist.

In den Fällen, wo flache Profile ohne Totraumbildung oder mit weiter Auseinanderstellung nötig sind, wie das an den Spitzen langer Schaufeln, also in den letzten Stufen der Dampfturbinen der Fall ist, kann auch bei der Turbinenschaufel eine Übertreibung am Platze sein, deren Berechnung nach Gl. (25,4) bzw. (25,5) erfolgen kann, wenn dort gesetzt wird: $r_1 = r_2 = r$, $S = re$.

Bei der axialen Turbinenschaufel kann aber auch (trotz der örtlichen Verzögerung an der Wand) das Strombild der Reibungsfreiheit mit Annäherung zugrunde gelegt werden. Diese Rechnung hat WEINIG [*IV, 1*] für die aus einem Kreisbogen bestehende flache Schaufel durchgeführt. Seine Ergebnisse sind in Abb. 142 dargestellt, die wie folgt zu benutzen ist.

Ist die Turbinenschaufel mit $H_{\text{th}\,\infty} = H_{\text{th}}$, also ohne Berücksichtigung einer Übertreibung gerechnet, so sind die dabei erhaltenen Winkel β_2 und β_1 tatsächlich die Winkel β_3 und β_0 der gewünschten relativen Zu- und Abströmung und nicht die Schaufelwinkel, so daß also die wahren Werte von β_2 und β_1 zu bestimmen sind (Abb. 142a). In Abb. 142 geben die Ordinaten den Wert

$$\mu = \frac{\beta_3 - \beta_0}{\beta_2 - \beta_1} \tag{41, 3}$$

an, also das Verhältnis der verlangten Winkeländerung zu der der Schaufelkrümmung entsprechenden. Die Abszissen stellen den Winkel zwischen Schaufelsehne und Umfangsrichtung dar, der beim Kreisbogen ist

$$\beta_m = \tfrac{1}{2}(\beta_2 + \beta_1) = \tfrac{1}{2}(\beta_3 + \beta_0) \qquad (41,4)$$

(vgl. Abb. 14 S. 27 und Abb. 16 b S. 35). Parameter ist das Teilungsverhältnis t/L.

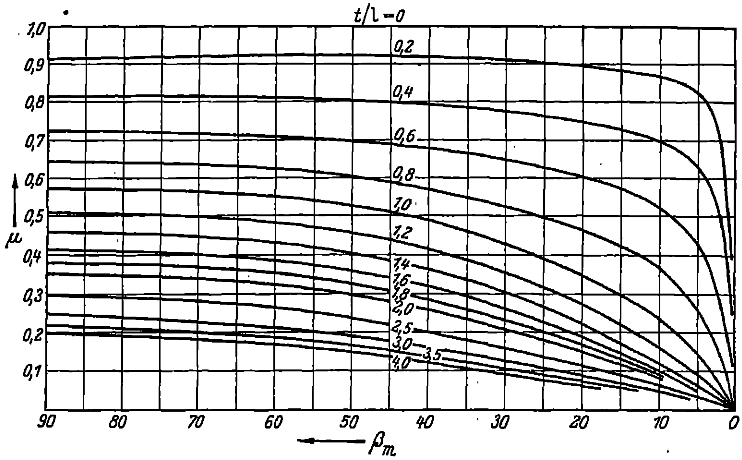


Abb. 142. Verlauf von $\mu = \frac{\beta_3 - \beta_0}{\beta_2 - \beta_1}$ in Abhängigkeit von $\beta_m = \frac{1}{2}(\beta_2 + \beta_1)$ mit t/L als Parameter für Kreisbogenprofile im Axialrad nach WEINIG.

Aus der vorausgegangenen eindimensionalen Betrachtung ist β_m bekannt, ebenso näherungsweise t/L. Damit läßt sich μ aus Abb. 142 entnehmen und man erhält aus den beiden Gleichungen:

$$\beta_2 - \beta_1 = \frac{1}{\mu}(\beta_3 - \beta_0);$$

$$\beta_2 + \beta_1 = 2\,\beta_m$$

nach Addition und Subtraktion:

$$\beta_2 = \beta_m + \frac{1}{2\mu}(\beta_3 - \beta_0) \qquad (41,5)$$

$$\beta_1 = \beta_m - \frac{1}{2\mu}(\beta_3 - \beta_0). \qquad (41,6)$$

Ebenso kann man naturgemäß auch umgekehrt aus den gegebenen Schaufelwinkeln die Zu- und Abströmung berechnen.

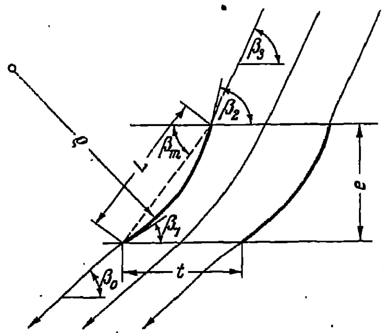


Abb. 142 a.
Erläuterungen der Bezeichnungen.

Die endliche Dicke der Schaufelenden, die bei den WEINIGschen Untersuchungen vernachlässigt ist, wird bei der vorausgegangenen eindimensionalen Betrachtung mit einbezogen. Hinsichtlich der Berücksichtigung des Dickenverlaufs im mittleren Teil des Schaufelverlaufs

vgl. die Fußnote S. 33. Die gleiche Rechnung kann natürlich auch auf *Leitschaufeln* mit Kreisbogenprofilen angewandt werden.

Die vorstehend errechnete Austrittsablenkung $\beta_0 - \beta_1$ wird man im Hinblick auf die Darlegung in Abschn. 6 (zu Abb. 15) nicht voll berücksichtigen. Bemerkenswert ist, daß nach Gl. (41, 4) bei dünnen Kreisbogenschaufeln $\beta_0 - \beta_1 = \beta_2 - \beta_3$, also der rechnungsmäßige Übertreibungswinkel an der Druck- und Saugkante gleich groß ist.

Die Berechnung der Zwischenstufe von Dampf- und Gasturbinen ist in Abschn. 45 und 46 gesondert behandelt, weil die Schaufeln zylindrisch ausgeführt sind und sich spezielle Rechenverfahren ausgebildet haben, die nicht unerwähnt bleiben sollen.

b) Die Übertreibung der axialen Pumpenschaufel.

Bei der Pumpe gibt die vorstehend beschriebene Zugrundelegung einer Potentialströmung eine zu kleine Übertreibung. Hier ist nach Abschn. 21 zu verfahren und in der Hauptgleichung zu setzen

$$H_{\text{th}\,\infty} = H_{\text{th}}\,(1 + p) = \frac{H}{\eta_h}(1 + p)\,, \qquad (41,7)$$

worin nach Gl. (7, 17)

$$p = 1{,}6\,\psi'\,\frac{r}{z\,e} \qquad (41{,}7\text{a})$$

und ψ' aus Gl. (7, 13) zu nehmen ist, also mit wachsendem β_2 zunimmt. Die Übertreibung des Winkels β_1 an der Saugkante bleibt in der Regel unberücksichtigt. Bei dünnen Blechschaufeln von Verdichtern kann ein Bruchteil des aus Gl. (41, 6) folgenden Wertes empfehlenswert sein. Bei Verdichtern hoher MACH-Zahl ($w_0/a > 0{,}7$) scheint jede positive oder negative Übertreibung von β_1 ungünstig zu sein [*III*, *7* 1951 S. 14].

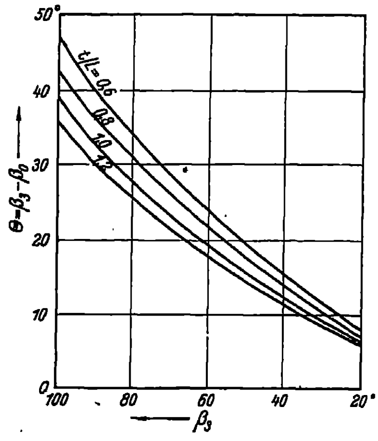


Abb. 143. Empfehlenswerte Umlenkwinkel $\Theta = \beta_3 - \beta_0$ in Abhängigkeit vom Abströmwinkel β_3 bei Axialpumpen hoher Druckziffer, insbesondere vielstufigen Axialverdichtern nach HOWELL.

Im Pumpengitter bestehen Beschränkungen hinsichtlich der Größe des Umlenkwinkels $\Theta = \beta_3 - \beta_0$, also auch des Winkels β_2. Diese haben die gleiche Ursache, die schon bei der Radialpumpe zur rückwärts gekrümmten Schaufel geführt hat (S. 51 f.). Bei der Axialschaufel kommt hinzu, daß sie besonders empfindlich gegen Kavitation oder Überschall ist. Bei hoher MACH-Zahl verbieten sich nach S. 228 so starke Kanalerweiterungen, also so hohe Umlenkwinkel, wie sie insbesondere bei mittleren MACH-Zahlen zulässig sind. Abb. 143 zeigt die von HOWELL [*III*, *8* 1950 Vol. 163 S. 238] für mehrstufige Verdichter vorgeschlagenen Werte von Θ in Abhängigkeit von β_3 mit dem Teilungsverhältnis t/L als Parameter. Die Werte sind

bezogen auf den *mittleren Durchmesser der Schaufel* und sollen noch eine gewisse Sicherheit einschließen. Man sieht, daß die Umlenkung um so größer sein kann, je größer β_3 und je kleiner t/L ist.

Bei großer radialer Länge b der Axialschaufel ist darauf zu achten, daß die Winkel β_2 längs der Druckkante der Schaufel nicht durch 90° hindurchgehen sollten (Abschn. 31). Bei kleiner radialer Länge, also kleinem b/r_a läßt sich diese Bedingung einhalten, indem stumpfe Winkel, d. h. die Hakenschaufel durchgängig verwendet werden. Diese Beschaufelungsart hat sich als ebenso günstig erwiesen als die sehr steile d. h. senkrecht endigende Schaufel [*V*, *10*]. Ein Rechnungsbeispiel findet sich in Abschn. 44, c) S. 293 ff.

Anmerkung. Von A. R. Howell wird nach [*III*, *8* 1945 S. 451/2] bei Axialverdichtern der Übertreibungswinkel $\beta_2 - \beta_3$ an der Druckkante profilierter Schaufeln errechnet aus

$$\beta_2^0 - \beta_3^0 = \left[0{,}23\left(\frac{2\,x_f}{L}\right)^2 + 0{,}18 - \frac{\beta_3^0}{500}\right](\beta_2^0 - \beta_1^0)\sqrt{\frac{t}{L}}, \qquad (41, 8)$$

welche Beziehung genau stimmen soll für Werte $\beta_3 = 40$ bis 100^0 (Bedeutung von x_f vgl. Abb. 148a S. 272). Daraus läßt sich für jede Profilstellung, d. h. für gegebene Winkel β_1 und β_2 der Abströmwinkel β_3 erhalten oder umgekehrt zu gegebenem β_1 und β_3 der Schaufelwinkel β_2 bestimmen, wenn x_f/L vorgeschrieben wird.

Ist die Skelettlinie der Schaufel nach einem Kreisbogen geformt, (wobei $2\,x_f/L = 1$), so läßt sich angenähert schreiben [*II*, *6* S. 66] (Constants-Regel):

$$\beta_2^0 - \beta_3^0 = 0{,}26\,(\beta_2^0 - \beta_1^0)\sqrt{t/L}\,. \qquad (41, 9)$$

Gl. (41, 7) gibt mit dem in Gl. (41, 7a) angegebenen φ-Wert etwas höhere Winkelübertreibungen als Gl. (41, 8) oder (41, 9). Annähernde Übereinstimmung würde erhalten werden, wenn der Zahlenfaktor im Ausdruck für φ in Gl. (41, 7a) von 1,6 auf 1 herabgesetzt würde. Diese verkleinerte Übertreibung steht aber mit zahlreichen Versuchen [*V*, *10*, *24* und *25*] in Widerspruch.

Bei Benutzung von Gl. (41, 7) ist das Anwachsen von ψ' mit β_2 nach Gl. (7, 13) zu beachten. Bei mehrstufigen Verdichtern muß die mit wachsender Zahl der durchströmten Stufen sich vergrößernde Ungleichheit der c_m-Verteilung längs des Halbmessers berücksichtigt werden, worüber in Abb. 189a S. 358 Angaben gemacht sind[1].

c) Zusätzliche Bemerkungen.

Die Dichteänderung im Rad müßte eigentlich schon bei kleineren H-Werten, als beim Radialrad S. 135 angegeben ist, berücksichtigt werden, weil der Reaktionsgrad der Axialpumpe höher ist als dort. Bei Dampfturbinen geschieht dies im üblichen Rechnungsgang nach S. 160 ff., 296 ff., 341 ff. Bei Pumpen kann sich diese zusätzliche Rechnung eng an den für das Radialrad im Abschn. 23 dargelegten Weg anschließen. Sie ist aber, da ihre Vernachlässigung hier eine Erhöhung der Sicherheit der Rechnung bedeutet, nur in Grenzfällen nötig.

Bei einstufigen Pumpen ist es vorteilhaft, die Nabe nicht zylindrisch, sondern so auszuführen, daß ihr Durchmesser von der Saug- nach der Druckkante hin ansteigt (Abb. 143a), weil dadurch die mittlere

[1] Howell, A. R., u. R. P. Bonham: Overall and stage characteristics of axial flow compressors, Proceedings Vol. 163 (1950) S. 233/48, Institution of Mech. Eng. London SW 1. Vgl. auch H. Hansenblas, Konstr. Bd. 4 (1952) S. 173/9.

Relativgeschwindigkeit am Eintritt verkleinert wird. Ferner bringt die hinzukommende radiale Komponente eine unterstützende Wirkung durch Fliehkräfte und damit eine Besserung der Stabilität bei Teillast mit sich. Hiernach ist beispielsweise das SCHICHT-Gebläse ausgebildet (Abb. 143b).

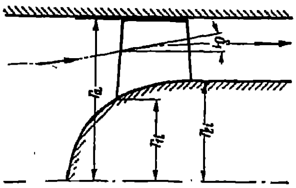


Abb. 143a. Axialrad mit schräger Nabenbegrenzung.

Da jetzt die Flußlinien am Eintritt schräg unter einem Winkel δ_1 gerichtet sind (Abb. 143a), andererseits aber die Schaufel nach kreis-zylindrischen Schnitten zeichnerisch dargestellt wird, so empfiehlt es sich, die in diesen Kreiszylindern erscheinenden Eintrittswinkel $\beta_{1\,\text{zyl}}$ für jede Flußlinie zu berechnen aus

$$\operatorname{tg} \beta_{1\,\text{zyl}} = \operatorname{tg} \beta_1 \cos \delta_1, \tag{41, 12}$$

was darauf hinausläuft, daß das Eintrittsdreieck mit einer Höhe gleich der axialen Komponente der Meridiangeschwindigkeit gezeichnet wird.

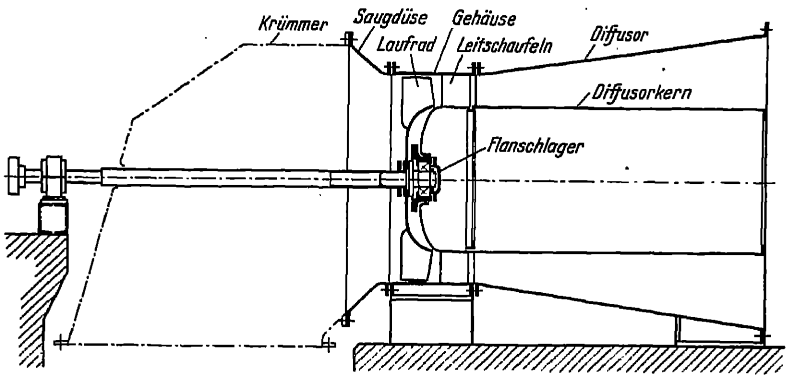


Abb. 143b. SCHICHT-Gebläse (KÜHNLE, KOPP und KAUSCH).

Das SCHICHT-Gebläse (Abb. 143b) ist auch deshalb bemerkenswert, weil mit Winkel β_{2i} fast bis auf 90° gegangen und damit eine gute Druckziffer erzielt wird, sowie hinter dem Austrittsleitrad ein langer Diffusor zur Umsetzung der Meridiankomponente in Druck vorgesehen ist.

42. Axialräder mit weit auseinandergestellten Schaufeln.

Hier haben die Schaufeln meist einen verhältnismäßig kleinen (mittleren) Neigungswinkel zum Umfang und schwache Krümmung. Diese Beschaufelung hohen Reaktionsgrades und großer Laufzahl $u_a/\sqrt{2gH}$ bzw. kleiner Druckziffer $\psi = 2gH/u_a^2$ (wobei u_a = Spitzengeschwindigkeit der Schaufeln) hat dort Bedeutung, wo schwach belastete Schaufeln notwendig sind. Bei den Turbinen trifft das nur zu, wenn extreme Schnelläufigkeit gefordert wird, also auch bei der KAPLAN-Turbine nicht durchweg (s. S. 287). Bei der axialen Pumpe hat die flache Schaufel den großen Vorzug, daß sie bessere Wirkungsgrade und günsti-

geres Betriebsverhalten ergibt als die stärker gekrümmte Schaufel des vorausgegangenen Abschnitts. Ferner fehlt die Erscheinung des Abreißens der Förderung bei genügend großer Schaufellänge $b = r_a - r_i$.

Mit steigender Laufzahl verkleinern sich die Winkel β_2 an der Druckkante, während die Winkel β_1 an der Saugkante sich aus den S. 92 ff. angegebenen Gründen (Kavitations- bzw. Schallgeschwindigkeitsnähe) nur wenig ändern. Die Schaufel wird also flacher und ihre Länge L (Abb. 133) wächst im Verhältnis zur axialen Abmessung e. Weil gleichzeitig die Relativgeschwindigkeiten wachsen und also die Schaufelreibung stärker in Erscheinung tritt, so ist man ferner genötigt, die Schaufelteilung t zu vergrößern, so daß sich die Schaufeln häufig nicht mehr überdecken und der Schaufelkranz in axialer Richtung „durchsichtig" wird. Da also keine eigentlichen Schaufelkanäle mehr vorliegen, wird die Anlehnung an die schaufelkongruente Strömung, die wir im vorausgegangenen Abschnitt noch aufrecht erhalten konnten, unsicher, obwohl sie in Grenzfällen häufig vorzuziehen ist. Die Relativströmung kommt der Umströmung um einen einzelnen Tragflügel im unbegrenzten Luftraum nahe. Wir werden deshalb eine Berechnung im Anschluß an diese Betrachtungsweise aufstellen.

a) Der einzelne Tragflügel im unbegrenzten Raum. Wird ein Tragflügel einem Luftstrom ausgesetzt, so wirken zwei Kräfte verschiedener Art auf ihn ein, nämlich einerseits der Auftrieb A (Abb. 144), der nach dem Satz von KUTTA-JOUKOWSKY den Flügel senkrecht zur Richtung der herankommenden, vom Flügel unbeeinflußten Strömung zu verschieben sucht, und andererseits der Widerstand W, der in der Richtung dieser Strömung wirkt.

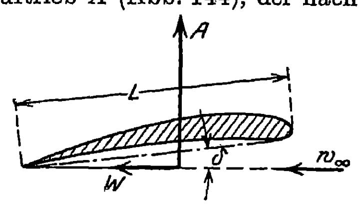


Abb. 144. Kräftewirkung auf einen Tragflügel.

Zwischen der Flügelfläche $F = Lb$, wo L die Länge des Profils, b die Breite des Flügels bedeuten, der Geschwindigkeit w_∞, die der Flügel relativ zu den Luftteilchen in weiter Entfernung besitzt, und diesen Kräften bestehen die Beziehungen, wenn $q = \gamma\, w_\infty^2/2g$ der Staudruck von w_∞ ist:

$$A = \zeta_a\, q\, F = \zeta_a \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^2}{2} Lb \tag{42, 1}$$

$$W = \zeta_w\, q\, F = \zeta_w \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^2}{2} Lb. \tag{42, 2}$$

ζ_a ist die Auftriebszahl, ζ_w die Widerstandszahl. Beide Werte sind von der Profilform und der Stellung des Profils zur Strömungsrichtung w_∞, dem „Anstellwinkel" δ, abhängig. ζ_a ist gewissermaßen eine dimensionslose Ersatzgröße für die Zirkulation Γ_s. Die Werte von ζ_a und ζ_w sind durch Versuche im Windkanal für eine große Zahl von Profilformen ermittelt. Bei ihrer Entnahme aus diesen Versuchen ist Folgendes zu beachten:

Der Einfluß der REYNOLDSschen Zahl ist bei den dicken Profilen insofern von Wichtigkeit, als ein ausgeprägter Übergang vom unter- zum überkritischen Bereich wie beim Zylinder infolge Wanderns des

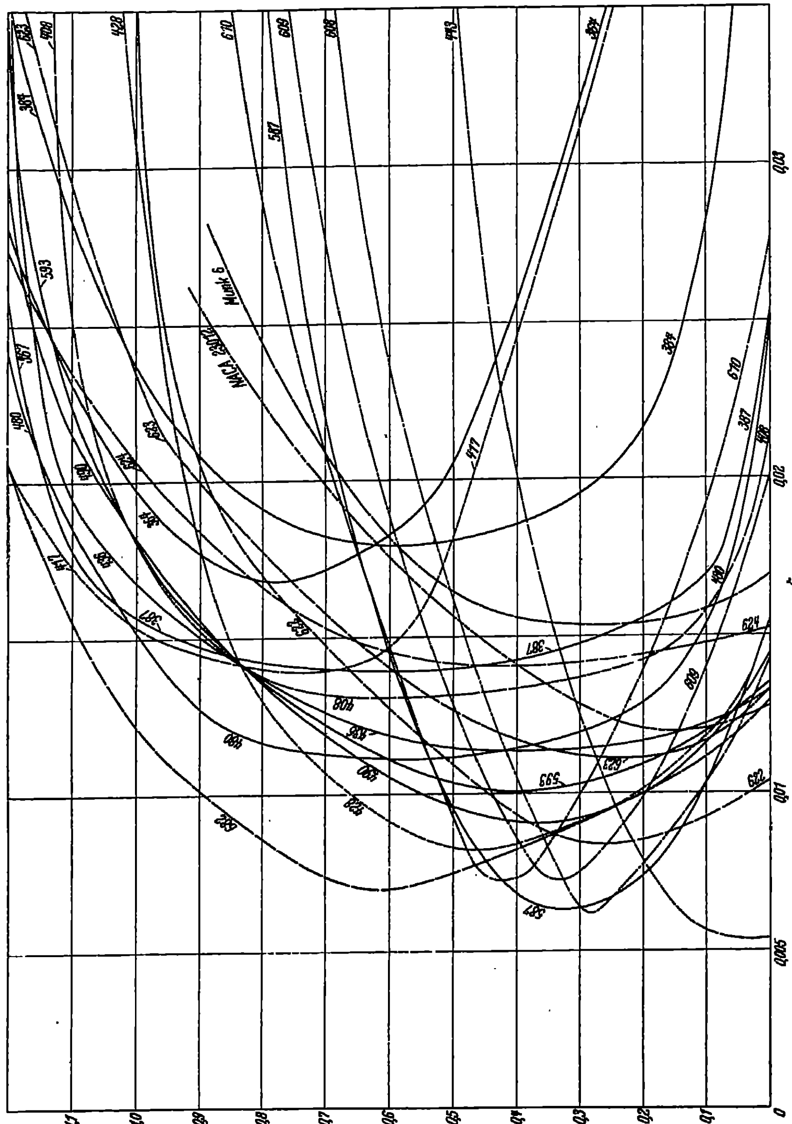


Abb. 145. Profilpolaren zu Abb. 147.

Ablösepunktes [*III*, *1*] beobachtet wird, also die Widerstandszahlen plötzlich kleiner und die Auftriebszahlen größer werden. Jedoch tritt in der Praxis der unterkritische Bereich nur bei zähen Flüssigkeiten,

insbesondere Ölen oder leichten Gasen in Erscheinung, so daß wir uns auf den überkritischen Bereich beschränken können.

Die Versuche im Windkanal werden mit einem endlichen Seitenverhältnis L/b beispielsweise $\approx 1/5$ durchgeführt. In der Strömungsmaschine ist der Spalt zwischen Flügelspitze und Gehäusewand so klein, daß das Seitenverhältnis $1/\infty$ zugrunde gelegt werden kann. Dementsprechend sind die Versuchswerte umzurechnen [*III*, *1* S. 332].

In Abb. 145 sind für einige besonders geeignete Profilformen, die in Abb. 147 gezeichnet und der Form nach geordnet sind, die umgerechneten Werte von ζ_a und ζ_w aufgetragen, die aus den Göttinger Veröffentlichungen entnommen sind [*IV*, *4*]. Die Profile sind durch die gleichen Nummern gekennzeichnet wie dort. Die Profilmaße ergeben sich aus der folgenden Zahlentafel in Prozenten der Länge L. Dabei bedeuten gemäß Abb. 148 y_o, y_u die Ordinaten der Ober- bzw. Unterseite des Profils zur Abszisse x. Die jeweilige Bezugslinie ist in den Profilbildern von Abb. 147 eingezeichnet. *Sie ist gleichzeitig die Nullinie für den Anstellwinkel*[1].

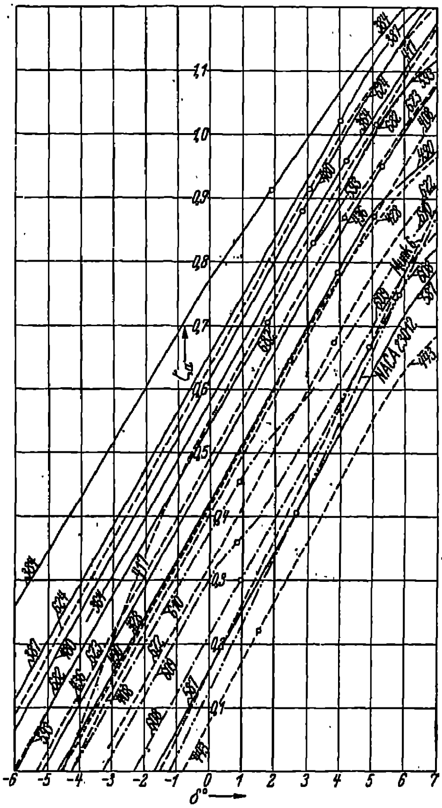


Abb. 146. Auftriebszahlen ζ_a in Abhängigkeit vom Anstellwinkel δ für die Profile von Abb. 147. Kreise bezeichnen Bestpunkte.

Die Kurven in Abb. 145 nennt man „*Polaren*", weil der Radiusvektor jedes Punktes die auf die resultierende Flügelkraft bezogene Ziffer ζ angibt; die Neigung dieses Radiusvektors gegen die ζ_a-Achse

$$\varepsilon = \operatorname{tg} \lambda = \frac{\zeta_w}{\zeta_a} = \frac{W}{A}, \qquad (42, 3)$$

nennt man das „*Gleitverhältnis*" (weil es das Neigungsverhältnis der Flugbahn im Gleitflug des Flügels darstellt). Das verwendete Profil ist um so besser, je kleiner diese Zahl ist, also je steiler der Radiusvektor verläuft. Den besten Wirkungsgrad ergeben demnach die Berührungspunkte der vom Ursprung an die Polaren gezogenen Tangenten. Wegen der Kleinheit von λ ist $\varepsilon = \operatorname{arc} \lambda = \lambda^\circ \cdot \pi/180$.

---

[1] Beim Aufzeichnen der Profile in größerem Maßstab zeigen sich Unstetigkeiten, die entsprechend auszugleichen sind.

Zusammenstellung der Profilmaße

x		0	1,25	2,5	5,0	7,5	10	15
364	y_o	0,85	4,05	5,45	7,30	8,60	9,65	11,00
	y_u	0,85	0,00	0,05	0,35	0,55	0,65	1,05
384	y_o	4,15	7,25	8,95	11,45	13,40	14,95	17,15
	y_u	4,15	2,25	1,55	1,10	0,80	0,55	0,30
387	y_o	3,20	6,25	7,65	9,40	10,85	11,95	13,40
	y_u	3,20	1,50	1,05	0,55	0,25	0,10	0,00
408	y_o	1,15	2,95	3,80	5,00	6,00	6,70	7,70
	y_u	1,15	0,25	0,00	0,20	0,40	0,65	1,00
417	y_o	0,65	2,50	3,75	5,05	6,25	7,05	8,15
	y_u	0,65	0,05	0,25	0,70	1,10	1,50	2,20
428	y_o	1,25	2,75	3,50	4,80	6,05	6,50	7,55
	y_u	1,25	0,30	0,20	0,10	0,00	0,00	0,05
436	y_o	2,50	4,70	5,70	7,00	8,10	8,90	10,05
	y_u	2,50	1,00	0,20	0,10	0,05	0,00	0,00
443	y_o, y_u	0,00	0,60	0,85	1,15	1,45	1,60	1,90
480	y_o	2,55	5,10	6,15	7,65	8,85	9,80	11,25
	y_u	2,55	0,80	0,30	0,05	0,00	0,10	0,45
490	y_o	2,00	3,60	4,60	5,95	7,00	7,70	8,65
	y_u	2,00	0,85	0,50	0,15	0,00	0,00	0,20
587	y_o	0,60	1,65	2,10	2,90	3,60	4,15	5,15
	y_u	0,60	0,10	0,00	0,05	0,15	0,30	0,60
593	y_o	3,00	5,50	6,50	7,85	8,90	9,75	10,95
	y_u	3,00	1,80	1,35	0,85	0,55	0,40	0,25
622	y_o	2,40	3,75	4,50	5,45	6,15	6,60	7,30
	y_u	2,40	1,45	1,05	0,60	0,35	0,25	0,15
623	y_o	3,25	5,45	6,45	7,90	9,05	9,90	10,95
	y_u	3,25	1,95	1,50	0,90	0,35	0,20	0,10
624	y_o	4,00	7,15	8,50	10,40	11,75	12,85	14,35
	y_u	4,00	2,25	1,65	0,95	0,60	0,40	0,15
682	y_o	2,50	4,55	5,55	7,00	8.05	8,90	10,00
	y_u	2,50	1,05	0,60	0,25	0,10	0,00	0,05
NACA 23 012	y_o	0,00	2,67	3,61	4,91	5,80	6,43	7,19
	y_u	0,00	—1,23	—1,71	—2,26	—2,61	—2,92	—3,50
Munk 6	y_o	0,00	1,98	2,81	4,03	4,94	5,71	6,82
	y_u	0,00	—1,76	—2,20	—2,73	—3,03	—3,24	—3,47

Zusammenstellung der Profilmaße (Fortsetzung).

20	30	40	50	60	70	80	90	95	100
11,85 1,30	12,50 1,70	12,10 1,85	11,10 1,80	9,50 1,55	7,55 1,25	5,35 0,90	2,90 0,45	1,55 0,20	0,10 0,10
18,55 0,15	19,70 0,00	19,15 0,00	17,55 0,00	14,95 0,00	11,80 0,00	8,05 0,00	4,15 0,00	2,15 0,00	0,00 0,00
14,40 0,00	15,05 0,20	14,60 0,40	13,35 0,45	11,35 0,50	8,90 0,45	6,15 0,30	3,25 0,15	1,75 0,05	0,15 0,15
8,40 1,20	9,05 1,30	8,95 1,30	8,40 1,20	7,45 1,05	6,25 0,85	4,95 0,60	3,45 0,30	2,50 0,10	0,75 0,75
8,85 2,55	9,30 3,65	9,15 3,90	8,55 3,65	7,55 3,20	6,25 2,50	4,50 1,70	2,40 0,80	1,20 0,40	0,00 0,00
8,20 0,15	8,55 0,30	8,35 0,40	7,80 0,40	6,80 0,35	5,50 0,25	4,20 0,15	2,15 0,05	1,20 0,00	0,00 0,00
10,25 0,00	11,00 0,00	10,45 0,00	9,55 0,00	8,20 0,00	6,60 0,00	4,60 0,00	2,45 0,00	1,25 0,00	0,00 0,00
2,15	2,50	2,50	2,35	2,05	1,60	1,15	0,65	0,30	0,00
12,10 0,70	12,85 1,10	12,60 1,45	11,60 1,55	10,00 1,50	7,85 1,25	5,45 0,85	2,85 0,40	1,45 0,20	0,00 0,00
9,20 0,40	9,60 0,95	9,05 0,80	8,55 0,80	7,45 0,60	6,05 0,40	4,40 0,15	2,50 0,00	1,45 0,05	0,15 0,15
5,85 0,70	6,55 0,85	6,60 0,80	6,10 0,45	5,40 0,20	4,50 0,00	3,45 0,05	2,35 0,55	1,80 0,85	1,05 1,05
11,50 0,15	12,00 0,10	11,70 0,00	10,85 0,00	9,45 0,00	7,65 0,00	5,50 0,00	3,00 0,00	1,65 0,00	0,00 0,00
7,70 0,05	8,00 0,00	7,80 0,00	7,10 0,00	6,15 0,00	5.00 0,00	3,55 0,00	1,95 0,00	1,15 0,00	0,20 0,00
11,55 0,05	12,00 0,00	11,70 0,00	10,65 0,00	9,15 0,00	7,35 0,00	5,15 0,00	2,80 0,00	1,60 0,00	0,30 0,00
15,30 0,05	16,00 0,00	15,40 0,00	14,05 0,00	12,00 0,00	9,50 0,00	6,60 0,00	3,55 0,00	2,00 0,00	0,50 0,00
10,65 0,20	11,20 0,55	10,90 0,75	10,05 0,80	8,65 0,85	6,90 0,75	4,85 0,60	2,55 0,35	1,35 0,15	0,00 0,00
7,50 —3,97	7,55 —4,46	7,14 —4,48	6,41 —4,17	5,47 —3,67	4,36 —3,00	3,08 —2,16	1,68 —1,23	0,92 —0,70	0,00 0,00
7,55 —3,62	8,22 —3,70	8,05 —3,90	7,26 —3,94	6,03 —3,82	4,58 —3,48	3,06 —2,83	1,55 —1,77	0,88 —1,08	0,00 0,00

Für die in Abb. 145 und 147 bzw. in der angegebenen Zahlentafel erwähnten Profile sind in Abb. 146 die Auftriebszahlen ζ_a in Abhängigkeit von den zugehörigen Anstellwinkeln δ angegeben. Darin sind die Punkte besten Gleitverhältnisses durch Kreise hervorgehoben. Bemerkenswert ist der geradlinige und fast parallele Verlauf der meisten Kennlinien.

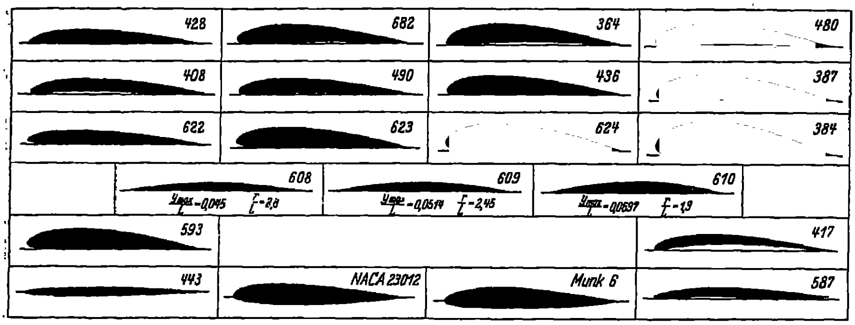
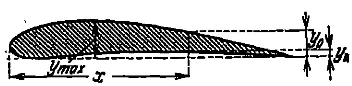


Abb. 147. Die in Abb. 145 und 146 verwendeten und in Zahlentafel S. 270 und 271 angegebenen Profilformen.

Die Parallelität der ζ_a, δ-Linien läßt sich für die ideale Flüssigkeit streng beweisen, weil in diesem Fall $\zeta_a = 2\pi \sin \delta_0 \approx 2\pi\,\delta_0 = 2\,\frac{\pi^2}{180}\,\delta_0^0 = 1{,}09\,\delta_0^0$, wenn δ_0 der Winkel zwischen w_∞ und der Richtung des Auftriebs Null (statt der Profilsehne) ist[1] (vgl. Fußnote[4] S. 273). Bei den wirklichen Flüssigkeiten zeigen sich kleine Unterschiede. Auf Grund von Versuchsergebnissen läßt sich für allgemeine Profilformen, an die wir nur die Bedingung der gleichförmigen Krümmung der Mittellinie stellen, schreiben[2]



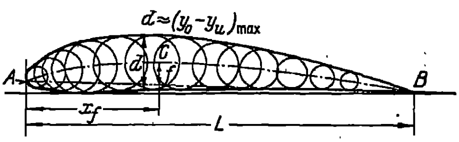


Abb. 148. Abb. 148a.
Erläuterungen der Bezeichnungen.

$$\zeta_a = \left(k_1 \frac{f}{L} + \delta^\circ\right)(0{,}092 \text{ bis } 0{,}096). \qquad (42,4)$$

Dabei ist f die Pfeilhöhe der Mittellinie, d. h. des geometrischen Orts der Mittelpunkte der einbeschriebenen Kreise (Abb. 148a). Der Beiwert k_1 hängt von der Lage der größten Profildicke d ab und beträgt bei 30% Abstand der größten Dicke von der Nase $k_1 = 80$ bis 88, bei 50% Abstand (Kreissegmente) $k_1 \approx 100$. Mit wachsendem d/L nimmt k_1 etwas ab.

Demnach lassen sich die Profile zu Gruppen zusammenfassen, für welche gemeinsame Auftriebsgesetze gelten, sofern man sich auf den

[1] DURAND, W. F.: Aerodynamic Theory, Bd. II, Berlin: Springer 1935.
[2] MÜLLER, H.: im Ringbuch der Luftfahrttechnik IA 3.

praktisch wichtigen Bereich der Nachbarschaft des besten Gleitverhältnisses beschränkt, und zwar gilt für *Kreisbogenprofile* mit kleinen Wölbungen $f/L < 0{,}1$ (welche praktisch allein in Frage kommen) das Gesetz

$$\zeta_a = 9{,}0\,\frac{f}{L} + 0{,}094\,\delta^\circ. \qquad (42,5)$$

Ferner gilt

α) für die Profile 428, 682, 364, 480

$$\zeta_a = 4{,}8\,\frac{y_{\max}}{L} + 0{,}092\,\delta^\circ \qquad (42,6)$$

β) für die Profile 408, 490, 436, 387

$$\zeta_a = 4{,}40\,\frac{y_{\max}}{L} + 0{,}092\,\delta^\circ \qquad (42,7)$$

γ) für die Profile 622, 623, 624, 384

$$\zeta_a = 4{,}0\,\frac{y_{\max}}{L} + 0{,}092\,\delta^\circ \qquad (42,8)$$

δ) für die Kreissegmentprofile[1] (z. B. Profil-Nr. 608, 609, 610, Abb. 147)

$$\zeta_a = 5{,}0\,\frac{y_{\max}}{L} + 0{,}092\,\delta^\circ \qquad (42,9)$$

ε) für das Profil[2] Munk 6

$$\zeta_a = 1{,}30\,\frac{d}{L} + 0{,}106\,\delta^\circ \qquad (42,10)$$

wo d die größte Dicke des Profils ist,

ζ) für das Profil[1] NACA 23012

$$\zeta_a = 1{,}08\,\frac{d}{L} + 0{,}106\,\delta^\circ \qquad (42,11)$$

η) für symmetrische Profile (z. B. 443)[3]

$$\zeta_a = 0{,}095\,\delta^\circ. \qquad (42,12)$$

Diese Gleichungen[4] geben die Möglichkeit, die Profile der betreffenden Gruppe durch Multiplikation ihrer in der Zahlentafel angegebenen Ordinaten mit einem beliebigen Zahlenfaktor zu verdicken oder zu verdünnen. Man ist also in der Lage, für den gleichen Propeller durchgängig oder fast durchgängig das gleiche Profil zu benutzen, indem dieses an der Nabe verdickt und an den Spitzen verdünnt wird. Über

[1] Nähere Angaben vgl. F. GUTSCHE: Mittlg. d. Preuß. Vers.-Anstalt für Wasserbau und Schiffbau, Heft 10.

[2] NUMACHI, F.: Forschung Bd. 11 (1940) S. 304.

[3] Für symmetrische Profile muß offenbar $\zeta_a = 0$ mit $\delta = 0$ sein. Daß dies in Abb. 146 für das Profil 443 nicht zutrifft, kann nur auf Ungenauigkeiten des Modells zurückgeführt werden.

[4] Die Vielheit der Gleichungen (42, 5) bis (42, 12) kann auf *eine* von der Form $\zeta_a = k\,\delta_0$ verringert werden, wenn der Anstellwinkel δ_0 auf die Nullauftriebsrichtung bezogen wird, deren genaue Ermittlung nur auf dem Weg des Versuchs möglich ist, die angenähert aber mit der (in Abb. 148a nicht gezeichneten) Geraden zwischen Spitze B und dem höchsten Punkt C der Skelettlinie ACB übereinstimmt [*IV, 3* S. 223].

ein Dickenverhältnis d/L bzw. y_{max}/L von 0,20 hinauszugehen, ist nicht zweckmäßig.

Die angegebenen Gleichungen zeigen, daß kleine Flächenbelastungen (die bei Wasserpumpen durch die Rücksicht auf Vermeidung der Kavitation, bei Luftpumpen durch die Rücksicht auf Schallgeschwindigkeitsnähe erwünscht sein können), also kleine Werte von ζ_a durch schwache Krümmung und durch geringe Dicke zu erreichen sind.

Im Fall der Wasserströmung spielt bei der Auswahl der Profilgattung die Biegefestigkeit des Materials eine Rolle, insofern als man das gleiche ζ_a bei großer Festigkeit durch dünne Wandstärken y_{max} bzw. d erreichen und dadurch günstige Güteziffern erzielen kann. In diesem Fall kommen also die Profilgruppen α bis δ, deren Gleichungen einen großen Beiwert von y_{max}/L haben, in Frage, während ein wenig widerstandsfähiger Baustoff, z. B. Gußeisen, zur Anwendung der Gleichungen mit niederem Beiwert nötigen kann, um die erforderlichen großen Widerstandsmomente der Flügelschnitte gegen Biegung zu erzielen, wobei dann eine geringe Verschlechterung des Wirkungsgrades in Kauf zu nehmen ist. Das Profil Munk 6 ist in Verbindung mit Wasserförderung trotz seines schlechten Gleitverhältnisses zu empfehlen, weil es besonders kavitationsfest ist. Daraus ist auch auf günstiges Verhalten bei Gasförderung im Gebiet der Schallgeschwindigkeitsnähe zu schließen (S. 280).

Die Vorteile der Profile mit großer Dickenrücklage bis 50 % (Laminarprofile S. 258) insbesondere hinsichtlich Kavitation oder Überschall sind zu beachten. Deshalb finden auch Kreissegmentprofile[1] bisweilen Verwendung, obwohl sie stoßempfindlich sind, also ihre Polare nur in einem engen Bereich Vorteile bietet, wie die für die Profile 608, 609, 610 in Abb. 146 angegebenen Linien erkennen lassen.

Die zu den verdickten oder verdünnten Profilen gehörigen Widerstandsziffern ζ_w können nicht aus Abb. 145 entnommen werden. Sie brauchen auch nicht genau bekannt zu sein, weil sie das Rechenergebnis wenig beeinflussen. Deshalb soll das jeweilige Gleitverhältnis ε aus nachfolgender roher Näherungsgleichung bestimmt werden, die außerdem voraussetzt, daß das Profil in der Nähe seines günstigsten Auftriebswertes benutzt wird, so daß es sich um Kleinstwerte von ε handelt

$$\varepsilon \equiv \operatorname{tg}\lambda = 0{,}012 + 0{,}02\, d/L + 0{,}08\, f/L. \qquad (42,13)$$

Diese Formel bestätigt, daß eine Verdickung des Profils ebenso wie eine Verstärkung der Krümmung größeren Widerstand ergibt und daß hierbei die Widerstandsziffer ζ_w rascher wächst als die Auftriebsziffer ζ_a.

Für die Profilgruppen α) bis δ) ist in vorstehender Gleichung $d \approx y_{max}$ aber $f < 1/2\ y_{max}$. Nimmt man für f trotzdem $1/2 \cdot y_{max}$, wobei

$$\varepsilon \equiv \operatorname{tg}\lambda = 0{,}012 + 0{,}06\, y_{max}/L, \qquad (42,14)$$

so ist im Auge zu behalten, daß die Werte ε wenigstens im Bereich der Bestpunkte etwas zu ungünstig sind.

[1] Schmierschalski, H., in [*IV*, *6* S. 80/81]. — H. Holl: Forschung Bd. 3 (1932) S. 109/20.

b) Die Reihe von Flügeln (Flügelgitter). Bei einer Reihe von Flügelschnitten besteht gegenüber dem Einzelflügel die Besonderheit, daß die Geschwindigkeiten w_0 und w_3 vor bzw. hinter dem Gitter nach Größe und Richtung verschieden sind (Abb. 149). Man kann aber die Kräftewirkung auf den Flügel eines geradlinigen Gitters nach den für den Einzelflügel gültigen Gleichungen (42, 1) und (42, 2) bestimmen, wenn man für w_∞ den vektoriellen Mittelwert $\overline{CA_\infty}$ von w_0 und w_3 einsetzt, wobei also $\overline{A_0 A_\infty} = \overline{A_\infty A_3}$.

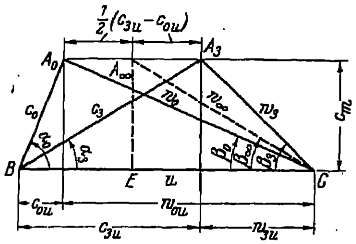


Abb. 149. Geschwindigkeitsplan für Axialschaufeln.

Außerdem ist aber durch die gegenseitige Nachbarschaft der Profile eine Änderung der Zirkulation, also von ζ_a, gegenüber den am Einzelflügel ermittelten Werten zu erwarten.

Das Profil liegt jetzt nicht mehr in der Parallelströmung, sondern in der durch die Nachbarflügel abgelenkten Strömung. Für die reibungsfreie Strömung ist die Lösung dieser Aufgabe für einige Sonderfälle gelungen. So hat WEINIG [*IV*, *1*] für die Reihe von ebenen und un-

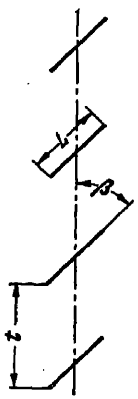


Abb. 150. Geradliniges Gitter aus Streckenprofilen.

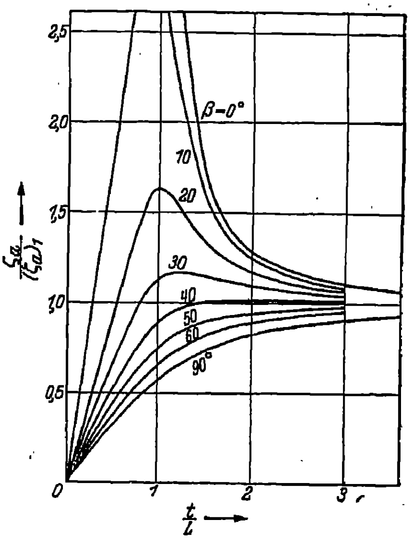


Abb. 150a. Verhältnis der Auftriebswerte ζ_a/ζ_{a1} des Streckenprofils im Gitter nach Abb. 150 und im unbegrenzten Raum.

endlich dünnen Platten (Abb. 150), die unter dem Winkel β gegen die Gitterachse geneigt sind, die in Abb. 150a dargestellte Abhängigkeit des Verhältnisses $k = \zeta_a/\zeta_{a1}$, d. h. der Auftriebswerte der im Gitter und der einzelnen angeströmten Platte, gefunden. Der Anstellwinkel ist in diesem Fall wegen der Symmetrie und der unendlich kleinen Dicke ohne Einfluß, so daß diese k-Werte eigentlich das Verhältnis der Neigungen der ζ_a, δ-Geraden angeben. In Abb. 150a ist bemerkenswert.

daß für $\beta < 45°$ die Zahl $k > 1$ wird, also die gegenseitige Nachbarschaft der Schaufeln nicht nur keine Beeinträchtigung, sondern eine erhebliche Vergrößerung des Auftriebs bewirkt. Dieses Ergebnis ist für die beschleunigte Strömung in Turbinen [*IV*, *22*, *Abb. 11*, S. 24] besser bestätigt als für die verzögerte Strömung in Pumpen [*III*, *11*][1]. Dies ist nicht zu verwundern, weil bei Pumpen der Grenzschichteinfluß das Strömungsbild von Grund aus verändert. Ferner haben hier Dicke und Krümmung des Profils eine Vergrößerung der Minderleistung auch in der idealen Flüssigkeit zur Folge, was bedeutet, daß auch die Nullauftriebsrichtung von der Gitterwirkung nicht unabhängig ist wie beim dünnen geraden Profil (Streckenprofil), sondern mit abnehmendem t/L im Sinne einer Herabsetzung der Leistung sich ändert [*III*, *17* S. 50ff.] Besonders wichtig ist, daß sich der maximale Auftriebswert am Pumpengitter kleiner, am Turbinengitter größer als beim Einzelprofil ergibt, weil das Abreißen der Strömung von der Profilwölbung in der verzögerten Strömung früher, in der beschleunigten Strömung später eintritt als in der Parallelströmung. Gegen die Übertragung der Versuche an geradlinigen Gittern zwischen parallelen Wänden besteht jedoch das Bedenken, daß die Grenzschicht grundverschieden ist (Abb. 134). Daraus erklärt sich, warum bei den an die Nabe anschließenden Profilen von Pumpen auffallend hohe ζ_a-Werte (bis $\zeta_a = 3$) beobachtet worden sind [*V*, *33*].

Man könnte daran denken, die Ergebnisse der Abb. 150a bei Turbinen, wo angenähert die Verhältnisse der Potentialströmung vorliegen, zu verwerten, indem man das dem vorhandenen Schaufelprofil gleichwertige Streckenprofil ermittelt. F. Weinig [*IV*, *1*] hat auf diese Weise für Profile aus dünnen Kreisbogen das S. 262ff. besprochene Verfahren abgeleitet. Solche Profile finden aber wegen ihrer größeren Empfindlichkeit bei den vorliegenden Radformen kaum Verwendung. Bei den profilierten Formen ist dieser Weg zwar ebenfalls möglich, aber umständlich und ungenau. Bei Pumpen kommt er aus den angeführten Gründen nicht in Betracht.

Demnach fehlen sichere Unterlagen für die zahlenmäßige Festlegung des Gittereinflusses. Da jedoch die benutzte Auffassung der Schaufel als Tragflügel nur für weite Auseinanderstellungen der Schaufel, nämlich $t/L > 1{,}2$ angewandt werden soll, so bleibe im folgenden der Einfluß der Nachbarschaft der Flügel sowohl hinsichtlich ζ_a wie ζ_w unberücksichtigt. Diese Handhabung hat bei Turbinen und Pumpen auch in der Praxis zu guten Erfolgen geführt.

Seitens des „Institutes für Strömungsmaschinen" Göttingen wurde für verhältnismäßig eng gestellte Schaufeln ($t/L < 1{,}4$) folgendes Umrechnungsverfahren angewandt, das aber nur bei Pumpen am Platz ist.

Man krümmt die „Profilsehne" ABC (Abb. 151) zu einem Kreisbogen $A'B'C'$ von der Länge L, der mit der Umfangsrichtung am Eintritt den Winkel $\beta_0 + \delta$ und am Austritt den Winkel $\beta_3 + \delta$ bildet, wobei δ der berechnete Anstellwinkel, β_0 und β_3 die An- und Abströmwinkel der Relativströmung vor und hinter dem Gitter sind. Die Ordinaten des Profils (Tabelle, S. 270/1) werden nun auf die ge-

[1] Yoshinori Shimoyama: Experiments on rows of aerofoils for retarded flow, Memoirs of the fac. of Eng. Kyushu Imp. Un. Vol. VIII (1938).

krümmte Linie genau so bezogen, wie vorher auf die Profilsehne. Dieses auf Abschätzung beruhende Verfahren ist offenbar anschaulich und leitet zu den in Abschn. 6 bis 7 behandelten Verfahren über. Die dortige „Winkelübertreibung" ist dargestellt am Austritt durch $\varphi_1 + \delta$ und am Eintritt durch $\varphi_2 - \delta$, wenn φ_1, φ_2 die Winkel zwischen dem Skelett des Profils und dem Bezugskreis $A'B'C'$ bedeuten.

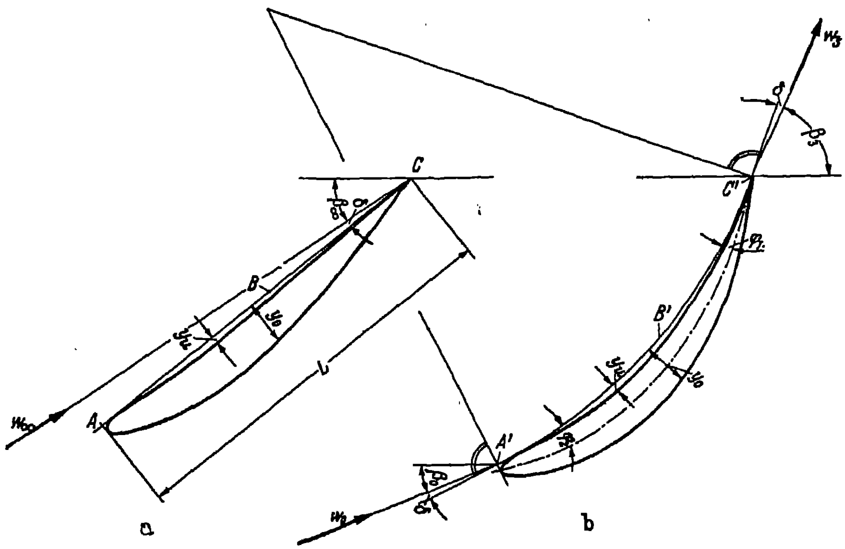


Abb. 151. Näherungsweise Berücksichtigung des endlichen Schaufelabstandes, a Profil im unbegrenzten Raum, b Profil im Gitter bei gleicher mittlerer Durchströmgeschwindigkeit.

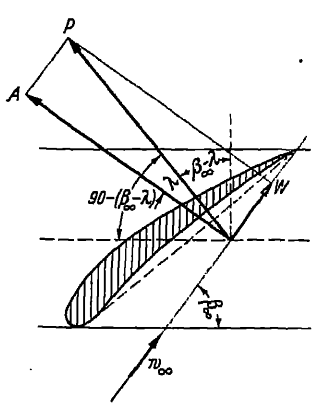


Abb. 152. Kräftewirkung am Profil des Turbinengitters.

c) Anwendung auf das axiale Laufrad.

Die von der Strömung auf die einzelne Schaufel des Gitters ausgeübte Kraft ist die Resultierende P aus A und W (Abb. 152 und 152a). A und P schließen den „Reibungswinkel" λ ein, der sich aus (42, 3) bestimmt.

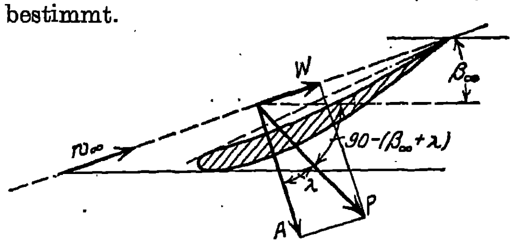


Abb. 152a. Kräftewirkung am Profil eines Pumpengitters.

Diese Kräfte sollen für eine Profilbreite $b = 1$ gelten. Wegen ihrer Veränderlichkeit müssen sie aber im vorliegenden Fall auf eine unendlich kleine Teilstrecke dr des Halbmessers r bezogen werden. Wir fassen nun den Kreisring vom Halbmesser r und Breite dr ins Auge. Durch

diesen fließt der Volumenstrom dV. Die darauf entfallende Leistung der Schaufelkräfte in mkg/s ist also einerseits $\gamma\, dV\, H_{\text{th}}$, andererseits, weil die treibende Kraft die in die Umfangsrichtung fallende Komponente von $z\,P\,dr$, also $z\,P\,dr \cos[90 - (\beta_\infty \pm \lambda)] = z\,P\,dr \sin(\beta_\infty \pm \lambda)$ ist, $z\,P\,dr \sin(\beta_\infty \pm \lambda) \cdot u$. Somit ist $\gamma\, dV\, H_{\text{th}} = z\,P\,dr \sin(\beta_\infty \pm \lambda) \cdot u$.

Hierbei gilt das positive Vorzeichen vor dem Gleitwinkel λ für die Pumpe, das negative für die Turbine. Da nun $P = A/\cos\lambda$ oder, weil $\cos\lambda$ gleich 1 gesetzt werden kann,

$$P \approx A = \zeta_a \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^2}{2} L, \tag{42, 14a}$$

ferner $dV = 2\, r\, \pi\, dr\, c_m = z\, t\, c_m\, dr$,
so folgt nach kurzer Umformung

$$H_{\text{th}} = \frac{\zeta_a}{2g} \frac{L}{t} \frac{u}{c_m} w_\infty^2 \sin(\beta_\infty \pm \lambda), \tag{42, 15}$$

oder, wenn die bei der Schaufelberechnung unbekannten Größen auf die linke Seite gesetzt werden,

$$\zeta_a \frac{L}{t} = \frac{2g\, H_{\text{th}}\, c_m}{w_\infty^2\, u \sin(\beta_\infty \pm \lambda)} \tag{42, 16}$$

oder nach der Hauptgleichung (40, 1) und weil $c_m = w_\infty \sin\beta_\infty$

$$\zeta_a \frac{L}{t} = 2 \frac{\Delta c_u \sin\beta_\infty}{w_\infty \sin(\beta_\infty \pm \lambda)} \tag{42, 17}$$

$$= 2 \frac{\Delta c_u}{c_m} \frac{\sin^2\beta_\infty}{\sin(\beta_\infty \pm \lambda)} \tag{42, 17a}$$

mit $\Delta c_u = c_{3u} - c_{0u}$.
Die Meridiangeschwindigkeit c_m ist wieder am Ein- und Austritt gleich groß angenommen und bezieht sich auf die Strömung außerhalb des Schaufelgitters, da sie den Einfluß der Schaufelverengung nicht enthält. Die spezifische Schaufelarbeit H_{th} findet sich bei Turbinen mit $H\,\eta_h$, bei Pumpen mit H/η_h, wobei $\eta_h = 0{,}85$ bis $0{,}93$. w_∞ und β_∞ ergeben sich mit Bezug auf Abb. 149 in folgender Weise:

$$w_\infty^2 = \overline{A_\infty E}^2 + (\overline{BC} - \overline{BE})^2 = c_m^2 + \left(u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2}\right)^2 \tag{42, 18}$$

$$\operatorname{ctg}\beta_\infty = {}^1\!/_2 (\operatorname{ctg}\beta_0 + \operatorname{ctg}\beta_3)$$

oder

$$\operatorname{tg}\beta_\infty = \frac{c_m}{u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2}}, \tag{42, 19}$$

wobei c_{0u} und c_{3u} durch die Hauptgleichung (40, 1) gekuppelt sind und $c_{0u} = K_0/r$. Bei Wasserturbinen und einstufigen Pumpen nimmt man in der Regel $K_0 = 0$ (Anordnung III in Abb. 136). Bei mehrstufigen Maschinen, wo das saugseitige Leitrad einer Stufe in der Form des druckseitigen Leitrades der vorhergehenden Stufe vorhanden ist und deshalb beliebige Zuströmrichtungen verwirklicht werden können, verwendet man sowohl positive wie negative K_0-Werte, also Gleich- und Gegendrall, je nachdem die Besserung des Wirkungsgrades und

der MACH-Zahl oder die Senkung der Laufzahl angestrebt wird (Fall II und IV in Abb. 136).

Bei Pumpen leistet nach (42, 15) die Reibung einen positiven Beitrag zur Schaufelarbeit. Hier bringt ihre Vernachlässigung also eine Erhöhung der Sicherheit der Rechnung, von der bisweilen Gebrauch gemacht wird. Mit $\lambda = 0$ ergibt sich, weil $c_m/\sin\beta_\infty = w_\infty$ statt (42, 15) und (42, 16)

$$H_{\text{th}} = \frac{\zeta_a}{2g}\frac{L}{t}\,u\,w_\infty = \frac{\zeta_a}{2g}\frac{L\,z\,n}{60}\,w_\infty \tag{42, 20}$$

$$\zeta_a\frac{L}{t} = \frac{2g\,H_{\text{th}}}{u\,w_\infty} = 2\,\frac{\Delta c_u}{w_\infty}. \tag{42, 21}$$

Bei Turbinen ist diese Vernachlässigung des Einflusses der Reibung offenbar nicht am Platz.

Je größer $u = r\,\omega$, um so größer wird nach Gl. (42, 18) auch w_∞, um so kleiner wird also der Wert $\zeta_a\,L/t$. Daraus folgt:

Schnelläufer haben entweder ein kleines ζ_a, also dünne und flache Profile oder ein kleines L/t, also wenige und schmale Flügel. Meist treffen beide Gesichtspunkte zu, weil man einerseits aus Festigkeitsgründen mit der Schaufeldicke nicht beliebig weit heruntergehen kann und andererseits die Rücksichten auf Kavitation bzw. Schallgeschwindigkeit oder Abreißen für eine kleine Flächenbelastung sprechen. Umgekehrt haben die langsamlaufenden Räder (wie wir sie im vorausgegangenen Abschnitt behandelt haben) eng gestellte Schaufeln mit ausgesprochener Krümmung und müssen deshalb nach den früheren Angaben berechnet werden.

Ist aus Gl. (42, 16) $\zeta_a\,L/t$ bestimmt, so kann t/L gewählt und das zu dem so erhaltenen ζ_a passende Profil als Tragflügelprofil oder Kreissegment oder bei Ventilatoren auch als Kreisbogen ausgewählt werden, wie unter a) gezeigt wurde. Dabei ist auf eine günstige Gleitzahl zu achten. Ferner muß auf Kavitation bzw. Schallgeschwindigkeitsnähe gemäß folgendem Unterabschnitt d) Rücksicht genommen werden.

d) Kavitation und Überschall. Die Saugfähigkeit kann für Pumpen nach Abschn. 13, für Turbinen nach Abschn. 14, die Überschallgrenze nach Abschn. 15 nachgeprüft werden. Diese Frage muß bei der Auswahl der Profile jedoch für die einzelnen Flügelschnitte beantwortet werden, weil es bei der vorliegenden Radform denkbar ist, daß die gefährdete Stelle nicht an der Flügelspitze, sondern an einem beliebigen Radius gelegen ist. Deshalb ist folgende zusätzliche Untersuchung zweckmäßig.

Betrachtet man den Druckverlauf um ein Profil (Abb. 153), der beim Einzelprofil nach E, beim Pumpenprofil nach P und beim Turbinenprofil nach T verläuft, so findet man, daß der Auftrieb wesentlich durch den Unterdruck auf der Rückseite bedingt ist. Faßt man nun die Druckfläche als ein Dreieck mit der Grundlinie L und einer Höhe gleich dem $1/\alpha$-fachen des Unterdruckes $\Delta h'$, nämlich gleich $\Delta h'/\alpha$, auf, so läßt sich letzterer aus der bekannten Auftriebszahl ζ_a ausrechnen,

Der Inhalt der ganzen Druckfläche beträgt nämlich einerseits $\frac{\gamma}{2}\Delta h'/\alpha \cdot L$, andererseits, weil die Flügelbreite $b = 1$, nach Gl. (42, 1)

$$A = \zeta_a \gamma \frac{w_\infty^2}{2g} L .$$

Die Gleichsetzung liefert

$$\Delta h' = \alpha \zeta_a \frac{w_\infty^2}{g} \approx 0{,}1\, \alpha\, \zeta_a\, w_\infty^2 . \qquad (42, 22)$$

Ist noch eine saugseitige Umfangskomponente c_{0u} vorhanden, so ist die gesamte Drucksenkung vergrößert auf

$$\Delta h = \Delta h' + \frac{c_{0u}^2}{2g} . \qquad (42, 23)$$

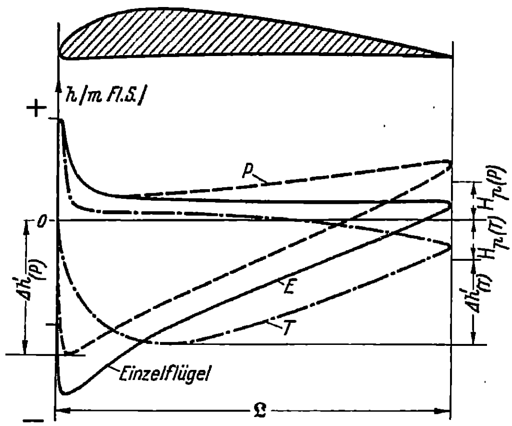


Abb. 153. Druckverlauf um ein Schaufelprofil, *E* Einzelprofil, *P* Profil im Pumpengitter, *T* Profil im Turbinengitter.

Bei *Gasströmung* benutzt man den gleichen Gedankengang zur Bestimmung der *Schallgeschwindigkeitsnähe* mittels einer MACH-Zahl $w_{\max}/a$, wobei $w_{\max}$ bestimmt wird aus

$$w_{\max}^2 = w_0^2 + 2g\Delta h' = w_0^2 + 2\,\alpha\, \zeta_a\, w_\infty^2 . \qquad (42, 23\,a)$$

Die sich daraus ergebende MACH-Zahl soll wieder nur zum Vergleich der einzelnen Flügelschnitte dienen.

Der Beiwert α ist für Turbinen wesentlich kleiner als für Pumpen, wie Abb. 153 zeigt und schon in Abschn. 14 gefunden wurde. Bei Pumpen kann er im Bereich besten Gleitverhältnisses (stoßfreien Eintritts) zu $\alpha \approx 0{,}7$ gewählt werden[1], wie durch neuere amerikanische

[1] Wenn man versucht, aus Gl. (42, 22) oder (42, 23a) die λ-Werte der früheren Gleichungen (12, 1) oder (15, 5) mittels der angegebenen α-Werte zu ermitteln, so findet man wesentlich größere Zahlen λ, als früher mitgeteilt wurde. Dies erklärt sich leicht daraus, daß dort der für den Konstrukteur maßgebende Beginn des Abfalls des Wirkungsgrades, der erst bei erheblicher Ausdehnung des Ablösungsgebietes bzw. des Überschalls merkbar wird, ins Auge gefaßt war.

Versuche bestätigt wird[1]. Bei der Turbine muß nach den Überlegungen des Abschn. 14 weniger als der halbe Wert erwartet werden, den wir im Hinblick auf die dort für die KAPLAN-Turbine errechneten Saugzahlen mit $\alpha = 0{,}3$ bemessen. Für Punkte der Polaren, die in größerem Abstand vom Bestpunkt liegen, muß α größer genommen werden. Ferner vergrößert sich α, wenn die Stelle größter Dicke näher an die Vorderkante rückt[2]. *Am günstigsten sind deshalb die Profile, bei welchen die dickste Stelle sich ungefähr in Profilmitte befindet.* Deshalb werden Kreissegmentprofile (608, 609, 610, Abb. 147) vielfach recht günstig beurteilt. Mit Vorteil kann der Dickenverlauf der auf S. 258 angegebenen Laminarprofile mit einer passenden Skelettlinie kombiniert werden, wobei die ζ_a-Werte nach Gl. (42, 4) oder Fußnote 4 S. 273 zu ermitteln sind. Das Profil Munk 6 hat bei der Untersuchung im Kavitationstank ebenfalls gute Eigenschaften gezeigt. Da neben α als gleichwertiger Faktor die Auftriebszahl ζ_a erscheint, so wächst die Gefahr der Kavitation und des Überschalls außerdem mit dem Dickenverhältnis d/L und Wölbungsverhältnis f/L (Abb. 148a). Der Gasgehalt des Wassers darf nicht unbeachtet bleiben, insbesondere, wenn chemische Aggressivität damit verbunden ist [*III*, *1* S. 314].

Auch die *Lage* der Saugkante hat Einfluß. Wird diese — nach dem Vorschlag von BUSEMANN — schräg zur *relativen* Anströmrichtung, d. h. unter einem Winkel $\delta \neq 90°$ gelegt, so verkleinert sich die Normalkomponente zur Schaufelkante von w auf $w \sin \delta$ und damit die Gefährdung gegen Kavitation oder Überschall im Verhältnis $\sin^2 \delta : 1$. Diese Wirkung ist nach Versuchen von H. SCHLICHTING auch am äußeren Umfang und im Schaufelschnitt an der Nabe trotz der Behinderung dieser Normalkomponente durch die seitliche Führung der Strömung vorhanden (S. 118). Allerdings ist die durch eine solche Schräglage der Kante bedingte Störung des Gleichgewichts der Strömung (welche die Entstehung von Radialkomponenten zur Folge hat), ebenso das Auftreten von biegenden Momenten in der Schaufel und insbesondere am Schaufelfuß durch Fliehkräfte zu beachten.

Handelt es sich um MACH-Zahlen $\text{Ma} = w_\infty/a$ über 1, so ist einerseits zu beachten, daß bei $\text{Ma} \approx 1$ der Widerstand des Einzelflügels so stark anwächst, daß dieser Bereich praktisch ausscheiden muß. Andererseits fällt bei höheren MACH-Zahlen der Widerstand wieder stark ab und zwar um so stärker, je kleiner das Dickenverhältnis d/L. Gelingt es also, sich auf dünne Profile zu beschränken, so kann ein Luftpropeller, bei dem in allen Flügelschnitten $\text{Ma} > 1{,}3$ ist, mit annehmbarem Wirkungsgrad gebaut werden. Dieser Propeller muß offenbar einen großen Nabendurchmesser und kleine ζ_a-Werte erhalten[3].

e) Berücksichtigung der Zusammendrückung bei Gasförderung. Im Fall merklicher Dichteänderung bleibt die Durchströmgeschwindig-

[1] DAILY, JAMES W.: Cavitation charakteristics usw. Am. Soc. of Mech. Eng. Hydraulic Division Paper Nr. 48 — SA — 30. Juli 1948.

[2] Vgl. auch S. P. HUTTON: Proceedings Vol. 163 (1950) S. 81/97, The Institution of Mech. Engineers, London.

[3] Vgl. A. WEISE: Überschallaxialverdichter in [*III*, *17* S. 92ff.].

keit c_m durch den Propeller nicht konstant. Damit sind die Voraussetzungen für die Berechnung von w_∞ als Mittelwert von w_0 und w_3 nicht mehr genau zutreffend. Der Unterschied ist aber sehr gering. Deshalb ist es zulässig und üblich, den dargelegten Rechnungsgang auch bei hohen MACH-Zahlen beizubehalten.

Die durch Dichteänderung bedingte Vergrößerung der Auftriebsziffer ist bei den hier vorliegenden, kleinen Druckziffern meist ohne Belang. Man berücksichtigt sie am besten nach der PRANDTLschen Regel, indem für jeden Flügelschnitt die Profilordinaten einschl. Anstellwinkel mit $\sqrt{1 - \mathrm{Ma}^2}$, wo $\mathrm{Ma} = w_\infty/a$, vervielfacht werden. Die dadurch bedingte Profilverschmälerung bei hoher MACH-Zahl wirkt sich auch wegen der Hand in Hand gehenden Herabsetzung von $w_{\max}$ (d. h. der Annäherung an das Schnellflugprofil) günstig aus. Bei den dicken Profilen in Nabennähe, für welche praktisch brauchbare Umrechnungsregeln noch nicht bekannt sind, ist glücklicherweise Ma klein, so daß die Umrechnung nicht wichtig ist.

f) Wirkungsgrad des Axialrades. Ist Z_u der Druckhöhenverlust des Laufrades in Meter Flüssigkeitssäule, so ist der Wirkungsgrad des Laufrades allein (ohne Spaltverlust und Reibung an seitlichen Wandflächen), d. h. der *Profilwirkungsgrad*

$$\begin{aligned} \eta_u &= \frac{H_{\mathrm{th}} - Z_u}{H_{\mathrm{th}}} = 1 - Z_u/H_{\mathrm{th}} && \text{für Pumpen} \\ \eta_u &= \frac{H_{\mathrm{th}}}{H_{\mathrm{th}} + Z_u} = \frac{1}{1 + Z_u/H_{\mathrm{th}}} \approx 1 - Z_u/H_{\mathrm{th}} && \text{für Turbinen.} \end{aligned} \qquad (42,24)$$

Da von der Reibung an der Nabe und der äußeren Gehäusewand abgesehen wird, so ist Z_u lediglich bedingt durch den Widerstand W im Gitter. Bezieht man letzteren auf die Breite $b = 1$, so ist, weil die mittlere Querschnittsbreite des Laufkanals im Zylinderschnitt gleich $t \sin \beta_\infty$, also der Querschnitt selbst ebenfalls $t \sin \beta_\infty$

$$Z_u = \frac{W/\gamma}{t \sin \beta_\infty} = \frac{A \operatorname{tg} \lambda}{\gamma\, t \sin \beta_\infty}, \qquad (42,24\,a)$$

oder, wenn für A der Wert aus (42,1) (mit $b = 1$) eingesetzt wird,

$$Z_u = \frac{\zeta_a}{2\,g} \frac{L}{t} w_\infty^2 \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\sin \beta_\infty}.$$

Setzt man diesen Wert, ebenso für H_{th} den Wert der Gl. (42,15) in Gl. (42, 24) ein, so erhält man, wenn gleichzeitig $c_m = w_\infty \sin \beta_\infty$ gesetzt wird

$$\eta_u = 1 - \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\sin(\beta_\infty \pm \lambda)} \frac{w_\infty}{u} \qquad (42,25)$$

oder, sofern der Gleitwinkel λ gegenüber β_∞ klein ist, mit $\operatorname{tg} \lambda = \varepsilon$

$$\eta_u = 1 - \frac{\varepsilon}{\sin \beta_\infty} \frac{w_\infty}{u} \qquad (42,26)$$

oder mit $\sin \beta_\infty = c_m/w_\infty$ und $u = r\,\omega$

$$\eta_u = 1 - \frac{\varepsilon}{\omega} \frac{w_\infty^2}{r\,c_m}. \qquad (42,26\,a)$$

Für den bei mehrstufigen Verdichtern häufigen Fall der *Reaktion von 50%* (Abb. 136 u. 141) ist $w_\infty = (u/2)/\cos\beta_\infty$ und also nach Gl. (42, 26)

$$\eta_u = 1 - \frac{\varepsilon}{\sin 2\beta_\infty}. \tag{42, 27}$$

Da hier die Profile von Lauf- und Leitrad, also auch ihre Verluste übereinstimmen. falls von den günstigeren Grenzschichtverhältnissen des umlaufenden Kanals (S. 220, 241) abgesehen wird, so könnte in diesem Fall der für die ganze Stufe geltende Wirkungsgrad geschrieben werden

$$\eta_s = 1 - 2\frac{\varepsilon}{\sin 2\beta_\infty}. \tag{42, 28}$$

Daraus könnte auf ein Optimum bei $\beta_\infty = 45°$ geschlossen werden. Tatsächlich liegt der Bestwert etwas tiefer, weil ε kein Festwert ist, sondern von β_∞ abhängt. Dies ist einerseits dadurch bedingt, daß mit β_∞ nach Gl. (42, 16) auch das Teilungsverhältnis t/L und damit (bei Verwendung des gleichen Profils) der Widerstand wechselt. Sodann wird im allgemeinen auch das Profil in dem Sinne sich ändern, daß die Wölbung f/L gleichsinnig mit β_∞ wächst und dies hat nach Gl. (42, 13) eine gleichsinnige Änderung von ε zur Folge. Immerhin steht der Winkel $\beta_\infty = 45°$, der naturgemäß für einen mittleren Schnitt gilt, in guter Übereinstimmung mit dem S. 88 festgestellten Optimum für Schallgeschwindigkeitsnähe bei $\beta_0 \approx 32$ bis 35°, das für das Spitzenprofil abgeleitet ist und dort das kleinstmögliche w_0 ergibt.

Die Auswertung von η_u und η_s ist von der Kenntnis der Gleitzahl $\varepsilon = \zeta_w/\zeta_a$ abhängig. Nicht berücksichtigt sind die Verluste durch die Reibung an der Nabe und der Gehäusewand, sowie durch ungleichmäßige Beaufschlagung längs der Schaufel. A. R. Howell [*III, 8,* S. 448] schließt bei *der Anwendung auf Verdichter* diese zusätzlichen Verluste in die Rechnung ein, indem er statt des aus Windkanal- oder Gitterversuchen ermittelten ζ_w eine resultierende Ziffer $(\zeta_w)_{\text{res}}$ verwendet gemäß

$$(\zeta_w)_{\text{res}} = \zeta_w + 0{,}020\frac{t}{r_a - r_i} + 0{,}018\,\zeta_a^2 \tag{42, 29}$$

und daraus $\varepsilon = (\zeta_w)_{\text{res}}/\zeta_a$ bildet. Das Glied $0{,}020\frac{t}{r_a - r_i}$, wobei t die Schaufelteilung, soll die Reibung an den Seitenwänden und das Glied $0{,}018\,\zeta_a^2$ die sonstigen Verluste erfassen. Die in dieser Gleichung (42, 29) gemachten Zuschläge beziehen sich auf den ganzen Schaufelkanal, so daß diese Gleichung nur auf Schaufelmitte anzuwenden ist und dann einen für die ganze Schaufel geltenden Mittelwert liefert, während die anderen Gleichungen sich nur auf einen Schaufelschnitt beziehen.

43. Die Leitvorrichtung der Axialpumpe.

Das Spiralgehäuse als einzige druckseitige Leitvorrichtung der Axialmaschine kommt nur bei einstufiger Ausführung und auch hier nur dann in Betracht, wenn eine genügende c_{3u}-Komponente vorliegt, damit keine zu großen Spiralquerschnitte nötig werden. Dies wäre bei 50% Reaktion (Abb. 141) denkbar. Da aber diese geringen Reaktionsgrade nur bei mehrstufigen Ausführungen angewandt werden, wo das Spiralgehäuse nicht anwendbar ist, so können wir uns auf die Behandlung des Leitrades beschränken, wobei wieder die Dampf- und Gasturbine, die in dem folgenden Abschnitt 45 berücksichtigt wird, außer Betracht bleiben soll.

Ferner kann die Kaplan-Turbine hier ausscheiden, weil dort das Leitrad in den radialen Teil der Zuströmung verlegt (Abb. 112a) und also in gleicher Weise wie bei der Francis-Turbine zu behandeln ist

[*I, 1 und 4*]. Wir werden uns somit im folgenden nur mit den Leitschaufeln der Pumpen und Verdichter, also der verlangsamten Strömung beschäftigen.

Die Leitschaufel ist dadurch benachteiligt, daß die absaugende Wirkung der Fliehkräfte auf die Grenzschichtansammlungen fehlt, die im Laufrad von großer Bedeutung ist (s. S. 241ff.). Nur dadurch ist es verständlich, daß im mehrstufigen Axialverdichter Wirkungsgrade von 80 bis 90 % erzielt werden, während im ruhenden Leitgitter mit gekrümmten Schaufeln nur bis 70 % zu erhalten sind. Deshalb sind bei Axialpumpen hohe Reaktionsgrade am Platze und nur beim Verdichter, wo die Senkung der MACH-Zahl eine weitere wichtige Bedingung ist, geht man auf 50 % herunter (s. S. 244, 254ff.).

Deshalb ist der Neigungswinkel α_3 der Stromlinien zum Umfang verhältnismäßig groß und kann also der Abstand zwischen Lauf- und Leitrad ebenfalls verhältnismäßig groß, nämlich gleich $L/6$ bis $1 \cdot L$ gemacht werden [*III, 8*], ohne daß ein Abfall des Wirkungsgrades merkbar wird. Aber unterhalb des Abstandes $L/6$ scheint eine Zunahme der Druckziffer einzutreten.

Bei der *Berechnung des Pumpenleitrades* wird man in der Regel von schaufelkongruenter Strömung im Leitrad ausgehen, wie das im Abschn. 36 geschehen ist und wobei man die Auseinanderstellung der Schaufeln durch eine entsprechende Winkelübertreibung berücksichtigen muß (s. S. 226)[1]. Man kann die Leitschaufel auch als Tragflügel in gleicher Weise berechnen, wie das im vorausgegangenen Abschnitt für die Laufschaufel beschrieben ist. Die erstere Bestimmungsart bietet, wenn die Ein- und Austrittswinkel nach (36, 2) bzw. (36, 6) oder (36,8) berechnet werden, keine neuen Gesichtspunkte. Sie ist stets bei hohen Reaktionsgraden (Abb. 136, Fall III bis V) und dann am Platz, wenn die Meridiankomponente c_m am Austritt nicht rein axial gerichtet ist. Die Behandlung der *Leitschaufel als Tragflügel* soll der Vollständigkeit halber hier gezeigt werden.

Verläßt die Strömung das Leitrad mit der Geschwindigkeit c_5', also der Umfangskomponente c_{5u}', ist also $r(c_{3u} - c_{5u}') \equiv r(\Delta c_u)_d$ die im Leitrad (Diffusor oder Düse) herbeigeführte Änderung des Dralls, so beträgt das vom Leitrad aufgenommene Drehmoment für einen Teilstrom der kleinen radialen Breite dr, entsprechend den Überlegungen S. 278,

$$dM = z\,P\,r \sin(\alpha_\infty \pm \lambda)\,dr = \frac{\gamma}{g}\,dV\,r\,(\Delta c_u)_d\,.$$

Setzt man den Wert für P entsprechend (42, 14a) mit c_∞ statt w_∞ ein, so folgt mit $dV = 2\,r\,\pi\,dr\,c_m = z\,t\,c_m\,dr$, $\cos\lambda = 1$ nach kurzer Umformung

$$\zeta_a \frac{L}{t} = \frac{2\,c_m\,(\Delta c_u)_d}{c_\infty^2 \sin(\alpha_\infty \pm \lambda)} \tag{43, 1}$$

oder, wenn $\lambda = 0$ und $c_\infty \sin\alpha_\infty = c_m$ gesetzt wird

$$\zeta_a \frac{L}{t} = \frac{2\,(\Delta c_u)_d}{c_\infty}\,. \tag{43, 2}$$

---

[1] Im Fall beschleunigter Strömung nach Abschn. 41a.

Diese beiden Gleichungen entsprechen den beim Laufrad verwendeten Ausdrücken von (42, 16) und (42, 21). Sie setzen also wieder gleichbleibendes c_m voraus. Wie in Gl. (42, 18 und 42, 19) ist

$$c_\infty^2 = c_m^2 + \left(\frac{c_{3u} + c'_{5u}}{2}\right)^2 \qquad (43, 3)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_\infty = \frac{2 c_m}{c_{3u} + c'_{5u}}. \qquad (43, 4)$$

Bei einstufigen Maschinen (ohne Spiralgehäuse) ist $c'_{5u} = 0$, weil hier drallfreier Abstrom verlangt wird (Fall III der Abb. 136).

Liegt hierbei gleichzeitig ein sehr kleines Verhältnis c_{3u}/w_∞, d. h. ein hoher Reaktionsgrad vor, so ist der Beitrag des Leitrades zum Förderdruck so klein, daß er durch die zusätzliche Reibung an den Wänden der Leitschaufeln und die Stoßverluste ausgeglichen wird. *Dann kann das Leitrad weggelassen oder mit wenig Schaufeln besetzt werden.* Diese Anordnung hat bei Wasserförderung und Lüftung eine große Anwendungsmöglichkeit.

Das Teilungsverhältnis t/L kann nach Gl. (41, 2a) gewählt werden.

44. Rechnungsbeispiele für Axialmaschinen.

a) Berechnung einer Kaplan-Turbine.

Fallhöhe $H = 9{,}5$ m, größter Durchfluß $V_{1/1} = 5{,}5$ m³/s.

Die Rechnung schließt sich zunächst an den bei der Francis-Turbine in Abschn. 25 gewählten Gedankengang an.

α) Wahl der Drehzahl. Nach S. 79 kann bei dieser Radform mit einer Saugzahl $S = 6$ sicher gerechnet werden[1], so daß also

$$\left(\frac{n}{100}\right)^2 \frac{V_{1/1}}{k\,\Delta h^{3/2}} = \left(\frac{n}{100}\right)^2 \cdot \frac{5{,}5}{k\,\Delta h^{3/2}} = 6.$$

Die Nabenverengung k sei zu 0,8 angenommen, entsprechend $r_i/r_a = 0{,}45$ (welcher Wert um so größer sein muß, je größer die Fallhöhe ist und bei $H > 40$ m an 0,6 herankommt). Wählt man $n = 500$/min, so findet sich

$$\Delta h = \left(\frac{5^2 \cdot 5{,}5}{0{,}8 \cdot 6}\right)^{2/3} = 28{,}6^{2/3} = 9{,}35 \text{ m}.$$

Da nach (14, 2)

$$\Delta h = A - H_t - (e'_s)_{\max},$$

so ergibt sich bei einem niedersten Barometerstand des Aufstellungsortes von $A = 10$ m und einer Dampfspannung des Wassers $H_t = 0{,}2$ m folgender Wert für den größtzulässigen Höhenunterschied zwischen der Saugkante der Laufschaufel und dem Unterwasserspiegel

$$(e'_s)_{\max} = 10 - 0{,}2 - 9{,}35 = 0{,}45 \text{ m},$$

welcher Wert trotz seiner Kleinheit noch als annehmbar betrachtet werden soll. Er ist zudem recht vorsichtig berechnet, weil die Saug-

[1] Aus S kann der in der übrigen Literatur gebrauchte Wert σ mittels Gl. (12, 10) errechnet werden. Mit dem nachher ermittelten Wert von $n_{q\,1/1}$ folgt $\sigma = 1{,}01$ (vgl. Taf. 2 S. 79).

zahl niedrig gewählt und nicht zu erwarten ist, daß bei am weitesten gesenktem Unterwasserspiegel die Turbine voll belastet werden kann.

Die spezifische Drehzahl bei Vollast beträgt also

$$n_{q1/1} = 500 \frac{\sqrt{5,5}}{9,5^{3/4}} = 217 \text{ oder } n_{s1/1} = 3,65 \sqrt{\eta}\, n_q \approx n_q/0,3 = 723.$$

β) **Hauptabmessungen des Rades.** Größte Nutzleistung

$$N_{1/1} = \frac{1000 \cdot 5,5 \cdot 9,5}{75} \cdot 0,84 = 585 \text{ PS}.$$

Daraus folgt nach Gl. (17, 2) der Wellendurchmesser $d = 12,65$ cm, ausgeführt (ähnlich Abb. 112c) als Hohlwelle und deshalb erhöht auf 150 mm.

Der größte Durchfluß soll bei einer Überlast von 20% vorliegen, so daß der Berechnungswasserstrom $V = 5,5/1,2 = 4,58\ m^3/s$ beträgt, der also über den ganzen Bereich der Austrittskante senkrechtes Abströmen vom Rad ergeben soll. Im Hinblick auf Abschn. 14 soll der relative Abströmwinkel am äußeren Umfang zu $\beta_{0a} = 16°$ angenommen werden, also etwas kleiner, als dem wahrscheinlichen Optimum bei Kavitation entspricht, um die Auslaßenergie und damit die Saugrohrverluste herabzusetzen. Hierzu kommt, daß die Kavitationsgefahr nicht bei normaler, sondern maximaler Eröffnung der Laufschaufeln am größten ist. (Bei extrem kleinen Fallhöhen, also großem t/L dürften noch kleinere Werte β_{0a} als 16° am Platze sein.)

Jetzt erhält man die Auslaßziffer nach Gl. (16, 4a)

$$\varepsilon^2 = 0,00117 \left(\frac{n_q}{\sqrt{k}} \operatorname{tg} \beta_{0a}\right)^{4/3}$$

$$\text{oder weil } k = 0,8,\ n_q = n \frac{\sqrt{V}}{H^{3/4}} = 500 \frac{\sqrt{4,58}}{9,5^{3/4}} = 198,$$

$$\varepsilon^2 = 0,00117 \left(\frac{198}{\sqrt{0,8}}\, 0,287\right)^{4/3} = 0,296.$$

Weil nun die Fallhöhengeschwindigkeit $C = \sqrt{2\,g\,H} = 13,65$ m/s, so wird $c_0 = c_m = \varepsilon \cdot C = 7,42$ m/s und die Kontinuitätsbedingung ergibt, wenn $D_a = 2\,r_a$ der Außen- und $D_i = 2\,r_i$ der Nabendurchmesser ist

$$V = \frac{\pi}{4} D_a^2\, k\, c_m,$$

womit

$$D_a = \sqrt{\frac{4\,V}{\pi k\, c_m}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4,58}{\pi \cdot 0,8 \cdot 7,42}} = 0,983 \text{ m}$$

$$D_i = 0,45 \cdot D_a = 0,443 \text{ m}.$$

Ausgeführt werde $D_a = 1000$ mm, $D_i = 452$ mm, wobei $k = 0,796$ und $c_m = 7,33$ m/s, entsprechend $\varepsilon^2 = 0,288$ und $\beta_{0a} = 15°39'$.

γ) **Berechnung der Laufschaufel.** Es werden die 5 zylindrischen Flußflächen *a*, *b*, *c*, *d*, *i* (Abb. 154a) betrachtet, die im gleichen radialen Abstand von $(r_a - r_i)/4 = 68,5$ mm liegen. Ist für alle diese Zylinderschnitte $\eta_h = 0,88$, so wird durchweg $H_{th} = \eta_h\, H = 8,35$ m. Die Berechnung erfolgt tabellarisch in nachstehender Zahlentafel nach den

Angaben des Abschn. 42 (obwohl bei der hier zu erwartenden Auseinanderstellung der Schaufeln auch schaufelkongruente Strömung, d. h. Abschn. 41 zugrunde gelegt werden könnte). Der Gittereinfluß ist nicht berücksichtigt, zudem er nach Abb. 150a eine negative Übertreibung bedingen würde. Die Größen t/L sind so gewählt, daß im Grundriß die beiden Schaufelkanten angenähert radial verlaufen.

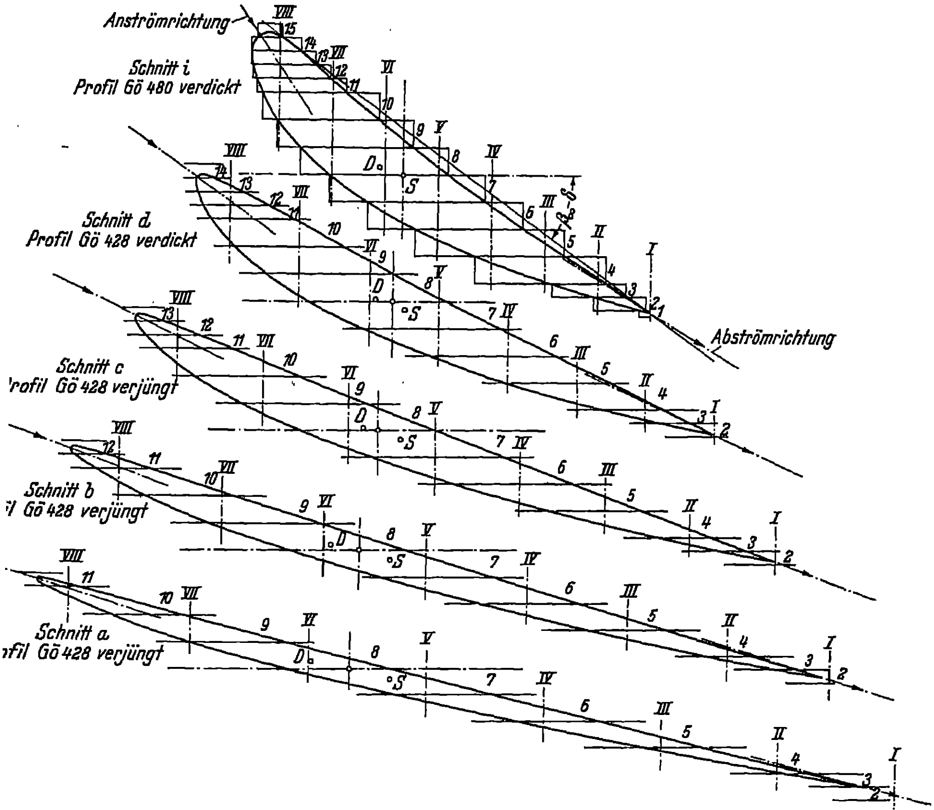


Abb. 154. Abwicklung der Zylinderschnitte. Laufrad der KAPLAN-Turbine des Berechnungsbeispiels.

Dabei ist zu beachten, daß außen ζ_a nicht zu klein und innen nicht zu groß wird, aber möglichst im Bereich des günstigsten Anstellwinkels liegt. Um die tragende Schaufellänge außen, wo die Kavitationsgefahr am größten ist, genügend groß zu erhalten, muß dort ζ_a und damit $y_{\max}/L$ so klein wie möglich gemacht werden. Im Einklang mit den Angaben in Abschn. 14, Tabelle 2 sind 4 Schaufeln gewählt und deren größte Dicke am äußeren Ende zu 19 mm angenommen. An der Nabe ist das Profil 480 und an den übrigen Schnitten das zur gleichen Gruppe der Gl. (42, 6) gehörige Profil 428, aber mit entsprechend abgestuften Dickenverhältnissen $y_{\max}/L$ verwendet. Die in der Zahlentafel errechneten Δh-Werte zeigen, daß das äußerste Profil am meisten ge-

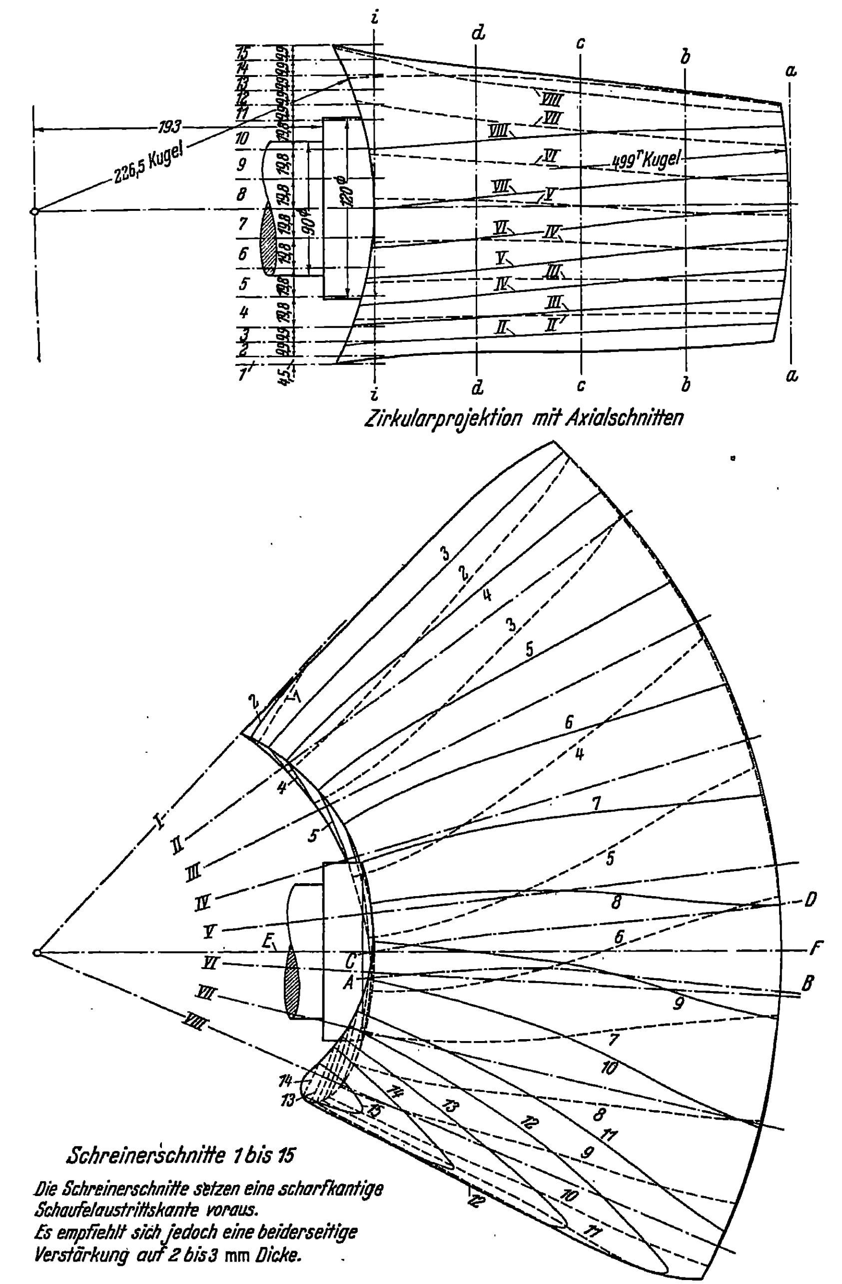


Abb. 154a. Grundriß eines Flügels mit Schreinerschnitten, 1 bis 15. Laufrad der KAPLAN-Turbine des Berechnungsbeispieles.

fährdet ist. (Die entgegengesetzte Beobachtung nach S. 81 kann durch Fußnote [1] S. 290 erklärt werden.) Beachtlich ist, daß diese Δh-Werte kleiner sind als der am Anfang dieses Beispiels errechnete Betrag, weil letzterer für maximalen Wasserstrom gilt und den Saugrohrrückgewinn enthält.

Die Winkel $\beta_\infty - \delta$ sind zur Erleichterung des Aufzeichnens der Profile angegeben. Die am Schluß der Tafel errechneten Wirkungsgrade η_u berücksichtigen nur die Reibung längs der Oberfläche der Laufschaufeln, also nicht die Reibung im Leitrad und Saugrohr, sowie an der äußeren Gehäusewand und der Nabe, so daß $\eta_u \gg \eta_h$ sein muß.

In Abb. 154 sind die Zylinderschnitte a bis i, in Abb. 154a die Schreinerschnitte der Schaufel *im Schwindmaß* gezeichnet.

δ) Lage der Schaufel-Drehachse. Wäre die Rücksicht auf die Beanspruchung durch Fliehkräfte allein maßgebend, so müßten die Schwerpunkte der einzelnen Querschnitte auf der Drehachse liegen; die Rücksicht auf Kleinhaltung der Verstellkräfte für die Laufschaufeln verlangt andererseits, daß bei ganz geöffneter Laufschaufelstellung möglichst ein hydraulisches Moment auf Schließen und bei ganz geschlossener Laufschaufel ein Moment auf Öffnen vorliegt, so daß also in einer Mittelstellung die Schaufel kein Drehmoment erfährt. Die Nachprüfung der letzteren Bedingung verlangt die Kenntnis der Lage der Wirkungslinien der resultierenden Schaufelkraft R. Man erhält diese aus den bei Windkanalversuchen ermittelten Momentenbeiwerten

$$\zeta_m = \frac{M}{\gamma \frac{w_\infty^2}{2g} F L},$$

wobei $M = N h$ das von der Schaufelkraft auf die Vorderkante des Flügels ausgeübte Drehmoment, also h den Abstand der normal zur Flügelsehne (d. h. der in Abb. 147 angegebenen Bezugslinie) gerichteten Komponente N von der Profilnase bedeutet. Da $N \approx A$, so folgt

$$\frac{h}{L} = \frac{Ah}{AL} = \frac{M}{AL} = \frac{\zeta_m}{\zeta_a}.$$

Die ζ_m- und ζ_a-Werte sind aus den Profilbüchern, z. B. [IV, 4], [IV, 21], zusammen mit dem Anstellwinkel zu entnehmen (wobei auf unendliche Flügellänge nicht umgerechnet zu werden braucht, weil die Lage des Angriffspunktes der Flügelkraft, d. h. das Verhältnis h/L unabhängig vom Seitenverhältnis b/L ist, sofern $b/L > 1$). Mit guter Annäherung kann ζ_m aus folgender Formel entnommen werden [1]

$$\zeta_m = \left(3{,}2\frac{x_f}{L} + 0{,}7\right)\left[1 - 4{,}9\left(\frac{d}{L}\right)^2\right]\frac{f}{L} + 0{,}243\,\zeta_a. \qquad (44,1)$$

Die Bedeutung von x_f, f, d ist aus Abb. 148a ersichtlich.

Gl. (44, 1) zeigt, daß die (ζ_m, ζ_a)-Linien geradlinig sind und die gleichbleibende Neigung 0,243 haben. Damit ist auch h/L und die Lage des Angriffspunktes von A auf der Profilsehne (Druckpunkt D Abb. 154) bekannt. In Abb. 154a gibt AB die Verbindungslinie der Druck-

[1] Vgl. auch H. Müller: Ringbuch der Luftfahrttechnik I, A 3.

Zahlentafel
zum Berechnungsbeispiel Kaplan-Turbine.

	Dim.	Schnitt i	d	c	b	a
r	mm	226	294,5	363	431,5	500
$u = r\,\omega$	m/s	11,84	15,42	19,01	22,59	26,18
$c_{3u} = \frac{g \cdot H_{th}}{u}$ [1]	m/s	6,92	5,31	4,31	3,63	3,13
w_∞^2 nach Gl. (42,18)	m²/s²	124,0	216,6	337,6	485,1	659,4
$\mathrm{tg}\,\beta_\infty$ n. Gl. (42,19)	—	0,8750	0,5745	0,4351	0,3530	0,2979
β_∞	Grad	41° 11′	29° 53′	23° 31′	19° 27′	16° 35′
λ geschätzt zu	Grad	1°	1°	1°	1°	1°
$\beta_\infty - \lambda$	Grad	40° 11′	28° 53′	22° 31′	18° 27′	15° 35′
$\zeta_a \frac{L}{t}$ n. Gl. (42,16)	—	1,267	0,7440	0,4883	0,3465	0,2587
$t = \frac{\pi D}{z}$ (mit $z = 4$)	mm	355	462,5	570	677,5	785
t/L (angenommen)	—	1	1,085	1,13	1,163	1,245
$\zeta_a = \left(\zeta_a \frac{L}{t}\right) \cdot \left(\frac{t}{L}\right)$	—	1,267	0,8075	0,5520	0,4030	0,3270
$\Delta h' = \Delta h$ n. Gl. (42, 22) mit $\alpha = 0,3$	m	4,72	5,25	5,59	5,87	6,46
Profil-Nr.	—	480	428	428	428	428
Verdickungsfaktor	—	verdickt 1,293	verdickt 1,317	verjüngt 0,858	verjüngt 0,522	verjüngt 0,352
$L = t \Big/ \left(\frac{t}{L}\right)$	mm	355,0	426,3	504,3	582,3	630,7
y_{max}	mm	59	48	37	26	19
y_{max}/L	—	0,1662	0,1126	0,0734	0,0446	0,03012
$\mathrm{tg}\,\lambda$ n. Gl. (42,14)	—	0,0220	0,0188	0,0164	0,0147	0,0138
λ (endgültig) [2]	Grad	1° 16′	1° 11′	56′	50′	47′
δ n. Gl. (42, 6)	—	5° 6′	2° 54′	2° 10′	2° 3′	1° 59′
$\beta_\infty - \delta$	Grad	36° 5′	26° 59′	21° 21′	17° 24′	14° 36′
η_u n. Gl. (42. 25)	—	0,970	0,965	0,960	0,957	0,952

[1] Untersuchungen von STRSCHELETZKY am Übergangsraum zwischen Leit- und Laufrad [Ing. Arch. Bd. 19 (1951) S. 309/20] lassen erkennen, daß die Umfangskomponenten c_{3u} des Radeintritts sich nicht nach dem Satz vom gleichbleibenden Drall $r\ c_u$ verteilen, was wohl darauf zurückzuführen ist, daß die FINKschen Drehschaufeln zylindrisch ausgeführt, aber mit axialen Komponenten beströmt werden. Obwohl das Laufrad, das zweifellos eine Rückwirkung auf die Zuströmung ausübt, bei diesem Versuch herausgenommen war, so ist vielleicht doch die Annahme einer geringeren Veränderung der c_{3u}-Werte, als dem gleichen Drall entspricht, vorteilhaft.

[2] Bei größeren Abweichungen ist hier die Rechnung zu wiederholen.

punkte D und CD die Verbindungslinie der Schwerpunkte S der einzelnen Zylinderschnitte an. Die Drehachse EF ist zwischen beide gelegt, wobei ein kleines hydraulisches Moment auf Schließen bleibt.

Der günstigste Zusammenhang zwischen den Stellungen der Leit- und Laufschaufeln kann — ausgehend vom Berechnungspunkt — angenähert nach Gl. (31, 2) ermittelt werden.

ε) **Zusätzliche Betrachtungen.** In Abb. 154 sind die Richtungen der ausgeglichenen Strömung vor und hinter dem Rad, also von w_3 und w_0, durch strich-punktierte Linien angegeben. Vergleicht man damit den Verlauf des Schaufelskeletts, so sieht man, daß die ausgeführten Profile bereits eine Winkelübertreibung enthalten, die besonders an der Austrittskante beträchtlich ist. Aus diesem Grund ist auf eine Berücksichtigung des endlichen Schaufelabstandes verzichtet.

Der *Spaltverlust* kann nach Gl. (35, 7 und 35, 8) in Verbindung mit Gl. (35, 2) näherungsweise berechnet werden[1].

b) Rechnungsgang einer Propellerpumpe oder eines Axial-Lüfters (Ventilators).

Diese Maschinen *geringer Förderhöhe* haben stets auch kleine Druckziffern, sofern ihre spezifische Drehzahl $n_q > 160$ ($n_s > 600$) ist, so daß nur das Berechnungsverfahren nach Abschn. 42 in Frage kommt.

Gegeben sind meist n, V und H. (Bei Luftförderung ist der Förderdruck in mm $WS = \text{kg/m}^2$, also durch $P_D - P_S$ in Gl. (2, 3) ausgedrückt.) In der Regel fehlen Eintrittsleitschaufeln, so daß $\alpha_0 = 90°$ und $K_0 = r\,c_{0u} = 0$, $\delta_r = 1$, was zunächst angenommen werden soll.

In die Rechnung einzuführender Förderstrom $V' = 1{,}1$ bis $1{,}15\ V$. Annahme von $r_a/r_i = 2$ bis 3, womit $k = 1 - (r_i/r_a)^2$ bekannt ist.

Mit ε aus Gl. (16, 4), wo $\delta_r = 1$, ferner β_{0a} bei Wasserförderung etwa 15° bis 20° und bei Luftförderung etwa 20° bis 35° zu setzen ist, wird $c_0 = c_m = \varepsilon\sqrt{2gH}$. ($\beta_{0a}$ nimmt man um so kleiner, je größer die spezifische Drehzahl oder das Teilungsverhältnis t/L. Bei $t/L > 1{,}5$ empfiehlt es sich, an der unteren Grenze zu bleiben.) Bestimmung von r_a aus $V' = k\pi r_a^2 c_0$, womit auch $r_i = r_a/(r_a/r_i)$ bekannt ist.

α) **Laufrad.** Für alle Zylinderschnitte kann η_h gleich groß und zwar 0,85 bis 0,9 angenommen werden, so daß $H_{\text{th}} = H/\eta_h$. Obwohl bei diesen Schnelläufern der größtzulässige Winkel $\beta_{2i} = 90°$ an der Nabe meist nicht erreicht wird, sollte dies jetzt geprüft werden, damit gegebenenfalls rechtzeitig r_i/r_a vergrößert wird. Ebenso ist bei Wasserförderung die Bestimmung der größtzulässigen Saughöhe mittels der Saugzahl $S = (n/100)^2\ V/k\ \Delta h^{3/2} \approx 2{,}4$ (s. S. 73ff.) am Platze. Die Bestimmung der Überschallgrenze bei Luftförderung mittels der Schallziffer $S = n^2\ V/k\,a^3$ (s. S. 87ff.) erübrigt sich, weil sie bei diesen Rädern immer ganz erheblich kleiner als der Grenzwert 70 sein muß. (Anderenfalls wäre das Rad nach dem nächstfolgenden Beispiel c) zu rechnen.)

---

[1] Neuere Ausführung einer KAPLAN-Turbine vgl. L. MEISSNER, Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 866/9 u. H. F. CANAAN, Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 1088.

Wie im vorausgegangenen Beispiel wird nun eine passende Zahl von Flußlinien, die in gleichem Abstand liegen können, für die Festlegung der Schaufelprofile ausgesucht. Diese sind sinngemäß (d. h. unter Beachtung des entgegengesetzten Vorzeichens der Winkel λ und δ) in gleicher Weise, wie in obiger Zahlentafel angegeben ist, festzulegen. Bei Luftförderung kann man für die einzelnen Schnitte w_{max} aus Gl. (42, 23a) statt $\Delta h'$ berechnen, welcher Wert von innen nach außen stetig anwachsen sollte, obwohl diese Rechnung hier nicht so wichtig ist, wie die entsprechende bei Wasserförderung.

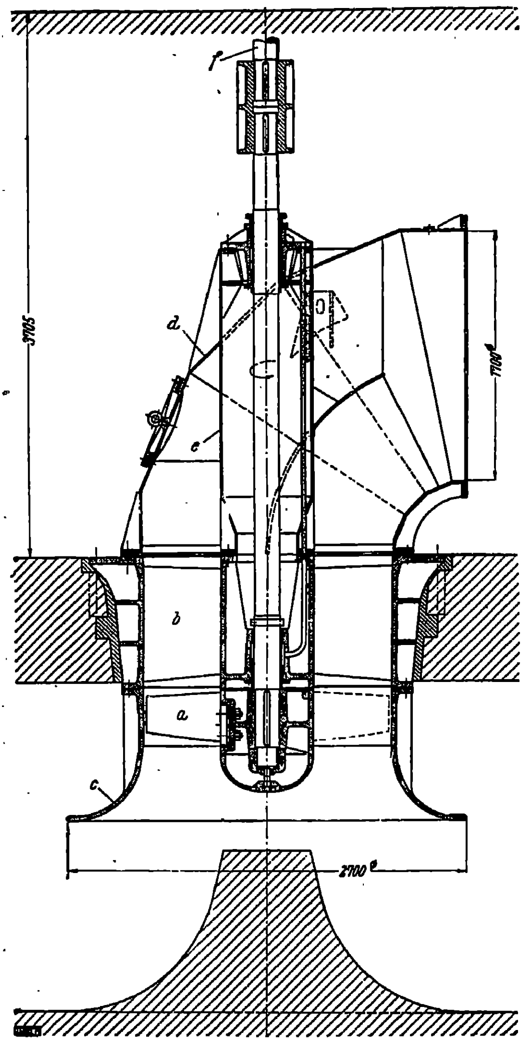


Abb. 155. Querschnitt einer Propellerpumpe 30000 m³/h auf 2,6 m bei 200 U/min(KSB, Bestenbostel).

β) Leitrad. Für die gleichen Flußlinien wie beim Laufrad werden der Reihe nach $\operatorname{tg}\alpha_3 = c_{3m}/c_{3u}$, $\operatorname{tg}\alpha_4$ nach Gl. (36, 2) und schließlich der Endwinkel α_5 aus dem vorgeschriebenen Abströmwinkel α_5' mittels Gl. (36,6) in einer Tabelle berechnet. Da α_5 übertrieben werden muß, so wird er im Fall senkrechten Abströmens gemäß Gl. (36,7) größer als 90°.

Die Behandlung der Leitschaufel als Tragflügel nach Gl. (43, 1) bis (43, 4) bietet keine Schwierigkeit, ist aber umständlicher und deshalb bei diesen Pumpen hohen Reaktionsgrades nicht zu empfehlen, weil die Drucksteigerung im Leitrad gering ist (und deshalb bisweilen das Leitrad sogar weggelassen wird).

γ) Fall der Verwendung eines Eintrittsleitrades. In den Fällen, wo bei diesen Maschinen ein Eintrittsleitrad vorgesehen, also $K_0 \neq 0$ ist, bleibt der Rechnungsgang grundsätzlich der gleiche, wenn beachtet

wird, daß in der Hauptgleichung $c_{0u} = K_0/r$ zu setzen ist. Beim Eintrittsleitrad sind dann die Schaufeln strenggenommen ebenso doppelt gekrümmt wie beim Austrittsleitrad. Sie können aber ohne Übertreibung der Winkel gerechnet werden, weil ein Beschleunigungsgitter vorliegt (s. S. 30ff.). Bei Wasserförderung kommt dieser Fall kaum in Betracht, obwohl ein mäßiger Gleichdrall die Saugfähigkeit erhöht (s. S. 74f.).

Bei Luftförderung wird bisweilen nur ein saugseitiges Leitrad verwendet, entsprechend Fall V in Abb. 136, wobei also $\alpha_3 = 90°$, und die Hauptgleichung liefert $K_0 = -\frac{g H_{th}}{\omega}$, also die Strömung mit starkem Gegendrall dem Laufrad zugeführt wird. Diese Anordnung „Leitrad—Laufrad" hat die gehegten Erwartungen nicht erfüllt. Durch die vergrößerte Relativgeschwindigkeit im Laufrad wird der Wirkungsgrad verschlechtert und die Überschallempfindlichkeit vergrößert. (Nach Gl. (15, 23a) wird δ_r, das im Ausdruck für die Schallziffer S nach Gl. (15, 26) vorkommt, größer als 1.) Ebenso bewirkt der hohe Reaktionsgrad, der größer als 1 geworden ist, die Entstehung eines überhöhten Achsschubes und eines gesteigerten Spaltverlustes.

δ) Zusätzliche Bemerkungen. Bei Luftförderung kann der Einfluß der Dichteänderung, d. h. das Anwachsen des Volumenstromes am Einlauf mittels Gl. (15, 7) und ebenso dessen Abnahme im Laufrad mittels Gl. (23, 6) verfolgt werden, wobei in letzterem Fall eine mittlere Flußlinie zugrunde gelegt werden kann. Eine genaue Verfolgung etwa gemäß [*III, 1, Abschn. 85a*] erübrigt sich, zudem die Nichtberücksichtigung die Sicherheit der Rechnung erhöht. Aus dem gleichen Grund kann auch die Umrechnung der Schaufelprofile nach der PRANDTLschen Regel (s. S. 282) meist unterbleiben.

Der *Spaltverlust* ermittelt sich bei diesen stets deckbandlosen Rädern nach Gl. (35, 1 und 35, 2) und (35, 7 und 35, 8). Die aus Gl. (35, 7) erhaltene „reduzierte Spaltweite" ist zur rechnungsmäßigen Schaufellänge zuzuschlagen, falls der Betrag nicht in dem zum Förderstrom gemachten Sicherheitszuschlag enthalten ist.

c) Berechnung einer einstufigen Axialpumpe mäßiger spezifischer Drehzahl bzw. der ersten Stufe eines mehrstufigen Axialverdichters.

Hier ist auf hohe Druckziffer hinzuarbeiten. Deshalb muß das Radienverhältnis r_a/r_i meist kleiner gehalten werden als im vorausbehandelten Beispiel b), weil die Förderhöhe von der an der Nabe vorhandenen Umfangsgeschwindigkeit abhängt. Nach Gl. (40,16) ist r_a/r_i um so kleiner zu wählen, je höher die Druckziffer gewünscht wird. Ihren höchsten Wert erreicht man mit $r_a/r_i = 1$, also verschwindend kleinen Schaufelbreiten $b = r_a - r_i$, wobei die Druckziffer des Radialrades (Abb. 21b) angenähert erhalten wird (vgl. auch Gl. (40, 18)). Ferner muß am Nabenhalbmesser r_i offenbar der größtmögliche Schaufelwinkel β_{2i} nahe an 90° genommen werden. Man wählt β_{2i} jedoch nur so groß als ohne allzu starke Wölbung des Schaufelskeletts möglich scheint.

Wegen der steilen Winkel ist es zweckmäßig, von den Verhältnissen der schaufelkongruenten Strömung, also den Verfahren des Abschnitts 41 Gebrauch zu machen. Da man gleichzeitig bestrebt sein muß, ein genügend großes Schaufelverhältnis b/r_a zu erhalten, was besonders beim vielstufigen Verdichter wichtig ist, so wird man r_a/r_i vorschreiben.

α) Luftförderung. Hier muß man die Drehzahl n frei lassen, zudem man dadurch auch die Möglichkeit bekommt, bis an die Grenze des Überschalls zu gehen. Beim vielstufigen Verdichter wird man sogar nicht einmal die Förderhöhe der 1. Stufe vorschreiben, sondern so groß wie möglich bestimmen, um die Stufenzahl zu beschränken. Beim einstufigen Verdichter ist naturgemäß die Förderhöhe gegeben.

In allen Fällen gehen wir also vom verlangten Förderstrom V_g aus und beginnen die Rechnung, wie im Zahlenbeispiel 1 und 2 des Abschnitts 15 angegeben ist, nachdem wir geklärt haben, ob ein Eintrittsdrall beabsichtigt ist, d. h. welcher von den Fällen II bis V der Abb. 136 für das Profil am äußeren Halbmesser r_a angestrebt wird. Dabei werden wir zunächst die Schallziffer $S = \delta_r^2\, n^2 V/k\, a^3$ vorsichtig, also etwa nur zwischen 40 und 60 einsetzen. Dies ist besonders beim einstufigen Verdichter zweckmäßig, weil hier die Notwendigkeit, bis an die äußerste Grenze zu gehen, häufig nicht besteht und der Wirkungsgrad gebessert wird. Durch diese Untersuchung ist auch die Meridiangeschwindigkeit c_m bekannt.

Im Anschluß an diese Rechnung können wir für sämtliche Schaufelschnitte die relative Zuströmrichtung β_0 festlegen (die wir gleich der Anfangsrichtung β_1 des Skeletts nehmen). Im Fall des mehrstufigen Verdichters strebt man eine möglichst große Förderhöhe ΔH dieser 1. Stufe an und bestimmt diese entweder für das *mittlere Schaufelprofil* durch Entnahme des Umlenkwinkels $\Theta = \beta_3 - \beta_0$ aus Abb. 143, womit auch β_3 bekannt und damit

$$\Delta H = \eta_h \frac{u}{g} (u - c_m \operatorname{ctg} \beta_3) \tag{44, 1}$$

gegeben ist.

Eine andere Rechnungsart geht von dem an der Nabe liegenden Profil aus, weil dieses am stärksten belastet ist und schreibt dort den Winkel β_{2i} unmittelbar vor, nämlich zu 70 bis fast 90°. Manche schieben eine — allerdings recht unsichere — Zwischenkontrolle ein, indem sie von einem annehmbaren Auftriebswert $(\zeta_a)_i$ ausgehen, den man an der Nabe nach S. 276 verhältnismäßig groß, nämlich 1,5 und höher wählen kann. In letzterem Fall folgt ΔH_{th} aus Gl. (42, 15) oder (42, 21) (obwohl wir im übrigen die Vorstellung schaufelkongruenter Strömung beibehalten). Für t/L gibt Gl. (42, 2a) einen Anhalt. Anschließend kann man β_3 aus Gl. (44, 1) erhalten oder unmittelbar β_2 bestimmen aus

$$\Delta H = \frac{\eta_h}{g} \frac{u}{1+p} (u - c_m \operatorname{ctg} \beta_2),$$

wo $u = r_i\,\omega$ und nach Gl. (7, 17), sofern ψ' aus (7, 13) entsprechend dem zu erwartenden Winkel β_2 entnommen wird, $p \approx 1{,}6\,\psi'\; r_i/z\, e_i$. Dieser Wert ΔH ist nun für die anderen Schaufelschnitte vorzu-

schreiben. Wenn es sich um die 1. Stufe eines mehrstufigen Verdichters handelt, kann man anschließend die ganze Schaufel festlegen, indem man in den gewählten Flußflächen die Schaufelwinkel nach der für Pumpenschaufeln geltenden Gl. (41, 7) bzw. (21, 1a) und (20, 1) festlegt. Gegebenenfalls kann geprüft werden, inwieweit das mittlere Profil mit den Angaben in Abb. 143 in Einklang steht.

Die einzelnen Schaufelschnitte werden anschließend unter Übernahme des Dickenverlaufs günstiger Tragflügelprofile (s. S. 258) profiliert.

Beim einstufigen Verdichter muß man den Winkel β_{2i} an der Nabe der gewünschten Förderhöhe anpassen. Ist dieses nicht möglich — entweder weil ζ_a oder β_{2i} zu groß oder zu klein sein würde — so muß man die Annahmen, d. h. sowohl r_a/r_i als auch S, entsprechend ändern. Bei zu großen β_{2i} muß r_i vergrößert, also r_a/r_i verkleinert werden und umgekehrt.

Ergeben sich extrem große r_a/r_i, so ist dies ein Beweis dafür, daß der Verdichter eigentlich zu der im vorausgegangenen Beispiel b) behandelten Art zu rechnen ist. In diesem Fall kann dann die Sicherheit gegen Überschall erheblich gesteigert, also S stark gesenkt werden oder außer acht bleiben.

Soll der *Eintrittsdrall* geändert werden, so ist die Rechnung nach Zahlenbeispiel 2, Abschn. 15 zu wiederholen, wobei man r_a und r_i unverändert lassen kann. Auch das für die äußere Flußlinie am Halbmesser r_a erhaltene Profil wird man beibehalten, zudem der optimale Winkel $\beta_{0a} \geq 32°10'$ bis $35°20'$ unverändert bleiben oder höchstens vergrößert werden sollte. Mittels der damit gegebenen Winkeländerung $\Theta = \beta_{3a} - \beta_{0a}$ dieses äußeren Profils läßt sich nun die zu der gewählten Reaktion gehörige Drallziffer $\delta_r = 1 - c_{0u}/u_{1a}$ leicht angeben, weil in Abb. 135 oder 149 das Dreieck $A_3 A_0 C$, also auch $w_{\infty u}$ unverändert bleibt. Die Drehzahl erhöht sich dann im Verhältnis $1/\delta_r$, also auch die Förderhöhe, ohne daß die Überschallgrenze näher rückt. Am inneren Radius r_i wird sich das ursprüngliche Profil meist ändern, wenn das äußere Profil unverändert geblieben ist.

Leitrad. Die zugehörigen Winkel folgen aus den Geschwindigkeitsplänen. Bei hohem Reaktionsgrad ist die Rechnung die gleiche wie oben unter b). Die Austrittswinkel sind nach Gl. (36, 6) bzw. (36, 7 bis 9) zu übertreiben. Bei 50 % Reaktion sind Leit- und Laufschaufeln ähnlich und können sogar kongruent sein.

Die *Dichteänderung* in Lauf- und Leitrad, die längs des Halbmessers verschieden ist, verfolgt man am mittleren Halbmesser $r_m = (r_a + r_i)/2$ mittels Gl. (23, 6) und bemißt danach den Breitenverlauf nach dem Austritt hin. Dabei kann auch auf die späteren Gl. (59, 7) bis (59, 9) Bezug genommen werden, wobei sich eine Umrechnung der Schaufelprofile erübrigt.

Der *Spaltverlust* muß bei diesen hochbelasteten Rädern nach Abschn. 35 sorgfältig verfolgt werden. Sind die Schaufelkränze mit Deckband versehen $\left(\text{Reaktion } \mathfrak{r} < \frac{1}{2}\right)$, so gelten Gl. (33, 1 und 4) und bei fehlen-

dem Deckband $\left(\text{Reaktion } r \gtrless \frac{1}{2}\right)$ Gl. (35, 1) und (35, 7 und 35, 8) wie bei b).

Der zur Schaufellänge zu machende Zuschlag ist wieder gleich der dort bestimmten „reduzierten Spaltweite" $(b_s)_{\text{red}}$ nach Gl. (35, 3 und 35, 4) bzw. (35, 7). Der entsprechende Energieverlust nach Gl. (35, 2) vergrößert den Wärmeinhalt des Austrittszustandes, der hiernach festzulegen ist.

β) Wasserförderung. Es ist naheliegend, den Verwendungsbereich des Axialrades auch bei Wasserförderung auszudehnen, nachdem bei Luftförderung so gute Ergebnisse erzielt worden sind. Es handelt sich zunächst um den Ersatz der Halbaxialpumpen (Schraubenpumpen). Die *mehrstufige* axiale Wasserpumpe wird merkwürdigerweise noch nicht angestrebt[1], obwohl ähnliche Vorteile, wie im Fall des Verdichters, zu erwarten sind.

Bei Wasserströmung wird eine mäßige Schaufelzahl verwendet, teils aus Festigkeitsgründen, teils um die Möglichkeit der Schaufelverstellung nach Art des KAPLAN-Laufrades zu haben. Außerdem wird das Abreißgebiet (S. 182, 189) eingeschränkt.

Die Drehzahl ist hier — im Gegensatz zum Fall α) — fest vorgeschrieben. Deshalb beginnt die Rechnung in gleicher Weise wie im Beispiel b), also unter Heranziehung der Einlaufziffer ε nach Gl. (16, 4), wobei $\beta_0 = 15$ bis $20°$. Im übrigen wird der unter α) für Luftförderung besprochene Gedankengang sinngemäß übernommen.

45. Berechnung der axialen Zwischenstufe einer Dampf- oder Gasturbine

Die Dampfturbinenschaufel ist stark gekrümmt, also grundsätzlich nach den in Abschn. 41 angegebenen Regeln zu berechnen. Es haben sich aber einige Besonderheiten eingeführt, die in den hier vorliegenden Bedingungen ihren Grund haben und deshalb behandelt werden sollen. Daß die Auseinanderstellung der Schaufeln in der Regel nicht berücksichtigt wird (sondern nur die endliche Dicke der Schaufelenden), ist schon wiederholt gesagt worden.

Man verwendet ferner zylindrische Schaufeln für Lauf- und Leitrad bis zu einer radialen Schaufellänge $b \approx D_m/6$ und legt bei der Ausbildung ihrer Profile lediglich die Verhältnisse am Durchmesser D_m der Schaufelmitte zugrunde. Wir beziehen also unsere folgenden Betrachtungen auf den Zylinderschnitt in Schaufelmitte.

Wir haben schon in Abschn. 10 und 27 gesehen, daß der senkrechte Austritt aus dem Laufrad bei Dampfturbinen nicht die gleiche Bevorzugung wie bei Wasserturbinen genießt, weil durch einen negativen Austrittsdrall ($\alpha_0 > 90°$) die Laufzahl herabgesetzt wird. Die dadurch bedingte Vergrößerung der Auslaßenergie wird in der folgenden Stufe ausgenützt.

Als eine weitere Besonderheit hat sich bei der Berechnung der Dampfturbinen bewährt, daß man von der Laufzahl u/C (und nicht von β_2)

[1] Vgl. Fußnote [1] S. 68.

ausgeht, weil die sofortige Kenntnis der Umfangsgeschwindigkeit besonders wichtig ist. Damit hängt dann auch zusammen, daß man nach (8, 15) oder (8, 16) den Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ vorschreiben muß, der auch meist von vornherein angenähert bekannt ist, wenn man sich für Kammer- oder Trommelstufen (s. S. 312ff.) entschieden hat. Der Rechnungsgang wird dann von selbst ein ähnlicher, wie er für $\mathfrak{r} = 0$ in den Abschnitten 26 und 27 eingeschlagen worden ist. Dort haben wir mit Vorteil Geschwindigkeitsbeiwerte (φ für das Leitrad, ψ für das Laufrad) benutzt, statt von Erfahrungswerten für η_h wie bei anderen Strömungsmaschinen auszugehen. Wir wollen diese Rechnungsweise auch im Fall der Überdruckwirkung beibehalten (obwohl die Geschwindigkeitsbeiwerte noch wenig erforscht sind und ihre Benutzung nicht so nahe liegt wie bei Gleichdruck) weil dann die Rechnung für das Gesamtgebiet des Dampf- und Gasturbinenbaus einheitlich wird. (Daß das bei dem Verdichter, bei dem die Bedingungen ähnlich liegen, nicht geschieht, hat seine Berechtigung darin, daß dort Gleichdruck so gut wie nicht vorkommt.)

Die Überdruckwirkung im Schaufelkanal zusammen mit der Ausnutzung der Austrittsgeschwindigkeit der vorhergehenden Stufe macht eine Weiterentwicklung der Benutzungsart dieser Geschwindigkeitsbeiwerte notwendig, weil die Reibung sich an der Zuströmgeschwindigkeit anders auswirkt, als an ihrer Zunahme im Kanal infolge der Druckumsetzung. Wir ordnen deshalb der Zuströmgeschwindigkeit (Vorgeschwindigkeit) des Leitrades den Beiwert φ_v, der des Laufrades den Beiwert ψ_v und der jeweiligen Austrittsgeschwindigkeit die Beiwerte φ bzw. ψ_u zu. Dabei beachten wir, daß ψ_u von dem früheren ψ sich dadurch unterscheidet, daß in letzterem auch die Übergangsverluste enthalten waren, während φ den gleichen Wert hat wie in Abschn. 26 und 27[1], weil dort keine Vorgeschwindigkeit des Leitrades vorhanden war.

Wir wollen zunächst die sich damit ergebenden Berechnungsformeln entwickeln. Die großen Stufengefälle der Dampfturbinen verlangen die Verfolgung der Zustandsänderung. Die Zustandskurve einer Zwischenstufe im i, S-Schaubild ist in Abb. 156 dargestellt. Hiernach ist ihr Reaktionsgrad

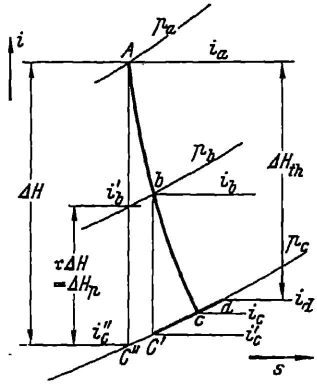


Abb. 156.
i, S-Schaubild einer Zwischenstufe.

$$\mathfrak{r} = \frac{\text{Laufradgefälle}}{\text{Stufengefälle}} = \frac{\Delta H_p}{\Delta H} = \frac{i_b - i_c'}{i_a - i_c''}.$$

Führt man die dem Stufengefälle $\Delta H = i_a - i_c''$ entsprechende Geschwindigkeit ein

$$C = 91{,}5\sqrt{i_a - i_c''}, \tag{45, 1}$$

[1] Vgl. auch H. Hausenblas: Auslegungsdiagramme für Turbinenstufen MTZ. Bd. 11 (1950) S. 96/97.

wo $91{,}5 = \sqrt{2g \cdot 427}$, so läßt sich das adiabatische Stufengefälle in kcal/kg auch schreiben

$$i_a - i_0'' = \frac{C^2}{2g \cdot 427} = \frac{C^2}{8380}. \qquad (45, 1\,\mathrm{a})$$

Da der Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ von vornherein angenommen ist (nämlich nach Abschn. 50 nahe bei Null bei Kammerstufen, 0,5 bei Trommelstufen), so ist auch u/C aus Gl. (8, 15) oder (8, 16) bekannt und damit $u = \frac{u}{C}\,C$ gegeben.

a) **Leitrad.** Um die endliche Dicke der Schaufelenden nicht in den Gleichungen mitschleppen zu müssen, geben wir der Austrittsgeschwindigkeit des Leitrades (wie in Abschn. 27) gleich das Fußzeichen 2 und setzen damit stillschweigend die Austrittsverengung des Leitrades gleich der Eintrittsverengung des Laufrades, obwohl dieses nicht ganz zutrifft. Diese Vereinfachung erscheint aber im Hinblick auf die ebenfalls unterlassene Berücksichtigung des endlichen Schaufelabstandes, d. h. die eindimensionale Behandlung der Strömung (s. S. 26 ff.) zulässig, abgesehen davon, daß anderenfalls die Ableitungen an Klarheit verlieren würden.

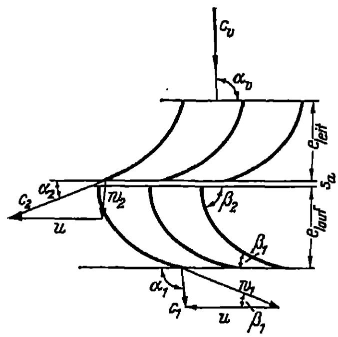


Abb. 157. Schema der Beschauflung einer Zwischenstufe.

Zum Leitradgefälle $(1 - \mathfrak{r})\,C^2/2g$ tritt die Austrittsenergie der vorhergehenden Stufe. Die dortige Austrittsgeschwindigkeit $c_1 \equiv c_v$ kommt infolge der Übergangsverluste nur mit dem Betrag $\varphi_v\,c_v$ an, so daß im Leitrad die Energie $(1 - \mathfrak{r}) \cdot C^2/2g + (\varphi_v\,c_v)^2/2g$ umgesetzt wird. Die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrad beträgt also, weil die Verluste im Leitkanal durch den Beiwert φ berücksichtigt werden,

$$c_2 = \varphi \sqrt{(1 - \mathfrak{r})\,C^2 + (\varphi_v\,c_v)^2}. \qquad (45, 2)$$

Darin setzen wir nach FLÜGEL [*II*, *2*] $\varphi = 0{,}95$.

$\varphi_v = 0{,}8$ bei unstetigem Übergang zwischen den Stufen (Kammerstufen, s. S. 312),
$\varphi_v = 0{,}9$ bei glattem Übergang zwischen den Stufen (Trommelstufen ohne Deckband).

Nach neueren Angaben[1] sind diese Zahlen etwas zu niedrig.

Da neben c_2 auch $u = C \cdot u/C$ bekannt ist und

$$c_{2m} = (0{,}24 \text{ bis } 0{,}35)\,C, \text{ im Mittel } 0{,}28\,C \qquad (45, 3)$$

gewählt werden kann, ist das Eintrittsdreieck des Laufrades und damit w_2 und β_2 gegeben (Abb. 157).

b) **Laufrad.** Das adiabatische Laufradgefälle ist $\mathfrak{r}\,C^2/2g$. Dazu tritt die Geschwindigkeitshöhe der relativen Eintrittsgeschwindigkeit w_2.

[1] EMMERT, H. D.: Current Design Practices for Gasturbine Power Elements, Transactions of ASME 72, Nr. 2, (1950) S. 189/200.

Wir erhalten dann, da wir die Verluste im Eintrittsbereich durch den Geschwindigkeitsbeiwert ψ_v, im Laufkanal durch den Geschwindigkeitsbeiwert ψ_u berücksichtigen, folgende Beziehung für das Axialrad

$$w_1 = \psi_u \sqrt{\mathfrak{r}\, C^2 + (\psi_v w_2)^2}, \tag{45, 4}$$

die ganz entsprechend der Gl. (45, 2) aufgebaut ist.

Bei Gleichdruck, also $\mathfrak{r} = 0$ ergibt sich hieraus $w_1 = \psi_u \psi_v w_2 = \psi w_2$ in voller Übereinstimmung mit der in Abschn. 27 benutzten Beziehung. Hier genügt also ein einziger Geschwindigkeitsbeiwert $\psi = \psi_u \psi_v$, während bei Überdruck die Trennung in ψ_u und ψ_v nötig ist, um dadurch der Verschiedenheit der Geschwindigkeit am Eintritt und Austritt des Laufkanals Rechnung zu tragen.

Wir setzen nach FLÜGEL [*II*, *2*] die Reibungsziffer im Lauf- und Leitkanal gleich, d. h. $\psi_u = \varphi = 0{,}95$, obwohl streng genommen auch der Umlenkungswinkel und die REYNOLDS-Zahl maßgebend sind. (Den Einfluß der Schaufellänge gemäß Abschn. 47, des Spaltverlusts gemäß Abschn. 35 berücksichtigen wir gesondert.) Wir können dann ψ_v durch Benutzung der in Abb. 83 angegebenen ψ-Werte erhalten aus $\psi_v = \psi/0{,}95$, obwohl dieser Wert auch von der Form der Profilnase, dem Reaktionsgrad und Abstand s_a der Kränze abhängig ist. Manche setzen φ_v ebenso auch ψ_v durchgängig gleich 1 und nehmen also[1] $\psi_u = \psi$.

Den axialen Abstand s_a (Abb. 81) zwischen den Kränzen nimmt man schon zur Beschränkung der Baulänge möglichst klein und zwar

zwischen Leit- und Laufrad	$s_a = 1{,}5 - 2$ mm
zwischen Lauf- und Leitrad der nächsten Stufe	$s_a = 2{,}5 - 3$ mm

je nach Entfernung vom Spurlager (wegen Rücksicht auf Anstreifen infolge der Wärmedehnung der Welle relativ zum Gehäuse). Bei Trommelstufen ohne Deckband haben große axiale Spaltweiten keinen Einfluß auf die Verluste[2], während bei Kammerstufen der innere Wirkungsgrad mit wachsendem s_a gemäß Abb. 157a abfällt [*II*, *24*].

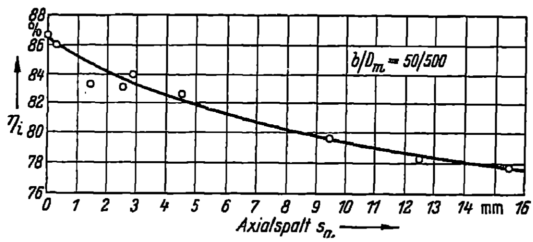


Abb. 157a. Einfluß des Axialspiels bei Deckbandbeschauflung auf den Wirkungsgrad.

Die Übergangsverluste sind bei reinem Gleichdruck auch durch Nachsaugen des Spaltdampfes (Strahlpumpenwirkung) bedingt. Diese Ver-

[1] Vgl. Fußnote [1] S. 298.
[2] Dresdener Gittertagung 1944.

luste erfahren eine Verstärkung dadurch, daß bei Gleichdruck stets ein Deckband nötig ist und deshalb zur Vermeidung von Kantenstoß die Eintrittslänge b_2 der Laufschaufel gegenüber der Austrittslänge b_4 der Leitschaufel vergrößert werden muß (Abb. 81 oder 158). Es hat sich aber — ebenso wie in anderen Fällen — gezeigt, daß diese sprungweise Änderung ohne Nachteil reichlich groß gemacht werden kann, zudem man dann die Möglichkeit hat, das Deckband zylindrisch auszuführen. Sind die Laufschaufeln durch Bindedrähte versteift, so ist der entstehende zusätzliche Widerstand durch Wahl eines verkleinerten ψ_u zu berücksichtigen.

c) Das adiabatische Stufengefälle $\Delta H = C^2/8380 = i_a - i_c''$ kann mittels (45, 2) oder (45, 4) geschrieben werden

$$i_a - i_c'' = \frac{1}{8380\,(1-\mathfrak{r})}\left[\left(\frac{c_2}{\varphi}\right)^2 - (\varphi_v\, c_v)^2\right]$$
$$\text{oder} \quad = \frac{1}{8380\,\mathfrak{r}}\left[\left(\frac{w_1}{\psi_u}\right)^2 - (\psi_v w_2)^2\right]. \tag{45, 5}$$

d) Zustandskurve. Die Festlegung der Zustandspunkte b und c im i,S-Schaubild (Abb. 165) (die zur Entnahme der Rauminhalte v nötig ist), erfolgt aus den errechneten Geschwindigkeiten mittels der p-Linien, welche durch den Reaktionsgrad gegeben sind, und des Wärmegefälles. Letzteres liefert der 1. Hauptsatz, wonach (im ruhenden oder translatorisch bewegten Kanal) die Zunahme der kinetischen Energie gleich der Abnahme des Wärmeinhaltes ist. Für das Leitrad ergibt sich

$$i_a - i_b = \frac{1}{8380}\,(c_2^2 - c_v^2) \tag{45, 6}$$

und für das axiale Laufrad

$$i_b - i_c = \frac{1}{8380}\,(w_1^2 - w_2^2). \tag{45, 7}$$

(Weicht die Beaufschlagung von der axialen ab, so tritt im Einklang mit Gl. (8, 3) sowohl unter der Wurzel von (45, 4) als auch in der Klammer der rechten Seite von (45, 7) noch $u_1^2 - u_2^2$ hinzu.) Der Auslaßverlust $c_1^2/8380 = i_d - i_c$ ist nur im Fall fehlender Wiederverwertung der Auslaßgeschwindigkeit c_1 zu berücksichtigen.

Im Auge zu behalten ist, daß diese Rechnung nur die Schaufelverluste und auch diese nur für mittlere Schaufellängen und Heißdampf berücksichtigt. Die zur Gewinnung der inneren Arbeit noch zuzunehmenden Verlustwärmen sind in Abschn. 35 und 47 berechnet außer der Radreibung, die bereits in Abschn. 3 besprochen ist. Die Zustandskurve *Abcd* in Abb. 156 verläuft also über d hinaus.

Schaufelarbeit und Wirkungsgrad. Die spezifische Schaufelarbeit einer Stufe beträgt in kcal/kg $\Delta H_{\text{th}} = \frac{u}{427\,g}\,(c_{2u} - c_{1u})$ (wo c_{1u} in der Regel negativ zu nehmen ist) oder zur Probe

$$\Delta H_{\text{th}} = \frac{c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2}{8380} = i_a - i_c + \frac{c_v^2 - c_1^2}{8380} \tag{45, 8}$$

und die verbrauchte Fallhöhe

$$\Delta H = \frac{C^2 + c_v^2 - c_1^2}{8380}. \tag{45, 9}$$

In letzterem Ausdruck ist bei der 1. Stufe c_v^2 und bei der letzten $-c_1^2$ zu streichen. Damit läßt sich der Schaufelwirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{\Delta H_{\text{th}}}{\Delta H} \text{ berechnen.}$$

Streng genommen ist hierin ΔH_{th} noch um den in Abschnitt 47 angegebenen Verlust Z_{b+x} zu verkleinern.

e) **50% Reaktion.** Diese ist bei Trommelstufen (s. S. 314ff). fast ausschließlich im Gebrauch. Hier sind Lauf- und Leitradgefälle einander gleich und die Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades kongruent, weil nach Gl. (45, 2) und (45, 4) $w_1 = c_2$, falls $w_2 = c_v = c_1$. Dann sind Lauf- und Leitschaufeln ähnlich, wie schon in Abschn. 40a gezeigt wurde. Sie sind sogar kongruent, können also von der gleichen Stange heruntergeschnitten werden, falls ihre axiale Länge e gleich ist. Dann ist auch $\varphi = \psi_u$, $\varphi_v = \psi_v$. Die Gefahr des Überschalls ist hier am geringsten (S. 244).

f) **Wahl der Winkel.** Der Zuströmwinkel der Leitschaufeln ergibt sich aus dem Austrittswinkel α_v der vorausgegangenen Stufe, der — wie schon erwähnt — meist etwas größer ist als 90°. Der Austrittswinkel $\alpha_4 \approx \alpha_2$ der Leitschaufel ist durch die in Gl. (45, 3) erfolgte Annahme von c_{2m} bestimmt. Er errechnet sich hierbei bei Gleichdruck im Mittel zu 17°, bei Überdruck um so höher, je höher der Reaktionsgrad ist.

Der Eintrittswinkel β_2 der *Laufschaufel* ergibt sich aus dem Eintrittsdreieck. Der Austrittswinkel β_1 wird (wie in Abschn. 27) berechnet, indem die Schaufellänge b_1 im Einklang mit dem bereits bekannten b_2 vorgeschrieben und die Kontinuitätsbedingung benutzt wird

$$V_1 = G\, v_1 = \pi\, D_{1m}\, b_1\, w_1 \sin\beta_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}. \tag{45, 10}$$

Darin wird v_1 aus der i, S-Tafel zum Punkt c Abb. 156 entnommen, w_1 aus (45, 4) berechnet, D_{1m} ist der mittlere Schaufeldurchmesser an der Saugkante. Aus (45, 10) ergibt sich $\sin\beta_1$.

g) **Konstruktive Angaben.** Der Schaufelfuß einschl. der Zwischenstücke zwischen den Laufschaufeln werden (mit Ausnahme der deckbandlosen Trommelstufen) überhöht (um f in Abb. 158), damit Raum für Unterbringung des Leitkranzes geschaffen und die Festigkeit des Schaufelfußes vergrößert wird. Vielfach wird der Hammerkopf verwendet (Abb. 158). Bei dünnen Profilen ist es zweckmäßig, den Fuß gemäß Abb. 158b T-förmig anzustauchen und an Zwischenstücken zu halten. Die hohen Temperaturen der Gasturbine und die dadurch bedingten Wärmespannungen machen besondere Ausführungen notwen-

dig[1]. Hier ist deshalb der in Abb. 158a gezeigte „Tannenzapfen“ im Gebrauch, welcher in axiale Nuten eingesetzt und aus hochwarmfestem Werkstoff so genau bearbeitet wird, daß alle Nuten gleichmäßig tragen. Durch reichliche Abrundung in den Ecken muß der Kerbwirkung Rechnung getragen werden. Diese ist aber trotzdem durch Einführung einer entsprechenden Kerbziffer zu berücksichtigen[2].

Bei Gleichdruck erhalten die Schaufeln (wegen der hohen Absolutgeschwindigkeit (Abb. 24), die viel Reibung an der Gehäusewand verursachen würde und wegen des erhöhten Schaufeldruckes) stets Deckbänder, die

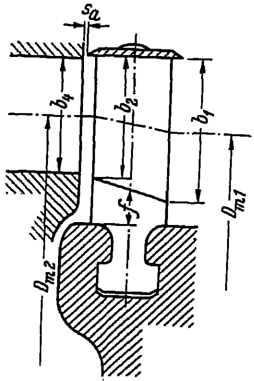


Abb. 158.
Zylindrisches Deckband.

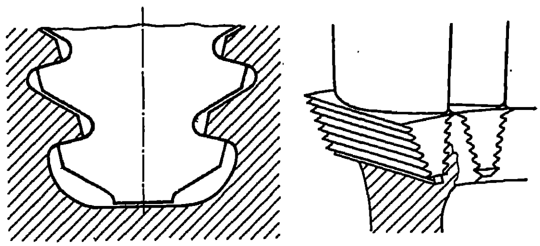


Abb. 158a. Tannenzapfenfuß für Gasturbinenschaufel.

aufgenietet oder bei großen Spitzengeschwindigkeiten oder hohen Temperaturen auch aufgeschweißt werden.

Das (in Abb. 81 und 170 gezeigte) schräge Deckband ist teuer; außerdem ist seine Vernietung unsicher. Deshalb macht man es meist zylindrisch, wobei gegebenenfalls die ganze Schräge in das Füllstück zu verlegen ist (Abb. 158). Dabei ist es keineswegs nachteilig, daß $D_{m2} > D_{m1}$. Bei hohen Tempera-

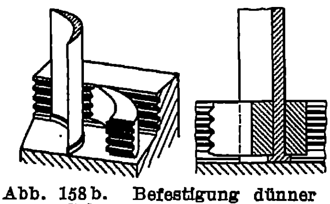


Abb. 158b. Befestigung dünner Schaufeln nach BBC.

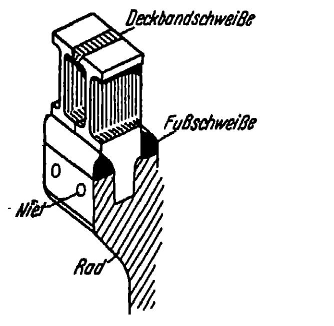


Abb. 159.
Schaufelbefestigung bei hoher Temperatur.

turen, also in der 1. Stufe werden die Schaufeln mit Deckband aus einem Stück hergestellt und sowohl gegenseitig als auch mit dem Rad verschweißt (Abb. 159).

[1] MEIER-TÖNDURY, E. J.: Neuere Fabrikationsmethoden und Befestigungsarten von Gasturbinenschaufeln. Schweiz. Archiv Bd. 15, Nr. 3 (1949) S. 65/75. Auszug in Konstruktion Bd. 3 (1951) S. 193/4. Vgl. ferner BWK Bd. 4 (1952) S. 69, wo auch keramische Werkstoffe für Gasturbinen behandelt werden.

[2] HÄNCHEN, R.: Grundlagen der Berechnung von Maschinenteilen, Konstruktion Bd. 2 (1950) S. 53ff.

46. Gleichdruck mit geringer Überdruckwirkung.

Die Dampf- und Gasturbine wird, sofern sie die Merkmale des Gleichdruckes besitzen soll (kleine Laufzahl, vielleicht auch partielle Beaufschlagung) meist nicht mit reinem Gleichdruck sondern einer geringen Überdruckwirkung bis 10 % ausgeführt. Die Maßnahme ist aus folgenden Gründen zweckmäßig:

1. Reiner Gleichdruck im Mittelschnitt bedeutet negative Reaktion am Schaufelfuß (s. S. 245ff.).

2. Reiner Gleichdruck ist nur möglich, wenn die Wandreibung aus der kinetischen Energie bestritten wird. Das bedingt verstärkte Grenzschichtanhäufung und Kanalerweiterung, Eine geringe Reaktion ermöglicht Gleichhaltung oder Steigerung der mittleren Relativgeschwindigkeit und damit eine Beschränkung der Grenzschichtanhäufung, die in Verbindung mit der starken Kanalkrümmung sonst unausbleiblich sein würde.

3. Das Nachsaugen aus dem Spalt (S. 299/300) wird verringert oder aufgehoben.

4. Die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrad wird verkleinert, kommt also nicht so nahe an das Gebiet des Überschalls heran.

Man übernimmt also wesentliche Vorteile des Überdrucks ohne Verzicht auf die Vorteile des Gleichdrucks (partielle Beaufschlagung, geringer Spaltverlust, hohes Stufengefälle).

Für die Berechnung gilt die allgemeine Form der im vorausgegangenen Abschnitt entwickelten Gleichungen, wobei $\mathfrak{r} \leq 0{,}10$.

47. Die Schaufelverluste in der axialen Turbinenstufe.

Die Schaufelverluste sind bei den bisherigen Rechnungen entweder summarisch in dem angenommenen hydraulischen Wirkungsgrad η_h oder — wie in den beiden letzten Abschnitten — durch Einführung von Geschwindigkeitsbeiwerten φ und ψ berücksichtigt. Werden hierfür bestimmte Werte beibehalten, so muß man versuchen, nachträglich den Einfluß der Reynolds-Zahl und Mach-Zahl irgendwie zu erfassen. Hierbei spielt vor allem die Schaufellänge b eine Rolle. Bei Dampfströmung muß auch das Auftreten von Dampfnässe in den unteren Stufen berücksichtigt werden.

Über den Einfluß der Mach-Zahl liegt für beschleunigte Strömung ein umfangreiches Schrifttum vor[1]. Auf dieses kann verwiesen werden, zudem noch keine volle Klarheit geschaffen werden konnte. Aus der allgemeinen Strömungslehre wissen wir [*III*, *1*, *Abschn. 13* und *14*], daß mit wachsender Geschwindigkeit die Verlustziffern sich verkleinern oder konstant bleiben, solange Schallgeschwindigkeitsnähe nicht besteht, daß aber bei Annäherung an die Schallgeschwindigkeit die Verluste stark wachsen. Beispielsweise wird dann, wenn trotz der im Durchschnitt beschleunigten Strömung örtliche Verlangsamungen auftreten, die Gefahr des Verdichtungsstoßes gegeben sein. Diese

[1] Z. VDI Bd. 85 (1941) S. 547; — ferner [*II*, *2*, S. 67], [*V*, *21*].

Empfindlichkeit gegenüber der Schallgeschwindigkeit ist auch bei der Turbine vorhanden, weil in Schaufelkanälen mit Richtungsänderung große Geschwindigkeitsunterschiede quer zur Strömung bestehen. Deshalb ist die Strömung im Gleichdruckkanal — also der Hakenschaufel — grundsätzlich benachteiligt, wobei zu bedenken ist, daß auch die dicken Schaufelköpfe, welche neuerdings gebräuchlich sind, bei Annäherung an die Schallgeschwindigkeit erhöhte Verluste ergeben (S. 109f.). Trotzdem zeigt sich, daß man auch bei Gleichdruck das Stufengefälle nahezu gleich dem kritischen machen kann, ehe ein Wirkungsgradabfall merkbar wird [*II*, *24*].

Den Einfluß der Schaufellänge und der Dampfnässe können wir überschläglich in folgender Weise erfassen.

a) Einfluß der Schaufellänge *b*. Die Schaufelverluste sind um so kleiner, je länger die Schaufel ist. Geht man davon aus, daß diese zusätzlichen Verluste sich auf die beiderseitigen Schaufelränder konzentrieren, so kann man schreiben:

$$\eta_h' = \eta_{h\infty}\left(1 - \frac{a}{b}\right). \tag{47, 1}$$

Darin ist $\eta_{h\infty}$ der Schaufelwirkungsgrad der unendlich langen, η_h' der wirklichen Schaufel, b die Schaufellänge in mm und $a = 1{,}2$ bis $1{,}6$ mm die Verlustbreite, welche mit t/e wächst [*IV*, *17* 1941 S. 359].

Man sieht also, daß der Einfluß der Schaufellänge auf η_h recht beträchtlich ist. Wenn man noch berücksichtigt, daß der Anteil des Spaltverlustes (s. S. 217ff.) umgekehrt proportional zur Schaufellänge b ansteigt, so ist offensichtlich, daß der innere Wirkungsgrad η_i durch eine Verkürzung der Schaufeln stärker beeinträchtigt wird als η_h. Bezieht man Gl. (47, 1) auf η_i statt η_h, d. h. nimmt man den Spaltverlust hinzu, so ist im Mittel $a = 1{,}8$ bis $2{,}0$ mm zu setzen [*II*, *24*].

Geht man nun davon aus, daß die in den vorausgehenden Abschnitten mitgeteilten φ- und ψ-Werte für eine Schaufellänge von 50 mm gelten sollen, so gibt Gl. (47, 1) für das daraus berechnete η_h

$$\eta_h = \eta_{h\infty}\left(1 - \frac{a}{50}\right),$$

woraus in Verbindung mit (47, 1)

$$\eta_h' = \eta_h \frac{1 - a/b}{1 - a/50}. \tag{47, 2}$$

Diese Umrechnung scheint auch für sehr lange zylindrische Schaufeln brauchbar zu sein [*II*, *24*], obwohl hier die „Fächerverluste“ stark hervortreten. Diese „Fächerverluste“ sind dadurch bedingt, daß bei der zylindrischen, also nicht doppelt gekrümmten Schaufel die Winkel am äußeren Rand und an der Nabe nicht stimmen und insbesondere die Schaufeln außen zu weit und innen zu eng stehen.

b) Einfluß der Dampfnässe[1]. Hat die Zustandskurve die Grenzkurve unterschritten, so bilden sich Wassertröpfchen, die in der Krüm-

[1] Literatur: Z. VDI (1937) S. 1014. — El. Wirtsch. Bd. 30 (1937) S. 298; (1939) S. 354; (1940) S. 80. — Archiv f. Wärmew. u. Dampfkw. (1938) S. 178. — BBC-Mittlg. 74 (1934). — EWC.-Mittlg. 67 (1939).

mungszone des Leitkanals durch ihre Fliehkräfte gegen die Kanalwand geschleudert werden und deshalb mit stark verringerter Geschwindigkeit c_{2w}, also unter falscher relativer Richtung w_{2w} in den Laufkranz (Abb. 160) eintreten. Dadurch entsteht ein bremsender Rückenstoß, also ein Leistungsverlust, der dadurch verstärkt wird, daß der äußere Rand des Rades in dem abgeschleuderten Wasser kreist, also zusätzliche Reibungsarbeit verzehrt. Am unangenehmsten ist aber die Gefährdung des Schaufelmaterials durch Anfressung.

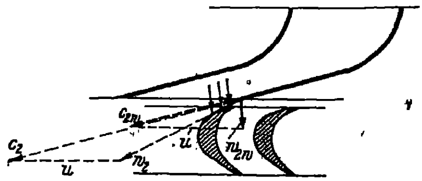


Abb. 160. Stoß der Kondenswassertröpfchen auf Schaufelrücken bei Naßdampf.

Der Leistungsverlust bedingt eine Herabsetzung des oben errechneten Schaufelwirkungsgrades η_h' etwa gemäß folgender Näherungsformel:

$$(\eta_h)_{\text{korr}} = x_m \, \eta_h' = x_m \, \eta_h \, \frac{1 - a/b}{1 - a/50}. \tag{47, 3}$$

Darin[1] ist x_m der mittlere spezifische Dampfinhalt der Stufe (den man gleich dem arithmetischen Mittel des Dampfinhalts am Ein- und Austritt nehmen kann).

Der Verlust durch endliche Schaufellänge und Dampfnässe läßt sich also wie folgt zusammenfassen:

$$Z_{b+x} = (\eta_h - (\eta_h)_{\text{korr}}) \, \Delta H = \eta_h \, \Delta H \left(1 - x_m \, \frac{1 - a/b}{1 - a/50}\right). \tag{47, 4}$$

Wegen dieses Verlustes und insbesondere der Anfressungen des Werkstoffes sollte die Dampfnässe am Turbinenaustritt (Eintritt in den Kondensator) bei Anwendung der heute üblichen Entwässerungseinrichtungen den Wert $1 - x_S = 0{,}12$ bis $0{,}15$ nicht überschreiten. Ohne diese Entwässerungseinrichtungen sind die zulässigen Nässegrade kleiner.

Die Anfressungen haben eine ähnliche Struktur wie bei Tropfenschlag durch Kavitation (s. S. 64ff.). Sie treten am äußeren Drittel der Laufschaufel, aber vorwiegend in einiger Entfernung vom äußeren Rand auf, weil dort das Wasser durch den Spaltstrom gewissermaßen abgesaugt wird. Ihr Eintreten liegt bei Kondensationsturbinen hohen Anfangsdruckes stets im Bereich der Möglichkeit und ist um so wahrscheinlicher, je kälter das Kühlwasser ist.

Abhilfe kann geschehen durch:

1. hohe Anfangsüberhitzung (z. Z. bis 565°C) bzw. mäßigen Anfangsdruck p_D, nicht allzu hohe Luftleere im Kondensator oder Zwischenüberhitzung. Letztere ist bei Überschreitung von $p_D = 80$ at nötig, solange die Eintrittstemperatur nicht höher als 500 °C sein kann.

[1] Bei Anwendung wirksamer Entwässerungsvorrichtungen sollen nach H. MAYER, BWK Bd. 2 (1950) S. 92 die Verluste halb so groß sein, so daß

$$(\eta_h)_{\text{korr}} = \left(1 - \frac{1 - x}{2}\right) \eta_h' = \frac{1 + x}{2} \, \eta_h'.$$

2. gute Abrundung der Schaufeln am Eintritt,

3. Verwendung einer Cr-Mo-Wo-Legierung oder Hartstahl als Auftragschweißung an der gefährdeten Stelle[1] oder Anlöten (mit Silberlot oder hart) von bearbeiteten Streifen aus Stellit oder Tungsten-Werkzeugstahl,

4. mehrmalige Anzapfung der Turbine im ND-Teil (für Speisewasservorwärmung), weil das Wasser nach außen zentrifugiert wird (Abb. 165), Sie bringt den weiteren Nutzen, daß sie die Endstufen entlastet und damit die Grenzleistung (s. S. 332ff.) erhöht.

5. Vergrößerung des axialen Spaltes zwischen Leit- und Laufrad, weil dann das Wasser wieder vom Dampf mitgerissen wird, also höhere Geschwindigkeit erlangt.

6. kleine Laufzahl u/C (also Gleichdruck günstiger als Überdruck).

H. Die Mehrstufigkeit bei Turbinen und Verdichtern.

Nach unseren Überlegungen in Abschn. 11 ist der Übergang zur mehrstufigen Ausführung angezeigt, wenn die spezifische Drehzahl unter eine bestimmte Grenze sinkt, weil sonst die Reibungsverluste in den engen Schaufelkanälen und an den Radwänden zu groß werden. Der andere mögliche Ausweg, nämlich die partielle Beaufschlagung, ist nur bei Turbinen, nicht bei Pumpen gangbar. Dieser bildet auch bei Turbinen nur in Verbindung mit Wasserströmung eine günstige Lösung (Pelton-Rad), weil man dort das Rad im Luftraum umlaufen lassen kann, wobei die Reibung an der Radwand verschwindet und auch die Laufschaufeln nur einseitig beströmt werden. (Die mit der Einstufigkeit verbundene Vergrößerung des Auslaßverlustes kann deshalb hier in Kauf genommen werden.) Bei Dampf- und Gasströmung bleibt das ganze Rad vom Energieträger bespült, so daß die nicht beaufschlagten Kanäle Ventilationsverluste verursachen und erhebliche weitere Reibungsverluste an den Radwänden entstehen. Partielle Beaufschlagung ist hier deshalb stets ein Notbehelf, der zu vermeiden ist, soweit nicht die Durchführung der Regelung ihn erfordert.

Wasserturbinen sind somit immer einstufig, während Wasserpumpen bei kleiner spezifischer Drehzahl mehrstufig sein müssen, weil die partielle Beaufschlagung (Umkehrung der Pelton-Turbine) wie erwähnt nicht möglich ist.

Bei Pumpen kann ein Zwang zur Verwendung der Mehrstufenanordnung auch durch die Rücksicht auf die zulässige Saughöhe bzw. die Schallgeschwindigkeitsnähe gegeben sein (Abschn. 12 bis 15 und 18). Bei Dampf- und Gasturbinen, ebenso den Verdichtern für hohen Druck ist die Mehrstufigkeit schon wegen der großen Fallhöhen nicht zu umgehen, weil die Beanspruchung durch Fliehkräfte zu groß würde.

Bei Wasserströmung bleibt die Dichte und deshalb meist auch die Beschaufelung in jeder Stufe gleich, so daß wir die weitere Behandlung

[1]) Overkott, F. J.: Brennhärten der Eintrittskanten von Dampfturbinenschaufeln. BWK Bd. 4 (1952) S. 47/49; vgl. ferner [*II*, *25*, S. 101/2].

auf Gasströmung beschränken können. Hier bedarf auch die der Strömung mitgeteilte Reibungswärme der Beachtung, weil sie das Gesamtgefälle vergrößert (s. S. 327ff.). Zunächst sollen die hier üblichen Ausführungsformen der Abstufung behandelt werden.

48. Die beiden Arten der Abstufung.

Die Möglichkeiten der Abstufung lassen sich am besten an der Dampfturbine verfolgen, weil dort die Mehrstufigkeit am nötigsten und deshalb am weitesten entwickelt ist. Bei einem Kesseldruck z. B. $p_D = 50$ ata und der Luftleere des Kondensators z. B. $p_S = 0{,}05$ ata beträgt das Druckverhältnis $p_D/p_S = 50/0{,}05 = 1000$, ist also etwa 100 mal größer als beim Turbokompressor oder der Gasturbine. Deshalb reicht hier auch die Mehrstufigkeit häufig nicht ganz aus, sondern man muß in den meisten Fällen partielle Beaufschlagung der 1. Stufe hinzunehmen.

Die Abstufung kann auf zwei grundsätzlich verschiedene Arten erfolgen, nämlich:

a) **nach dem Druck: Druckstufen** (Abb. 161). Der Druck nimmt von Stufe zu Stufe ab. Jede Stufe verarbeitet einen bestimmten Druckunterschied Δp und damit ein bestimmtes Druckgefälle ΔH (Abb. 162). Ist dieses in allen Stufen gleich, so sind

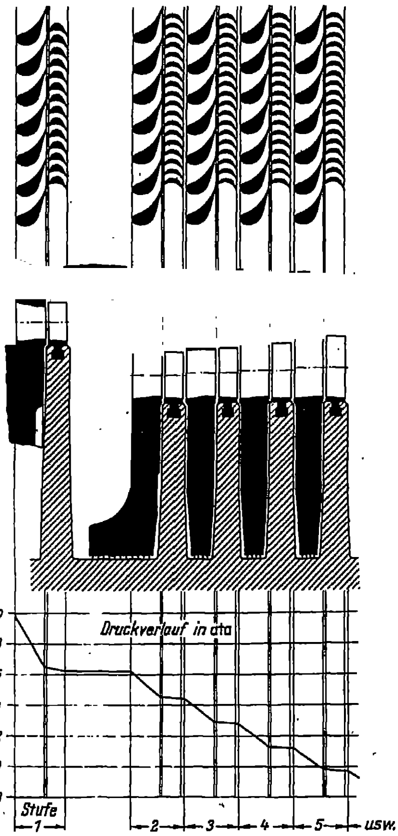


Abb. 161. Schematische Darstellung der Druckabstufung mit Darstellung des Druckverlaufs (am Beispiel des Gleichdrucks).

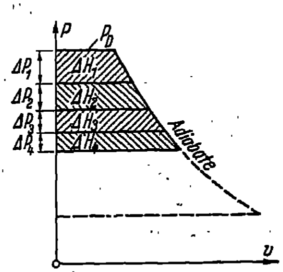


Abb. 162. Unterteilung des Gesamtgefälles H in Stufengefälle ΔH bei Druckstufung.

auch die Geschwindigkeitsverhältnisse in allen Stufen dieselben (Gleichheit der Schaufelwinkel vorausgesetzt).

Bei i Stufen ist (wenn vorläufig der Reibungseinfluß vernachlässigt wird),

$$H = \sum_{n=1}^{n=i} \Delta H_n \text{ oder mit } C_I = \sqrt{2gH}\,,\; C_n = \sqrt{2g\Delta H_n}$$

$$C_I^2 = \sum C_n^2.$$

Bei gleicher Laufzahl u/C ergibt sich daraus folgendes Gesetz zwischen den Umfangsgeschwindigkeiten u_I der einstufigen und u_n der mehrstufigen Turbine

$$u_I^2 = \sum_{n=1}^{n=i} u_n^2,$$

also bei gleichen Umfangsgeschwindigkeiten u_i der einzelnen Stufen der i-stufigen Turbine

$$u_I^2 = i \cdot u_i^2$$

oder

$$u_i = \frac{u_I}{\sqrt{i}}. \tag{48, 1}$$

b) nach der Geschwindigkeit: Geschwindigkeitsstufen. Das ganze Gefälle H wird im 1. Leitrad entspannt und die so entstehende hohe Geschwindigkeit stufenweise herabgesetzt (Abb. 163). Der Druck bleibt also in allen anschließenden Schaufelkränzen der gleiche, d. h. es liegt stets Gleichdruckwirkung vor. Diese Abstufungsart ist also nur bei Turbinen, nicht bei Pumpen zweckmäßig. Die Leitkanäle der 1. Stufe sind meist Laval-Düsen. Die der übrigen Stufen sind offenbar reine Gleichdruckkanäle, die sich auf Richtungsänderung beschränken (Umkehrkanäle) und haben ebenfalls Hakenschaufeln (Abb. 163). Wegen des Gleichdrucks können die Geschwindigkeitsstufen partiell beaufschlagt sein und sind es auch durchweg, weil dadurch die Schnelläufigkeit weiter herabgesetzt wird.

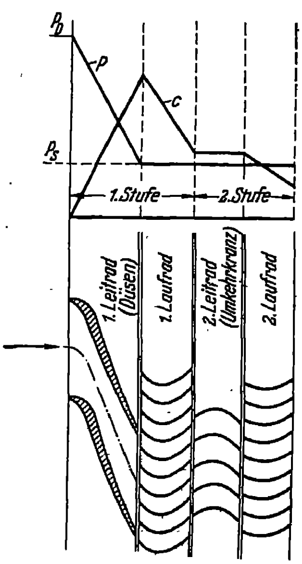


Abb. 163. Schematische Darstellung der Geschwindigkeitsstufung mit Druck- und Geschwindigkeitsverlauf.

Bei i Geschwindigkeitsstufen wird die Umfangsgeschwindigkeit u_i des Rades *überschläglich* auf den i-ten Teil der Umfangsgeschwindigkeit u_I der einstufigen Turbine herabgesetzt:

$$u_i = \frac{u_I}{i}. \tag{48, 2}$$

Verwendet man bei beiden Abstufungsarten gleiche Umfangsgeschwindigkeiten u_i, so sind also

i Geschwindigkeitsstufen gleichwertig mit i^2 Druckstufen,
z. B. 2 „ „ „ 4 „
3 „ „ „ 9 „ .

Geschwindigkeitsstufung ist also wirksamer und billiger als Druckstufung. Dafür ist sie aber, wie wir S. 323ff. sehen werden, im Wirkungsgrad erheblich schlechter. Deshalb ist ihre Anwendung auf Sonderfälle beschränkt.

Druckstufen können sowohl mit Gleichdruck- als auch mit Überdruckwirkung ausgeführt werden.

49. Einfluß der Druckabstufung auf den Wirkungsgrad.

Wir wollen den Nutzen der Mehrstufigkeit im Folgenden feststellen, indem wir volle Beaufschlagung aller Stufen voraussetzen. Ferner wollen wir zunächst vom Einfluß der Dichteänderung absehen. Obwohl unsere Untersuchungen dann nur für Wasserströmung streng gelten, sind sie doch von grundsätzlicher Bedeutung. Wir wollen weiter annehmen, daß hinsichtlich der Wahl der Drehzahl nach oben oder unten volle Bewegungsfreiheit bestehe, welche Voraussetzung allerdings selten erfüllt ist.

Könnten wir gleiche Raddurchmesser D, ebenso gleichen Reaktionsgrad der ein- und mehrstufigen Ausführung zugrunde legen, so würden sich Spaltverluste und Radreibung wie folgt ändern:

Durch die Verteilung der Fallhöhe auf i *Stufen* wird das Spaltgefälle des Einzelrades auf den i-ten Teil, also der Spaltverlust auf den $\sqrt{i}$-ten Teil zurückgeführt, falls der Undichtheitsquerschnitt der gleiche bleibt (weil nicht die Summe der Verlustströme der einzelnen Stufen dem Förderstrom gegenübergestellt werden muß, sondern der Verluststrom einer Stufe).

Für die Radreibung der i gleichen Räder vom Durchmesser D der mehrstufigen Maschine ergibt sich aus (11a, 1), wo jetzt H/i an Stelle von H zu setzen ist, wenn wir wieder die Fußzeichen I und i auf die ein- bzw. i-stufige Maschine beziehen,

$$\Sigma N_{ri} = i\, N_{ri} = i\, k \left(\frac{H}{i}\right)^{3/2} D^2 \gamma = \frac{k}{\sqrt{i}} H^{3/2} D^2 \gamma = \frac{N_{r\mathrm{I}}}{\sqrt{i}}, \quad (49, 1)$$

so daß die Radreibung trotz der vergrößerten Radzahl auf den $\sqrt{i}$-ten Teil herabsinkt.

Die Annahme gleichen Raddurchmessers D bei der ein- und mehrstufigen Ausführung gleicher Leistung ist aber nicht gerechtfertigt, *und insofern sind die vorstehenden Überlegungen irreführend.* Wir müssen vielmehr geometrische Ähnlichkeit der Räder fordern, weil der Konstrukteur eine günstige Radform, also ein bestimmtes Verhältnis der Radabmessungen anstrebt. Bei geometrischer Ähnlichkeit sind aber alle Radabmessungen der mehrstufigen Maschine wider Erwarten größer als die der einstufigen, weil die verkleinerte Stufenförderhöhe auch kleinere Geschwindigkeiten und damit größere Querschnitte verlangt.

Geometrisch ähnliche Radform, also die gleiche spezifische Drehzahl n_q des einzelnen Rades ist für die ein- und mehrstufige Ausführung nach (11, 4) nur möglich, wenn die Drehzahl der einstufigen Maschine auf das $i^{3/4}$-fache der mehrstufigen erhöht wird und ihre Radabmes-

sungen (wie man am einfachsten aus (32, 4) sieht) auf den $i^{1/4}$-ten Teil verkleinert werden. Dadurch verschlechtern sich die Verhältnisse der mehrstufigen gegenüber der einstufigen Maschine. Infolge der geometrischen Ähnlichkeit sind alle inneren Verluste je Stufe, also auch Radreibung, Spaltverlust (mit Ausnahme des Auslaßverlustes) dem REYNOLDSschen Gesetz unterworfen. Das heißt: wenn wir den auf 1 kg entfallenden Energieverlust je Rad durch $h_v = k\,u^2/2\,g$ ausdrücken, so ist k eine mit wachsender REYNOLDSscher Zahl abnehmende Konstante und u irgendeine kennzeichnende Geschwindigkeit, z. B. die Umfangsgeschwindigkeit. Weil nun $u_{\mathrm{I}}^2 = i\,u_i^2$, ferner der Gesamtverlust der i Räder je kg

$$h_{vi} = i\,k_i\frac{u_i^2}{2g} = k_i\frac{u_{\mathrm{I}}^2}{2g}, \tag{49, 2}$$

so verhalten sich die inneren Verluste (also Schaufelverluste einschl. Radreibung und Spaltverlust, aber ohne Auslaßverlust) einfach wie k_{I} zu k_i. k_{I} ist aber kleiner als k_i, weil die REYNOLDSsche Zahl des Rades der einstufigen Maschine trotz des kleineren Durchmessers höher ist als bei der mehrstufigen Maschine, und zwar ist

$$\frac{Re_{\mathrm{I}}}{Re_i} = \frac{u_{\mathrm{I}} D_{\mathrm{I}}}{u_i D_i} = \frac{\sqrt{i}\,u_i \cdot D_i/i^{1/4}}{u_i D_i} = i^{1/4}. \tag{49, 3}$$

Wir müssen also feststellen, daß bei geometrisch ähnlicher Radform, also entsprechender Wahl der Drehzahl und bei vernachlässigbarer Dichteänderung des Fördermittels der Wirkungsgrad der mehrstufigen Maschine schlechter ist als der der einstufigen, sofern ein Auslaßverlust vermieden wird. Dabei haben wir volle geometrische Ähnlichkeit, also beim kleinen Rad der einstufigen Maschine eine kleinere Oberflächenrauhigkeit und kleinere Spalte vorausgesetzt, was sich nicht immer mit den Herstellungsverfahren vereinbaren läßt.

Bei der mehrstufigen Maschine kommen andererseits noch die Übergangsverluste von Stufe zu Stufe hinzu, die besonders bei den Radialrädern (Abb. 125) erheblich ins Gewicht fallen.

Bei Dampf- und Gasturbinen mit starker Dichteänderung ändert sich das erhaltene Ergebnis grundsätzlich nicht, obwohl die Stufenquerschnitte sich von Stufe zu Stufe ändern. Vielmehr kommt der einstufigen Ausführung noch der Umstand zugute, daß hier das Rad im dünnen Medium des Austrittsdruckes umläuft, falls Gleichdruck verwendet wird.

Die bisher vorgenommene Vernachlässigung des Auslaßverlustes ist aber nur in seltenen Fällen zulässig. Berücksichtigt man, daß die Auslaßenergie bei Mehrstufigkeit nur den i-ten Teil gegenüber der Einstufigkeit ausmacht, so ändern sich die Verhältnisse grundlegend in all den Fällen, in denen ihr Rückgewinn unmöglich ist, wie das bei der Dampfturbine der Fall ist (wo dicht hinter dem letzten Rad die Meridianströmung scharf um 90° abgebogen werden muß, um die Länge der Welle zu beschränken). Bei der Pumpe oder dem Verdichter arbeitet der nachgeschaltete Diffusor ebenfalls mit Verlusten. Dieser Einfluß ist so erheblich, daß bei der *Dampf- und Gasturbine wohl stets*

der Wirkungsgrad mit der Stufenzahl wächst. Auch für Pumpen und Verdichter dürfte dies bei der axialen Bauart (Abb. 187) zutreffen. Bei der radialen Bauart (Abb. 190) sind aber die Übergangsverluste zwischen den Stufen so beträchtlich, daß die Entscheidung fraglich ist. Man sieht, daß der Ausbildung eines guten Enddiffusors nicht nur beim Saugrohr der FRANCIS- oder KAPLAN-Turbine, sondern auch bei den mehrstufigen Strömungsmaschinen unter Umständen entscheidende Bedeutung zukommt und die Diffusorverluste zur Verwendung mäßiger Durchflußziffern ε oder φ (S. 256) zwingen können.

Man ist zur Anwendung der Mehrstufigkeit gezwungen, wenn die Drehzahl fest vorgeschrieben und klein ist (weil dann die dadurch bedingte Schnelläufigkeit zu klein ist) oder die zulässige Saughöhe bzw. Überschallgrenze überschritten ist. Bei Dampfturbinen mit ihren großen Gefällshöhen H würde die einstufige Ausführung meist zu hohe Drehzahlen fordern und tief in das Überschallgebiet mit seinen erhöhten Verlusten hineinführen. Bei Gas und Dampf spielt auch die etwaige Rücksicht auf Unterbringung eines Wärmeaustauschers (Kühlfläche beim Verdichter, Zwischenüberhitzer bei der Turbine), ebenso die Durchführbarkeit der Anzapfung, eine Rolle.

50. Ausführungsformen der Druckstufung.

Bei der mehrstufigen Wasserpumpe sind — vielleicht mit Unrecht — ausschließlich Radialstufen im Gebrauch (Abb. 118a, 120a) (mit Ausnahme einiger Bohrlochpumpen). Auch der Verdichter ist bis vor kurzem nur mit Radialstufen ausgeführt worden (Abb. 125), während heute die axiale Verdichterstufe trotz ihrer betrieblichen Nachteile (Abb. 141b) sich mehr und mehr Eingang verschafft (Abb. 187 ff.). Bei der Dampfturbine ist ein hohes Σu^2 zu verwirklichen. Deshalb sind hohe Stufenzahlen in Verbindung mit großen Umfangsgeschwindigkeiten u zu verwenden. Unter diesen Umständen mußten die kurze axiale Baulänge und die Geeignetheit des Axialrades für höchste Umfangsgeschwindigkeit zu seiner fast ausschließlichen Anwendung führen bis auf wenige Ausnahmen (LJUNGSTRÖM-Turbine oder SSW-Radialturbine, Abb. 185 und 186). Die Nachteile des Axialrades, nämlich die schwierige Abführung der Strömung in einem Saugrohr und seine schwierige Regelung, treten hier zurück, weil die Wiedergewinnung der Auslaßenergie in der nächsten Stufe erfolgt und die Zwischenstufe einer mehrstufigen Turbine sowieso nicht geregelt, d. h. irgendwie verstellt werden kann. (Diese fehlende Verstellmöglichkeit der Zwischenstufen bringt nach S. 370 bei Dampfturbinen keine Verschlechterung des Wirkungsgrades.)

Da die Radialstufen also nur bei Pumpen und Verdichtern vorkommen und an anderer Stelle (s. S. 214 ff., 223, 352 ff.) berücksichtigt werden, sollen im Folgenden nur Axialstufen besprochen und wieder die Verhältnisse der Dampfturbinen zugrunde gelegt werden.

Die Ausführung kann in Form von Kammerstufen oder Trommelstufen erfolgen.

a) Kammerstufen. (Abb. 161, 164, 165a). Jeder Laufkranz sitzt auf besonderem Radkörper zwischen den Leitradwänden, die bis zu den Naben der Laufräder geführt sind, so daß also die Abdichtung des Leitradgefälles auf kleinem Durchmesser d_n, die des Laufradgefälles dagegen auf großem Durchmesser erfolgt. Das ganze Gehäuse ist dadurch in Kammern für die einzelnen Räder aufgeteilt. Die Räder sind aneinandergereiht, so daß die axiale Stufenlänge (Stufenschritt) x gleich der Nabenlänge ist, die groß sein muß, weil die Räder mit größtmöglicher Umfangsgeschwindigkeit laufen sollen. Auf dem Stufenschritt x ist die Länge der Leit- und Laufschaufel unterzubringen. Die axiale Laufschaufellänge e_{lauf} ist aber aus Festigkeitsgründen bestimmend für die Nabenlänge, muß also so klein bleiben, als mit Rücksicht auf die Biegungsschwingungen der Schaufeln (S. 261) möglich ist. Übliche Werte sind 15 bis 40 mm, wachsend mit der Länge der Schaufeln.

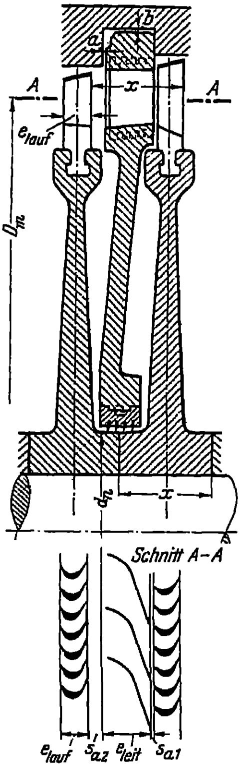


Abb. 164. Schnitt durch eine Kammerstufe mit Abwicklung des Schaufelschnittes.

Es bleibt also viel axialer Zwischenraum e_{leit} für die Leitschaufel, die eine große axiale Baulänge erhalten kann. Ihre dadurch mögliche kräftige Ausführung ist erwünscht, weil sie den Dampfdruck auf die Zwischenwand aufnehmen muß und meist eingegossen wird.

Schlußfolgerungen. 1. Die Bauart des Läufers gestattet die Anwendung größtmöglicher Umfangsgeschwindigkeit bis $u = 350$ m/s, also großes Stufengefälle, weil seine Form der Scheibe gleicher Festigkeit angepaßt werden kann und sich legierter Stahl homogener Beschaffenheit verwenden läßt. Die Turbine braucht demnach wenig Stufen und erhält trotz des großen Stufenschrittes eine erträgliche Länge der Welle.

2. Wegen der guten Leitrad-, aber schlechten Laufradabdichtung kommt in erster Linie Gleichdruck oder geringer Überdruck in Frage, wodurch das Stufengefälle bei gegebener Umfangsgeschwindigkeit weiter vergrößert wird (s. S. 41ff. und 44ff.).

3. Die einzelne Stufe ist kostspielig, die gesamte Turbine wegen der beschränkten Stufenzahl aber durchaus wirtschaftlich. Die Leitradwände sind ebenso wie das Gehäuse in der waagerechten Mittelebene geteilt. Sie werden mit axialem und radialem Spiel a und b (Abb. 164) in das Gehäuse eingesetzt, weil sie im Betrieb und besonders beim Anlassen eine höhere Temperatur annehmen als das Gehäuse, sowie infolge des auf ihnen lastenden Druckes in der Teilfuge klaffen, wodurch eine Kniehebelwirkung gegenüber dem Gehäuse entstehen würde.

Ausführung. Die ersten Kammerturbinen waren die ZOELLY- und die RATEAU-Turbine, die ungefähr gleiche Durchmesser in allen Stufen besaßen. Deshalb mußte im HD-Teil partielle Beaufschlagung mit ihrem schlechten Wirkungsgrad über so viel Stufen beibehalten werden, bis der Übergang auf volle Beaufschlagung eine ausreichend lange Schaufel ergab. Dieser Übergang lag dann an der Stelle eines vergrößerten Stufenabstandes. Die weitgehende Verwendung partieller Beaufschlagung beeinträchtigt den Wirkungsgrad.

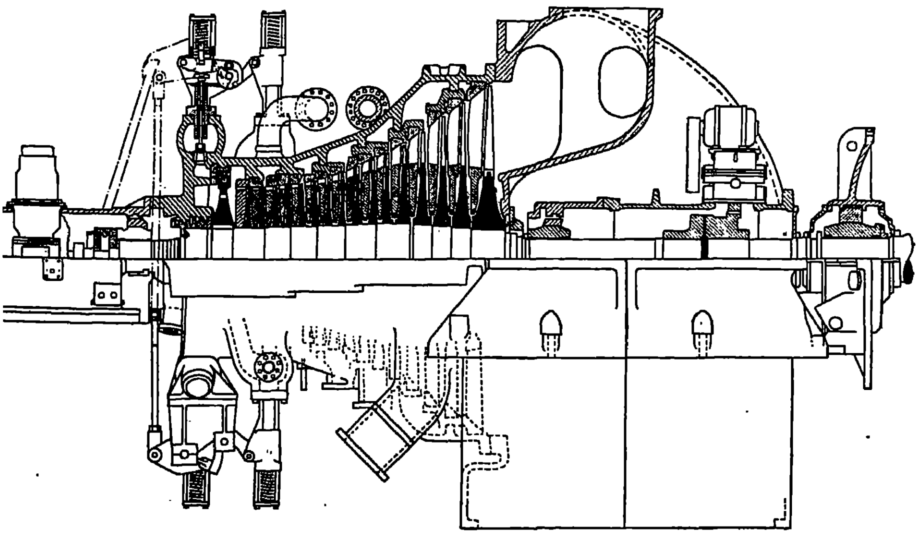


Abb. 165. Bild einer Kammerstufenturbine mit CURTIS-Rad (Gen. El. Co. Shenectady, USA), 80000 kW, 1800 U/min.

Bei der heutigen Bauform der Kammerturbine wird die partielle Beaufschlagung auf die erste Stufe beschränkt, die dann gleichzeitig Regelung durch Änderung der Beaufschlagung gestattet. Diese „*Regelstufe*" verarbeitet also gerade soviel Gefälle, daß die folgende Stufe voll beaufschlagt werden kann. Um dieses Regulier-Gefälle klein zu halten, gibt man der ersten voll beaufschlagten Stufe einen entsprechend kleinen Durchmesser und läßt den Durchmesser der folgenden Stufe in dem Maße anwachsen, als das Dampfvolumen wächst. Geht man von festen Abmessungen der ersten voll beaufschlagten Stufe aus, so muß der Druck vor dieser Stufe um so größer und somit das Reguliergefälle um so kleiner sein, je größer der Gewichtsstrom, also je größer die Maschinenleistung ist. Bei mittleren und kleinen Leistungen ergibt sich aber bereits ein so großes Reguliergefälle, daß zweimalige Geschwindigkeitsstufung, also das S. 319ff. behandelte CURTIS-Rad nötig ist (Abb. 165a). Nur bei großem Gewichtsstrom kann deshalb statt des CURTIS-Rades ein einfaches Gleichdruckrad, das partiell beaufschlagt ist, verwendet werden (Abb. 179).

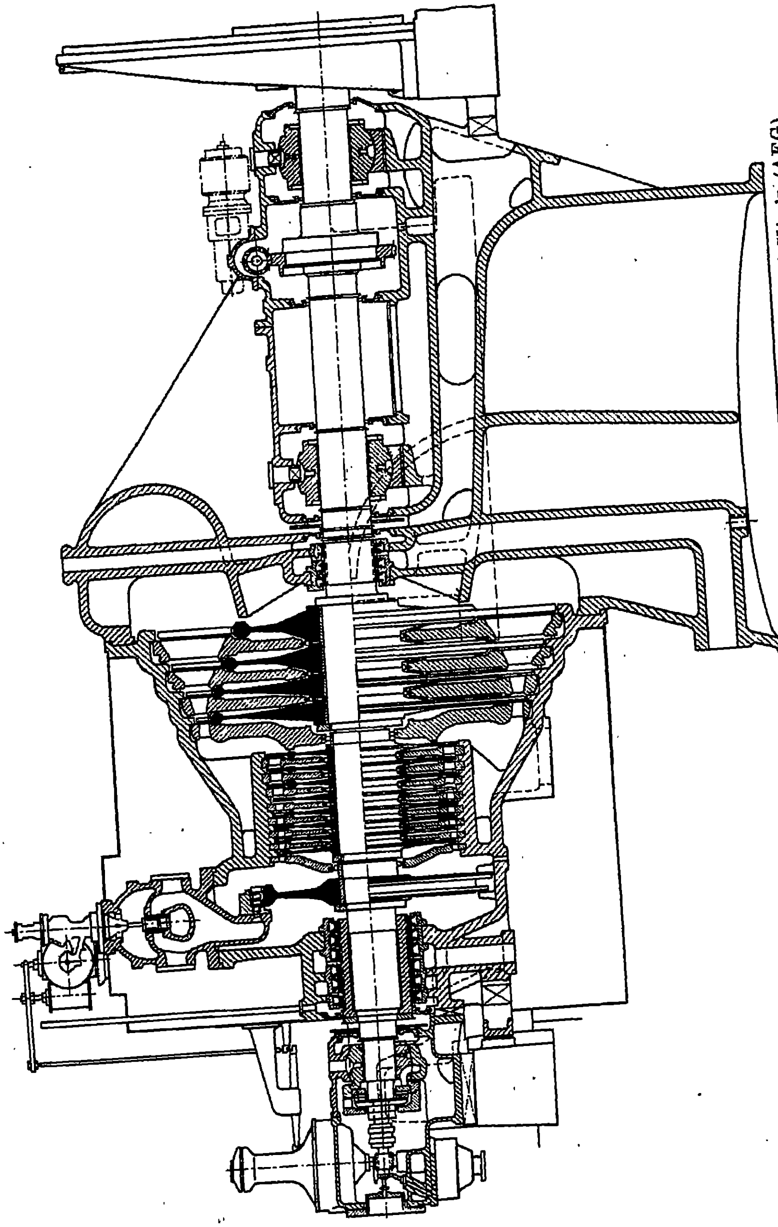


Abb. 165a. Hochdruckkondensationsturbine großer Leistung bis 45000 kW bei 3000 U/min (AEG).

b) Trommelstufen (Abb. 166, 167). Die Laufkränze sind hier auf einer gemeinsamen Trommel bzw. einem massiven zylindrischen Radkörper angeordnet. Der axiale Stufenschritt x (Abb. 166) ist nun nicht mehr von einer Nabenlänge, sondern nur von den Schaufelab-

messungen abhängig und beträgt:

$$x = e_{\text{leit}} + e_{\text{lauf}} + 2 \cdot \text{Spaltweite } s_a = 2\,e + 2\,s_a,$$

x ist also klein, wenn die Schaufelbreiten e klein gehalten werden. Diese Möglichkeit wird weitgehend ausgenutzt, wobei die untere Grenze durch Schaufelschwingungen bedingt ist, nämlich

$$e_{\min} = \frac{b}{10} \text{ bzw. } = 1{,}5\,\frac{D_m}{100}.$$

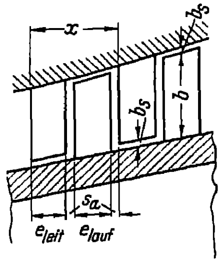


Abb. 166. Trommelstufe.

Die Trommelturbine eignet sich also für hohe Stufenzahlen.

Schlußfolgerungen. 1. Die Festigkeit des gemeinsamen Radkörpers gegen Fliehkräfte ist geringer als bei der Radscheibe, und zwar ist

u = 120 m/s bei der einfachen Hohltrommel,
= 150 m/s bei der Hohltrommel mit Verstärkungsflansch,
= 260 m/s bei der massiven Trommel, die die Festigkeit einer Scheibe gleicher Dicke besitzt.

Da $\Delta H \sim u^2$, so sind viele Stufen nötig.

2. Da die Spaltdurchmesser und Spaltweiten von Leit- und Laufrad fast gleich sind, empfiehlt es sich, das Stufengefälle auf beide Kränze gleich zu verteilen, so daß 50 % Reaktion das Gegebene sind. Durch diese Erhöhung der Reaktion wird das Stufengefälle aber weiter verkleinert (S. 40 ff.). Da dann die Winkel von Leit- und Laufschaufel gleich sind, besteht ferner die Möglichkeit, das gleiche Profil für beide Schaufeln zu verwenden (s. S. 244 und 301).

3. Auf Kleinheit der Spalte b_s bis nahe an die Grenze der Betriebssicherheit muß wegen des großen Spaltdurchmessers geachtet werden. In Verfolgung dieser Absicht ist im Bereich hoher Temperaturen die sog. Zweischalenbauweise [*II, 25* S. 94] in Verwendung[1]. Eine besondere Ausführungsform (Leitschaufelträger), die ein Verziehen des Gehäuses verhindert, zeigt Abb. 167.

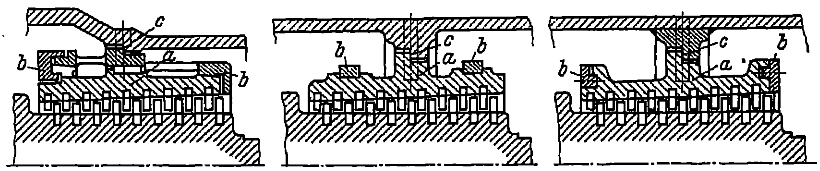


Abb. 167. Leitschaufelträger nach Röder für Trommelturbinen; *a* Leitschaufelträger, *b* zum Zusammenbau der Leitschaufelträger dienende Einbauelemente, *c* Zentrierebene im Gehäuse.

4. Die Überdruckwirkung bedingt die Entstehung eines Achsschubes, der möglichst innerhalb des Läufers auszugleichen ist und Ausgleichskolben nötig macht, falls nicht eine der anderen S. 214 erwähnten Maßnahmen angewandt werden kann.

[1] Röder: Archiv f. Wärmewirtschaft Bd. 18 (1937) S. 147/50; Z. VDI Bd. 83 (1939) S. 1159/62.

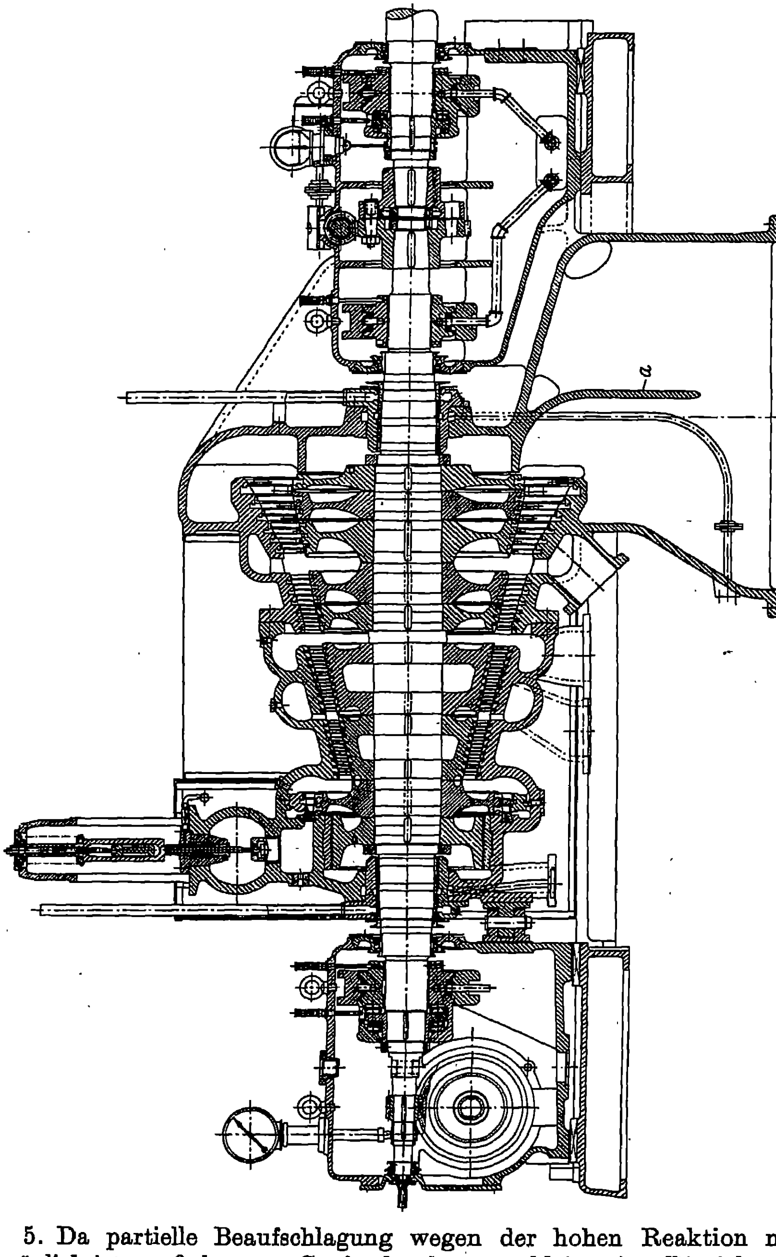


Abb. 168. Trommelturbine heutiger Bauart zum Antrieb eines Turbokompressors 7350 PS, 3260 bis 3850 U/min mit massivem Trommelläufer, Versteifungsrippen im Abdampfstutzen, drei ungesteuerte Entnahmen, Einringdrucklager, Gutehoffnungshütte.

5. Da partielle Beaufschlagung wegen der hohen Reaktion nicht möglich ist, muß der erste Stufendurchmesser klein sein. Die folgenden können mit zunehmendem Volumen wachsen.

6. Der größere Spaltverlust und der Achsschub gleichen den Vorteil im Wirkungsgrad, der durch die geringere Schaufelkrümmung und die

kleinere MACH-Zahl gegenüber der Kammerturbine gegeben ist, so ziemlich wieder aus.

Ausführung. Die reine Trommelturbine müßte aus dem unter 5. angegebenen Grunde in der 1. Stufe einen sehr kleinen Durchmesser, also im H.-D.-Teil viele Stufen erhalten (wie dieses bei der PARSONS-Turbine noch der Fall war). Deshalb verwendet man heute als H. D.-Teil wohl allgemein ein teilweise beaufschlagtes Gleichdruckrad, wie es bereits bei der Kammerstufe beschrieben wurde, und verkleinert dadurch auch den Ausgleichskolben für den Achsschub (Abb. 168, 168a). Der Wirkungsgrad dieser Regulierstufe ist bei mittleren und kleineren Leistungen nicht schlechter als der der H.-D.-Trommel, auch wenn Geschwindigkeitsabstufung hinzugenommen werden muß, weil der Bereich der kurzen Schaufeln und der großen Spaltverhältnisse b_s/b vermieden wird. Die Durchmesser der anschließenden Überdruckstufen läßt man wieder stetig (oder sprungweise) anwachsen. Man verwendet dann nur einen einzigen zylindrischen Ausgleichskolben von mittlerem Durchmesser, dessen Leckdampf einer unteren Stufe zur Arbeitsleistung zugeführt wird. Durch Ausführung der Trommel als massiver Rotationskörper oder ihre Zusammensetzung aus einzelnen Scheiben in Verbindung mit der Wahl hochfesten Stahls kann die Umfangs-

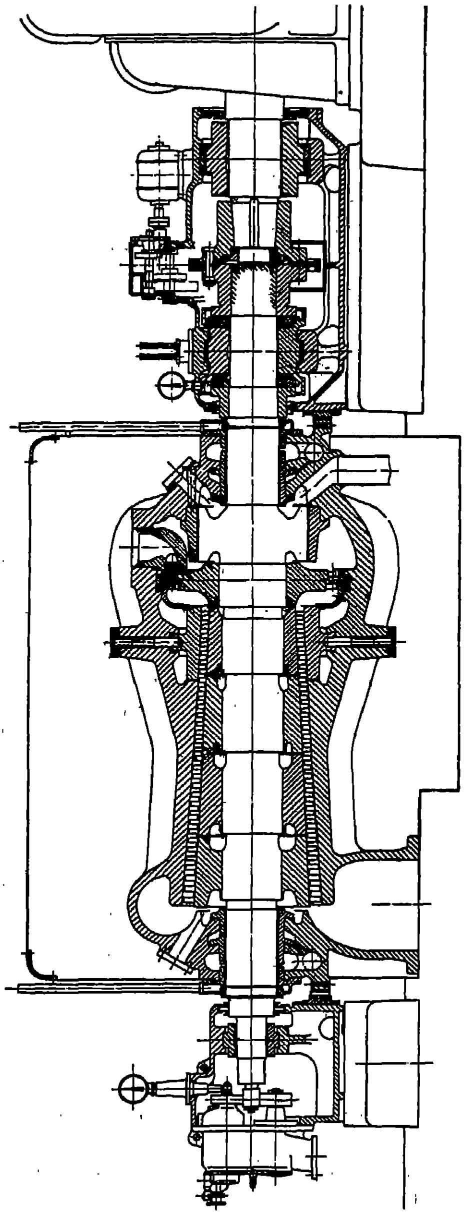


Abb. 168a. Hochdruck-Vorschaltturbine für Höchstdruck und Temperatur bis 540° C, BBC.

geschwindigkeit erhöht und dadurch die Stufenzahl stark herabgesetzt werden.

Abschließende Bemerkung. Der Rechnungsgang mehrstufiger Turbinen findet sich S. 341ff.

Das *Saugrohr* der mehrstufigen Dampfturbine ist die Verbindungsleitung zum Kondensator. Es hat den gleichen Nebenzweck wie das Saugrohr der Wasserturbine, nämlich einen möglichst großen Teil der Auslaßenergie $\varepsilon^2 H$ zurückzugewinnen. Die Erfüllung dieser Forderung ist aber einerseits viel schwieriger wegen der scharfen Umlenkung des Dampfes dicht hinter dem letzten Rad in Richtung senkrecht zur Achse. Andererseits macht dieser Auslaßwert einen viel kleineren Bruchteil ($^1/_2$ bis 4 %) der Fallhöhe aus als bei Wasserturbinen; seine Rückgewinnung ist also nicht so ausschlaggebend wie dort. Bei Kondensationsturbinen, wo der Auslaßverlust am größten ist (S. 335 und 343), wird die in Abb. 168 ersichtliche Führungsrippe a in den Unterteil des Gehäuses eingebaut. Bei Gegendruckturbinen wird hierauf verzichtet.

51. Ausführungsformen und Eigenschaften der Geschwindigkeitsabstufung.

Bei Geschwindigkeitsabstufung wird nach S. 308 ff. im ersten Leitrad das gesamte Druckgefälle in Geschwindigkeit umgesetzt und diese stufenweise in mechanische Arbeit übergeführt. Die Leitkanäle der folgenden Stufen arbeiten mit gleichbleibendem Druck wie die Laufkanäle, haben also nicht die Funktion von Düsen sondern von Umkehrkanälen. (Düse bedeutet Kanal zur Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit.)

Ausführungsformen.

a) Gemeinsamer Laufkranz für alle Stufen. Die arbeitende Strömung wird nach dem Austritt aus der vorhergehenden Stufe durch

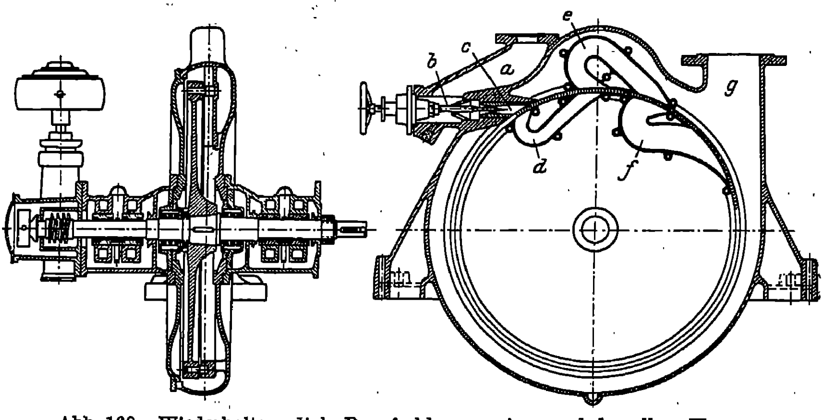


Abb. 169. Wiederholte radiale Beaufschlagung eines und desselben Kranzes. Elektra-Turbine.

Umkehrkanäle d, e, f (Abb. 169) dem Laufkranz so zugeführt, daß in der folgenden Stufe die Laufkanäle in der umgekehrten Richtung

durchströmt werden. Dies ist bei der infolge des Gleichdrucks nötigen Hakenschaufel offenbar möglich, weil diese am Ein- und Austritt vollkommen symmetrisch ausgebildet werden kann. Die älteste Ausführung dieser Art bildet die Elektra-Turbine mit radialer Beaufschlagung (Abb. 169). Auch die axiale Beaufschlagung ist im Gebrauch, wobei aber die Leitkanäle auch entlang dem Radumfang, also doppelt gekrümmt sein müssen.

Offenbar benötigt hierbei ein einzelner Düsenstrom einen großen Teil des Radumfanges, der demnach nur mit einer beschränkten Zahl von Düsen besetzt werden kann. Die Turbine ist also für kleine Leistungen, die oft nur wenige PS betragen, geeignet. Hierfür ist diese Bauweise wegen ihrer billigen Herstellung aber zweckmäßig und viel im Gebrauch.

b) Ebenso viele Laufschaufelkränze als Stufen auf gemeinsamem Radkörper; Curtis-Turbine, meist axial beaufschlagt (Abb. 170, 171, ebenso 176). Die beaufschlagenden Düsen sind wieder zu einem Leitrad vereinigt und können deshalb in großer Zahl angeordnet werden, so daß diese Bauart auch für großen Dampfstrom geeignet ist. Durch die Zusammenfassung der Düsen wird auch die Oberfläche des arbeitenden Dampfstromes und damit seine Reibungsfläche verkleinert.

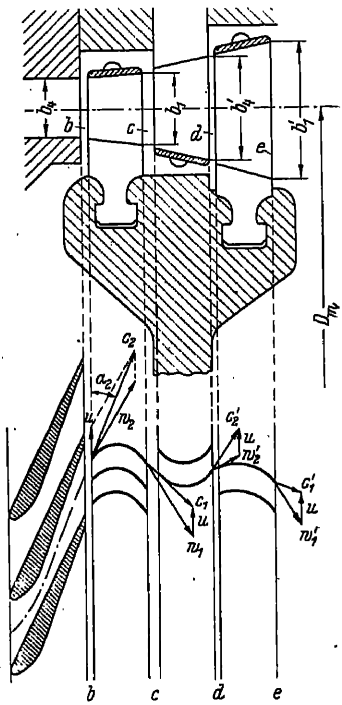


Abb. 170. Beschauflung einer Curtis-Turbine.

c) Berechnung. Die Strömungsvorgänge sollen am Curtis-Rad betrachtet werden, wobei wir zunächst annehmen, daß reiner Gleichdruck verwendet wird. In die Abwicklung des mittleren Zylinderschnittes durch die Schaufelkränze (Abb. 170) sind die Geschwindigkeitspläne eingetragen. Berücksichtigen die Geschwindigkeitsbeiwerte φ, ψ — wie in Abschn. 26 und 27 — die Verluste im Leit- und Laufrad der ersten Stufe einschließlich der jeweiligen Übergangsverluste zum nächsten Schaufelkranz, ferner φ' und ψ' in gleicher Weise bei der zweiten Stufe usw., so ist die Geschwindigkeit beim Eintritt in den ersten Kranz

$$c_2 = \varphi\, C = 91{,}5\, \varphi \sqrt{i_D - i_S'}.$$

mit $\varphi \approx 0{,}95$ (Abb. 174).

Die Laufzahl im Berechnungspunkt beträgt bei i Stufen überschläglich nach Gl. (48, 2)

$$\frac{u_i}{C} = \frac{1}{i}\left(\frac{u_I}{C}\right) \tag{51, 1}$$

oder, weil nach S. 44 bei Gleichdruck $\frac{u}{C} = 0{,}38$ bis $0{,}47$, so ist auch

$$\frac{u_i}{C} = \frac{1}{i}\,(0{,}38 \text{ bis } 0{,}47), \tag{51, 2}$$

womit u_i bekannt ist. Wahl von i vgl. S. 323 ff.

Mit c_2, u_i und dem zweckmäßig (S. 322) anzunehmenden c_{2m} oder α_2 ist jetzt das Eintrittsdreieck des ersten Laufkranzes und damit auch w_2 bekannt. Wie bei der einmaligen Abstufung (s. S. 163) schreiben wir

für den 1. Laufkranz $\qquad w_1 = \psi\, w_2$
und in entsprechender Weise
für den Umkehrkranz $\qquad c_2' = \varphi'\, c_1$
für den 2. Laufkranz $\qquad w_1' = \psi'\, w_2'$.

Die Beiwerte ψ, φ' und ψ' können wieder aus Abb. 83, die naturgemäß ebenso für φ' und ψ' wie für ψ gilt, in Abhängigkeit des aus den Ge-

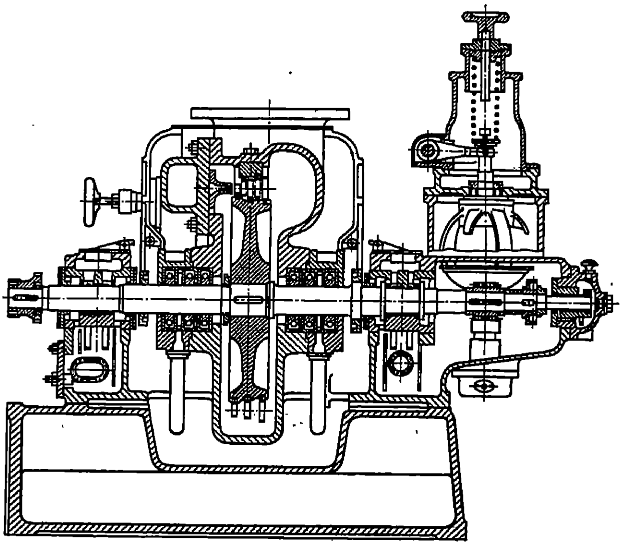


Abb. 171. CURTIS-Turbine (Brückner, Kanis & Co.) mit 3 Geschwindigkeitsstufen.

schwindigkeitsplänen ersichtlichen Umlenkungswinkels entnommen werden. FLÜGEL [II, 2] nimmt folgende Festwerte

bei 2 Geschwindigkeitsstufen $\psi = 0{,}87$, $\varphi' = 0{,}89$, $\psi' = 0{,}90$
bei 3 Geschwindigkeitsstufen $\psi = 0{,}84$, $\varphi' = 0{,}86$, $\psi' = 0{,}88$
$\varphi'' = 0{,}89$, $\psi'' = 0{,}90$,

wobei die letzten beiden Werte für eine 3. Stufe gelten.

In Abb. 172 a und b sind die vereinigten Geschwindigkeitspläne in der hier üblichen Weise gezeichnet, wobei jeweils das Austrittsdreieck um die Senkrechte so herübergeklappt ist, daß die Dreiecksspitze A allen Dreiecken gemeinsam bleibt. Dies bringt den Vorteil,

daß die Schaufelwinkel des Ein- und Austritts unmittelbar verglichen werden können. Sinngemäß nehmen wir im Folgenden — wie bei Dampfturbinen häufig üblich ist — statt der stumpfen Eintrittswinkel β_2, α_1, β_2' jeweils ihre Supplementwerte $180° - \beta_2$, $180° - \alpha_1$, $180° - \beta_2'$, usw. und bezeichnen sie kurzerhand mit β_2, α_1, β_2' usw., was nichts ausmacht, wenn man die Hakenform der Schaufel im Auge behält. Abb. 172a gilt für sog. gleichwinklige Schaufeln, also für den Fall, daß $\beta_2 = \beta_1$, $\alpha_1 = \alpha_2'$ und $\beta_2' = \beta_1'$ ist. Hierbei nimmt die Schaufel-

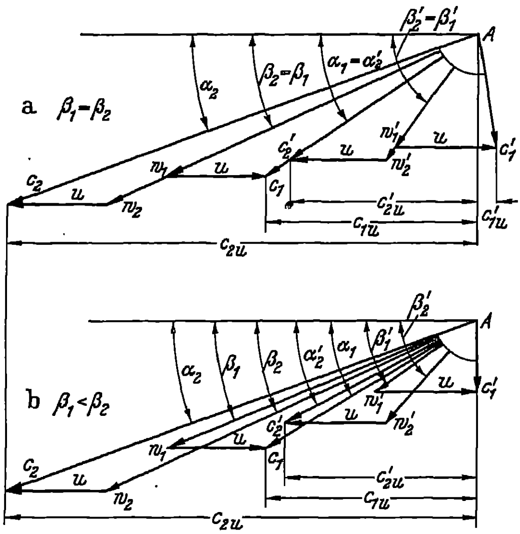


Abb. 172a u. b. Geschwindigkeitspläne für zweimalige Geschwindigkeitsabstufung, a gleichwinklige Schaufeln, b ungleichwinklige Schaufeln mit verkleinertem Austrittswinkel.

krümmung von Kranz zu Kranz ab, weil diese Winkel wachsen. Abb. 172b gilt für ungleichwinklige Schaufeln, und zwar ist der Austrittswinkel jeweils kleiner als der Eintrittswinkel. Der kleinste verwendbare Austrittswinkel der Gleichdruckkränze ist der Düsenwinkel α_4 ($\approx \alpha_2$). Geht man mit dem Austrittswinkel jedes Kranzes bis auf diesen Grenzwert herunter, so erhält man die größtmögliche Ablenkungswirkung, also auch die größtmögliche Umfangskraft, aber auch sehr große Austrittslängen der Schaufeln, weil die Meridiankomponenten sehr klein werden.

Aus diesen Geschwindigkeitsplänen entnimmt man die Umfangskomponenten c_u und erhält damit die Schaufelarbeit

$$H_{\text{th}} = \frac{u}{g}\,(\underbrace{c_{2u} + c_{1u}}_{\text{1. Stufe}} + \underbrace{c_{2u}' + c_{1u}'}_{\text{2. Stufe}})\,. \tag{51, 3}$$

c_{1u} und c_{1u}' erscheinen hierin mit positivem Vorzeichen, weil α_1 und α_1' in Wirklichkeit stumpfe Winkel sind. c_{1u}' ist in Abb. 172a jedoch negativ zu nehmen.

Wie man aus diesen beiden Abbildungen sieht, leistet die 2. Stufe nur einen Bruchteil der ersten, und zwar gilt dies ganz besonders für die gleichwinklige Schaufel. Diese große Leistungsanhäufung in der 1. Stufe bedeutet auch eine große Umlenkung und große Relativgeschwindigkeit, also eine Zunahme der Reibungsverluste. Deshalb empfiehlt es sich, den Unterschied so weit als möglich zu verringern. Zu diesem Zweck kann man die Austrittswinkel von Leit- und Laufkranz bei der 1. Stufe vergrößern und bei der 2. Stufe verkleinern. Der letztere Weg ist mit Rücksicht auf den seitlichen Verlauf der Schaufelbegrenzung kaum gangbar, weil diese entsprechend stark divergieren müßte. Deshalb nimmt man den Neigungswinkel $\alpha_4 \approx \alpha_2$ der beaufschlagenden Düse bei Geschwindigkeitsabstufung größer als

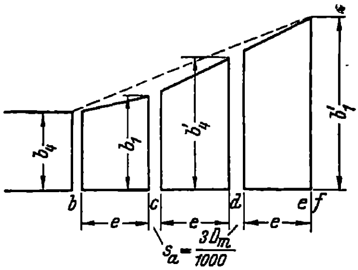


Abb. 173. Verlauf der Schaufellängen bei zwei Geschwindigkeitsstufen.

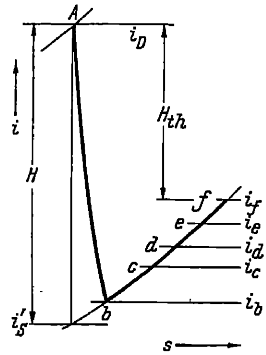


Abb. 174. i, S-Schaubild für zweimalige Geschwindigkeitsstufung.

bei der einstufigen Turbine (s. S. 162) und damit auch etwas größer als dem in Gl. (45, 3) angegebenem c_m entspricht. Übliche Werte sind

$$\begin{aligned}&\text{bei 2 Geschwindigkeitsstufen, } \operatorname{tg}\alpha_2 \gtrless 0{,}35, \text{ also } \alpha_2 \gtrless 19^\circ 20' \\ &\text{bei 3 Geschwindigkeitsstufen, } \operatorname{tg}\alpha_2 \gtrless 0{,}48, \text{ also } \alpha_2 \gtrless 25^\circ 40'\end{aligned} \quad (51,4)$$

Die Austrittswinkel der Schaufelkränze, also der Gleichdruckkränze bestimmt man, indem man (wie schon S. 163 ff. oder S. 301) in der Kontinuitätsbedingung die Schaufellängen vorschreibt.

Man geht dabei von einem gewählten Verhältnis der Austrittslänge des letzten Kranzes zur Austrittslänge b_4 der Düsen aus, nämlich nach Flügel [*II, 2*] unter Bezugnahme auf Abb. 173 von

$$\begin{aligned}&b_1'/b_4 = 2{,}2 \text{ bis } 2{,}5 \text{ bei zweikränzigen Rädern,} \\ &b_1''/b_4 = 2{,}6 \text{ bis } 3{,}2 \text{ bei dreikränzigen Rädern.}\end{aligned} \quad (51,5)$$

Den Verlauf der Schaufelbegrenzung zwischen b_4 und b_1' bzw. b_1'' nimmt man gemäß Abb. 173 mit einer leichten Ausbiegung nach unten gegenüber der Geraden. Die Eintrittslänge des einzelnen Schaufelkranzes macht man zur Vermeidung des Kantenstoßes (um etwa $2\,D_m/1000$) größer als die Austrittslänge des vorausgehenden Kranzes. Im Falle der Verwendung zylindrischer Deckbänder (im Gegensatz zu Abb. 170), die bei den Laufkränzen anzustreben ist, werden diese

Überdeckungen zwangläufig größer, ohne daß wesentliche Nachteile zu erwarten sind.

Bei dieser Anwendung der Kontinuitätsbedingung braucht man das spezifische Volumen, also den Zustandspunkt im i, S-Schaubild (Abb. 174). Kennzeichnet man die Dampfzustände an den Stellen b, c, d und e der Abb. 170 durch die entsprechenden Fußzeichen, so ist

$$i_D - i_b = \varphi^2 (i_D - i'_S) = \varphi^2 H = \text{Nutzgefälle der Düsen}$$

$$i_c - i_b = \frac{w_2^2 - w_1^2}{8380} = \frac{w_2^2}{8380}(1 - \psi^2) = \text{Verl. im 1. Laufkranz}$$

$$i_d - i_c = \frac{c_1^2 - c_2'^2}{8380} = \frac{c_1^2}{8380}(1 - \varphi'^2) = \text{Verl. im Umkehrkranz}$$

$$i_e - i_d = \frac{w_2'^2 - w_1'^2}{8380} = \frac{w_2'^2}{8380}(1 - \psi'^2) = \text{Verl. im 2. Laufkranz}$$

$$i_f - i_e = \frac{c_1'^2}{8380} = \text{Auslaßverlust},$$

womit die Zustandspunkte b, c, d und e in Abb. 174 bekannt sind. Man erhält wieder folgende Probe zu (51, 3)

$$H_{th} = 427 (i_D - i_f).$$

d) Wirkungsgrade. Mittels dieser Rechnung hat STODOLA in [*II*, *1*] den Schaufelwirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{H_{th}}{H} = \frac{i_D - i_f}{i_D - i'_S}$$

zu verschiedenen Laufzahlen u/C für die gleichwinklige Schaufel errechnet (Abb. 175). Der Verlauf ist für die ein-, zwei- und dreimalige Geschwindigkeitsabstufung angegeben. Die Werte für ψ, φ' und ψ' sind aus der unteren Kurve Abb. 83 zu dem jeweiligen Umlenkungswinkel entnommen, so daß ein unmittelbarer Vergleich der erhaltenen Kurven zulässig ist. Daraus ersieht man folgendes:

Der Wirkungsgrad verschlechtert sich mit wachsender Zahl der Geschwindigkeitsstufen, so daß es sich keinesfalls empfiehlt, über drei hinauszugehen. Jedoch werden kleine u/C durch Geschwindigkeitsabstufung mit besserem Wirkungsgrad verwirklicht als mit 1 Stufe. Bei gleichwinkligen Schaufeln liegen die Größtwerte nach Abb. 175 genau bei der mit der Stufenzahl geteilten Abszisse u/C des Größtwertes einer Stufe im Einklang mit (51, 1). Man sieht aber, daß bei dreistufiger Ausführung dieser Größtwert noch kleiner ist als der mit der gleichen Laufzahl bei der zweistufigen Ausführung erzielbare Wirkungsgrad und die dritte Stufe erst bei weiterer Herabsetzung der Laufzahl Vorteile bringt.

Diese Verschlechterung des Wirkungsgrades durch die Geschwindigkeitsabstufung ist aber bei ungleichwinkligen Schaufeln geringer als bei gleichwinkligen. Sie verkleinert sich ferner, wenn der Neigungswinkel der Düsen mit wachsender Stufenzahl vergrößert wird, wie bereits oben festgestellt wurde. Die Verschlechterung infolge Geschwindigkeitsabstufung erklärt sich durch die hohen Relativgeschwindigkeiten im ersten Laufkranz und dem folgenden Umkehrkranz, ebenso

durch die Verlängerung des Reibungsweges. Die erreichbaren Wirkungsgrade sind nicht besser, als sie mit gleicher Zahl von Druckstufen erhalten würden (also z. B. mit 2 statt 2^2 Druckstufen).

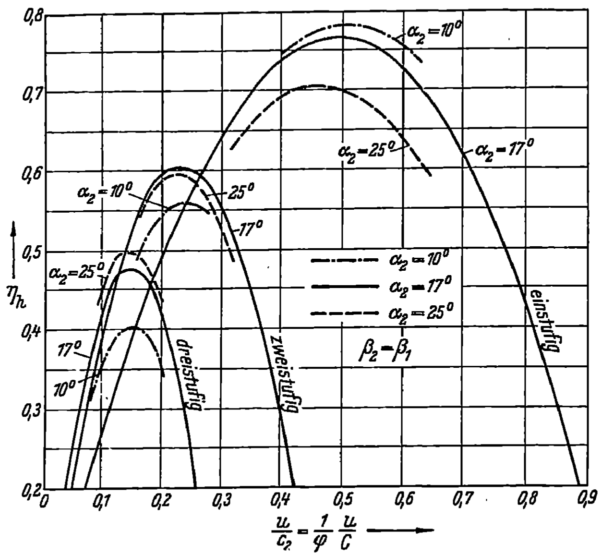


Abb. 175. Verlauf der Schaufelwirkungsgrade η_h in Abhängigkeit von $u/c_2 = u/\varphi C$ bei Geschwindigkeitsstufung für gleichwinklige Schaufeln.

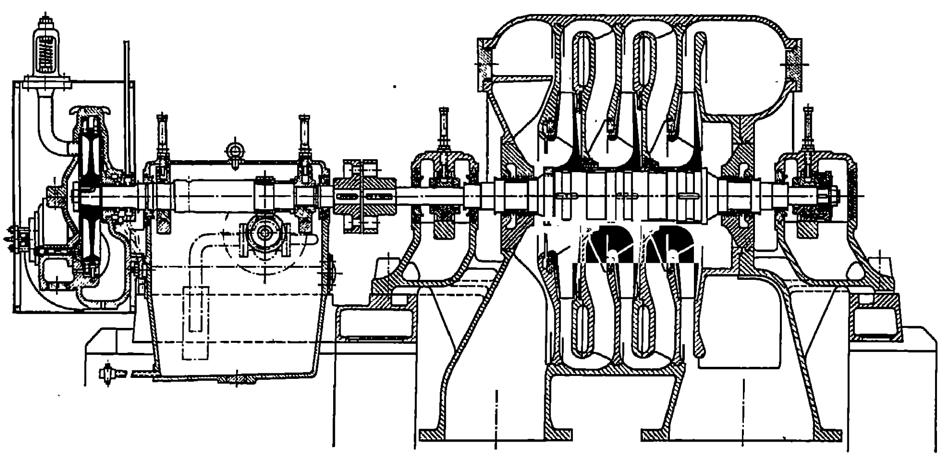


Abb. 176. Mehrstufiger Kreiselverdichter mit Radialrädern, angetrieben durch CURTIS-Turbine (Gutehoffnungshütte).

Der Abnahme von η_h stehen aber folgende Vorteile gegenüber:

Die Ausführung wird stark vereinfacht, weil das verarbeitete Gefälle sehr groß und nur ein einziger Radkörper erforderlich ist. Dazu treten folgende betriebliche Vorzüge:

Die hohen Temperaturen und Drücke kommen überhaupt nicht in das Gehäuse hinein (wenn auch zu beachten ist, daß an Staupunkten der Strömung erhöhte Temperaturen herrschen). Dadurch erzielt man eine Erhöhung der Betriebssicherheit, weil Verziehen der Welle und Undichtwerden der Stopfbüchsen weniger zu befürchten sind. Mehrstufige Turbinen erhalten deshalb — wie wir im vorausgegangenen Abschnitt schon sahen — häufig als erste Stufe ein CURTIS-Rad. Der schlechte Wirkungsgrad wird hierbei teilweise dadurch ausgeglichen, daß mit erhöhten Anfangstemperaturen des Dampfes gefahren werden kann und die Verlustwärme in den folgenden Druckstufen teilweise zurückgewonnen wird.

52. Geschwindigkeitsabstufung mit geringer Überdruckwirkung.

Die Anwendung der S. 303ff. besprochenen geringen Überdruckwirkung ist bei Geschwindigkeitsabstufung besonders angezeigt.

Sind $\mathfrak{r}_I$, $\mathfrak{r}_{II}$, $\mathfrak{r}_{III}$ die Reaktionsgrade der auf den Düsenkranz folgenden Schaufelkanäle eines zweikränzigen Rades, so ist die gesamte Reaktion

$$\mathfrak{r} = \mathfrak{r}_I + \mathfrak{r}_{II} + \mathfrak{r}_{III}. \qquad (52,1)$$

Die Geschwindigkeiten betragen, da $c_v = 0$,

$$c_2 = \varphi\, C \sqrt{1 - \mathfrak{r}}, \qquad w_1 = \psi_u \sqrt{\mathfrak{r}_I\, C^2 + (\psi_v w_2)^2}, \qquad (52,2)$$

$$c_2' = \varphi' \sqrt{\mathfrak{r}_{II}\, C^2 + (\varphi_v' c_1)^2}, \qquad w_1' = \psi_u' \sqrt{\mathfrak{r}_{III}\, C^2 + (\psi_v' w_2')^2}. \qquad (52,3)$$

Durch die etwas schwierige Wahl der Geschwindigkeitsziffern findet man sich am leichtesten durch, wenn man wie S. 298f. nach FLÜGEL [*II*, *2*] die Geschwindigkeitsziffern für die Kanalreibung überall gleich 0,95 setzt, so daß

$$\varphi = \psi_u = \varphi' = \psi'_u = 0{,}95 \qquad (52,4)$$

und die beim reinen Gleichdruck S. 320 angegebenen Zahlen wieder benutzt. Es ist dann

$$\psi_v = 0{,}87/\psi_u, \qquad \varphi_v' = 0{,}89/\varphi', \quad \psi_v' = 0{,}90/\psi_u'. \qquad (52,5)$$

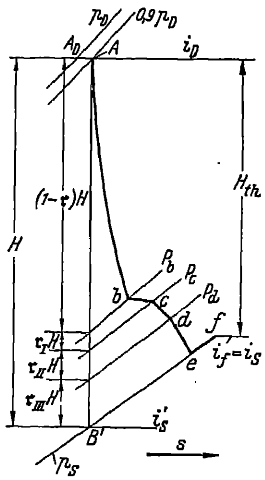


Abb. 177. i, S-Schaubild einer zweimaligen Geschwindigkeitsabstufung in Verbindung mit geringer Überdruckwirkung.

Die Zustandspunkte (Abb. 177) sind wieder festgelegt, einerseits durch die p-Linien, die durch die Reaktionsgrade bestimmt sind, andererseits durch die Änderung der Wärmeinhalte.

Die Gesamtreaktion kann bei zweimaliger Geschwindigkeitsstufung bis $\mathfrak{r} = 0{,}16$ betragen. Hinsichtlich ihrer Aufteilung gelten folgende Richtlinien, die durch die Rücksicht auf Vermeidung des Überschalls in den Lauf- und Umkehrkränzen bedingt sind.

1. Reaktionswirkung soll nur in solchen Schaufelkränzen vorgesehen werden, in denen die relative Eintrittsgeschwindigkeit kleiner ist als die Schallgeschwindigkeit.

2. Die Expansion soll nur soweit getrieben werden, daß die Relativströmung die Schallgeschwindigkeit nicht erreicht.

3. Also kann die Zunahme an kinetischer Energie um so größer sein, je kleiner die relative Eintrittsgeschwindigkeit ist.

Den ersten Laufkranz läßt man deshalb häufig frei von Reaktion, die dann erst im 1. Umkehrkranz beginnt und anschließend zunimmt.

Rechnungsgang einer Curtis-Turbine.

Gegeben seien Leistung an den Generatorklemmen N_{kl} in kW, Eintrittsdruck p_D, Eintrittstemperatur t_D, Gegendruck p_S und Drehzahl n.

Man läßt (wie S. 160) zwischen Hauptabsperrventil und dem ersten Leitrad einen Druckverlust von etwa $0{,}1\, p_D$ zu. Dieser Drosselvorgang gibt die Zustandsänderung A_D, A konstanten Wärmeinhalts im i,S-Diagramm (Abb. 177). Es verbleibt dann das adiabatische Wärmegefälle $A B' = H = i_D - i'_S$. Wir beschränken uns auf 2 Geschwindigkeitsstufen, um annehmbare Wirkungsgrade zu erhalten. Zur Bestimmung des Dampfverbrauches schätzen wir aus der Erfahrung η_i (= 0,65 bis 0,75), η_m (= 0,97 bis 0,99) und den Wirkungsgrad des Generators. Dann ist der notwendige Gewichtsstrom

$$G = \frac{102\, N_{kl}}{427\, H\, \eta_i\, \eta_m\, \eta_{\text{gen}}} \qquad \left|\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right| \qquad (52,6)$$

entsprechend einem spezifischen Dampfverbrauch von $D_s = 3600\, G/N_{kl}$ in kg/kWh. Ferner ist $C = 91{,}5\sqrt{H}$. Wir sehen eine geringe Reaktionswirkung vor und zwar im 1. Laufkranz $\mathfrak{r}_{\text{I}} = 0$ oder jedenfalls nahe 0, im Umkehrkranz $\mathfrak{r}_{\text{II}} = 3$ bis 5 % und im 2. Laufkranz $\mathfrak{r}_{\text{III}} = 8$ bis 10 %, deren Gesamtbetrag $\mathfrak{r}$ nicht größer als 16 % sein soll. Dann ist c_2 nach (52, 2) gegeben. Nimmt man nun die Laufzahl u/C im Einklang mit (51, 2) an, so ist $u = C \cdot u/C$ und nach Wahl von α_2 (nach (51, 4) mit $\operatorname{tg} \alpha_2 \geq 0{,}35$ oder $c_{2m} \geq 0{,}32\, C$) das Eintrittsdreieck des 1. Laufkranzes bekannt (Abb. 172 b), woraus w_2 und β_2 zu entnehmen sind. Jetzt folgt w_1 aus (52, 2). Zur Festlegung der weiteren Schaufelwinkel brauchen wir die Zustandspunkte in den Spalten b und c (Abb. 173), die durch die adiabatischen Wärmegefälle $(1 - \mathfrak{r})\, H$ und $(1 - \mathfrak{r}_{\text{II}} - \mathfrak{r}_{\text{III}})\, H$, sowie die wirkliche Änderung der Enthalpien $i_D - i_b = \varphi^2 (1 - \mathfrak{r})\, H$ und $i_b - i_c = (w_1^2 - w_2^2)/8380$ gegeben sind (Abb. 177). Dann bestimmen wir die Austrittslänge $(b_4)_{\text{tot}}$ der Leitschaufel aus (27, 1) bzw. (27, 2) und den Beaufschlagungsgrad $\varepsilon = (b_4)_{\text{tot}}/b_4$ nach Annahme von $b_4 = 12$ bis 25 mm. Die Austrittslängen der folgenden Schaufeln werden nun wie in Abb. 173 im Einklang mit (51, 5) vorgeschrieben und dann zunächst der Austrittswinkel β_1 aus der Kontinuitätsgleichung ermittelt, wobei naturgemäß $\varepsilon\, b_1$ statt b_1 einzusetzen ist. Damit ist die Schaufel des 1. Laufkranzes festgelegt. Aus dem zugehörigen Geschwindigkeitsdreieck entnimmt man α_1 und c_1 und dann aus (52, 3) die Eintrittsgeschwindigkeit c'_2 in den 2. Laufkranz. Wird jetzt der zugehörige Winkel α'_2, der zugleich Austrittswinkel des Umkehrkranzes ist, aus der Kontinuitätsgleichung ermittelt, so ist das Geschwindigkeitsdreieck des Eintritts in den 2. Laufkranz und damit β'_2, w'_2 gegeben,

woraus dann die Werte β_1', w_1' nach Festlegung des Zustandspunktes e im i,S-Schaubild, ebenso die Werte α_1', c_1' sinngemäß in gleicher Weise erhalten werden wie beim 1. Laufkranz.

Es empfiehlt sich, anschließend den Schaufelwirkungsgrad nach Errechnung des Auslaßverlustes $i_f - i_e = c_1'^2/8380$ (Probe mittels (51, 3)) und den inneren Wirkungsgrad η_i nach Errechnung des Radreibungsverlustes $Z_r = 75\,N_r/427\,G$ mittels (3, 11) zu bestimmen. Um ein Optimum von η_i zu erhalten, wird die Rechnung für verschiedene Annahmen von u/C und $\operatorname{tg}\alpha_2$ durchgeführt. Dabei erzielt man eine gute Übersicht und Kontrolle, wenn die Rechnung tabellarisch angeordnet wird.

Beim CURTIS-Rad überschreitet die Austrittsgeschwindigkeit des Leitkranzes der 1. Stufe in der Regel die Schallgeschwindigkeit erheblich. Dann sind die Leitkanäle als LAVAL-Düsen auszubilden und die Strahlablenkung zu beachten [*II*, *4* S. 11ff.].

Der Achsschub läßt sich bei partieller Beaufschlagung leicht angeben. Er zerfällt in den auf die Schaufelkränze wirkenden statischen Druck

$$A_1 = \varepsilon\pi D_m\,[(b_1\,(p_b - p_c) + b_1'\,(p_d - p_e)],$$

wobei $p_b = p_c$ falls $\mathfrak{r}_I = 0$, und den Impulsanteil

$$A_2 = \frac{G}{g}\,(c_{2m} - c_{1m} + c_{2m}' - c_{1m}').$$

Der Achsschub beträgt insgesamt $A = A_1 + A_2$.

53. Auswirkung der Reibungswärme bei Druckstufung.

Die inneren Verluste der Strömungsmaschine bewirken eine Aufheizung des Arbeitsstromes und damit einen Mehrbetrag an Gefälle, der bei großen Stufenzahlen und großen Gefällen beachtlich ist.

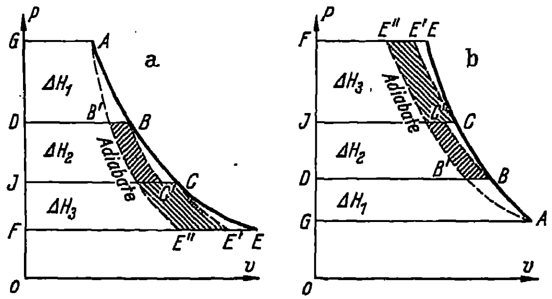


Abb. 178 a. Turbine. Abb. 178 b. Verdichter.

Abb. 178. Vergrößerung des Stufengefälles durch die Reibungswärme. - - - - Adiabaten.

Betrachtet man im *Pv*-Diagramm die aufeinanderfolgenden adiabatischen Stufenarbeiten ΔH (Abb. 178), die durch die Flächen $AB'DG$, $BC'JD$ usw. dargestellt sind, so sieht man, daß ihre Summe um die durch Schraffur hervorgehobenen Arbeiten größer ist als die adiabatische Arbeit H je kg (Fläche $AE''FG$) für das gesamte Druckverhältnis, weil die Adiabate auf den jeweiligen Anfangszustand bezogen

werden muß, also bei der ganzen Maschine auf den Punkt A und bei den einzelnen Stufen auf die mit Verlustwärme beladenen Zwischenzustände B, C usw., welche rechts von der Adiabate auf AE liegen.

Also ist

$$\sum \Delta H = \mu H, \qquad (53,1)$$

wo μ den durch die Reibungswärme bedingten Mehrbetrag an adiabatischer Arbeit berücksichtigt und also größer als 1 ist[1]. Dieser „Mehrarbeitswert“ μ läßt sich an Hand des Pv-Diagrammes in folgender Weise ausdrücken:

$$\mu = \frac{\sum \Delta H}{H} = \frac{\text{Fläche } A\,B'\,BC'\,CE'\,FG}{\text{Fläche } A\,E''\,FG}, \qquad (53,2)$$

Andererseits ist aber die innere Gesamtarbeit gleich der einfachen Summe der inneren Stufenarbeiten, also

$$H_i = \sum \Delta H_i.$$

Sie ist um die (im Pv-Schaubild nicht sichtbare) Reibungsarbeit (Abb. 11) und die durch die Flächenzwickel, z. B. $BC'C$ dargestellte Arbeit größer als $\sum \Delta H$.

Die Zunahme der adiabatischen Gesamtarbeit infolge der Reibungswärme der vorhergehenden Stufen hat deshalb die bemerkenswerte Folge, daß der innere Wirkungsgrad der ganzen Maschine bei der Turbine höher und beim Verdichter niedriger ist als der der einzelnen Stufe. Der innere Gesamtwirkungsgrad beträgt nämlich

bei der Turbine $(\eta_i)_{\text{ges}} = \frac{H_i}{H} = \mu \frac{\sum \Delta H_i}{\sum \Delta H}$

bzw.

beim Verdichter $(\eta_i)_{\text{ges}} = \frac{H}{H_i} = \frac{1}{\mu} \frac{\sum \Delta H}{\sum \Delta H_i}$.

Nehmen wir gleiche Stufengefälle ΔH an, wobei dann im Fall gleichbleibenden Stufen-Wirkungsgrades $(\eta_i)_{\text{st}}$ auch die inneren Stufenarbeiten ΔH_i gleich sind, so ist nämlich in obiger Gleichung

$$\frac{\sum \Delta H}{\sum \Delta H_i} = \frac{\Delta H}{\Delta H_i} = \frac{1}{(\eta_i)_{\text{Turb.}}} \text{ bzw.} = (\eta_i)_{\text{Verd.}}$$

Somit ist

bei der Turbine $(\eta_i)_{\text{ges}} = \mu\,(\eta_i)_{\text{st}}$, (53, 3)

beim Verdichter $(\eta_i)_{\text{ges}} = \frac{1}{\mu}\,(\eta_i)_{\text{st}}$. (53, 4)

μ ist nach (53, 2) um so größer, je größer das gesamte Druckverhältnis und die Stufenzahl, ferner je schlechter der innere Wirkungsgrad ist.

Wie Abb. 178 zeigt, bewirkt die Reibungswärme eine Vergrößerung der adiabatischen Stufenarbeiten ΔH bei gleichbleibendem Gesamt-

[1] Die Zunahme der adiabatischen Gesamtarbeit infolge der Reibungswärme ersieht man auch aus der TS-Tafel, weil dort die Isobaren (im Bereich konstanter c_p-Werte) durch waagerechte Verschiebung zur Deckung zu bringen sind und sich nach oben krümmen, so daß die Isobaren des Anfangs- und Enddrucks aus einer nach rechts wandernden Senkrechten wachsende Strecken abschneiden.

gefälle H. Da ΔH bei der Berechnung der einzelnen Stufen gebraucht wird, so ist es — bei Dampf- oder Gasturbinen ebenso wie bei Verdichtern hohen Druckes — notwendig, den Mehrarbeitsbeiwert μ zu berücksichtigen.

Bei *Dampfturbinen* macht seine rechnerische Bestimmung wegen der Veränderlichkeit von $\varkappa$ Schwierigkeiten.

G. Flügel[1] erwartet hier ausreichende Genauigkeit bei Benutzung der Gleichung

$$\mu = 1 + k\,(1 - (\eta_i)_{st})\,\frac{H}{100}\,\frac{i-1}{i}, \tag{53, 5}$$

wenn $(\eta_i)_{st}$ der mittlere innere Stufenwirkungsgrad, i die Stufenzahl, H das Gesamtgefälle in kcal/kg und k ein Erfahrungswert ist, welcher beträgt

$$k = 0{,}20 \text{ bzw. } 0{,}12,$$

wenn die ganze Expansionslinie im Überhitzungsgebiet bzw. im Naßdampfgebiet liegt. Verläuft die Expansionslinie teils im Überhitzungs-, teils im Sättigungsgebiet, so ist k entsprechend zu vermitteln.

Für Turbinen mit Regelstufe entnimmt man das Reguliergefälle H' und die Gefälle H'', H''' der voll beaufschlagten Turbinenteile aus der Mollier-Tafel (Abb. 183) und berechnet das gesamte Stufengefälle aus

$$\mu H = H' + \mu'' H'' + \mu''' H''', \tag{53, 6}$$

wobei μ'', μ''' aus Gl. (53, 5) erhalten werden, wenn dort die für die voll beaufschlagten Turbinenteile geltenden Werte eingesetzt werden.

Man kann setzen bei *Kondensationsturbinen* $\mu = 1{,}05$ bis $1{,}10$, wachsend mit der Stufenzahl, dem Anfangsdruck und der Höhe der Luftleere im Kondensator und mit schlechter werdendem Wirkungsgrad.

Bei *Gegendruckturbinen* ist sinngemäß μ näher bei 1 und zwar um so näher, je höher der Gegendruck ist.

Bei *einstufigen Turbinen* ist offenbar stets $\mu = 1$.

Bei *Verdichtern* hat der μ-Wert nur Bedeutung für ungekühlte Stufengruppen, weil die im Kühlwasser abgeführte Wärme größenordnungsmäßig die Reibungswärme überragt. Bei ungekühlten stationären Verdichtern bewegt sich μ etwa in den gleichen Grenzen wie bei der Gegendruck-Dampfturbine und übersteigt selten den Wert 1,03, so daß ebenfalls seine Schätzung zulässig ist. Näheres vgl. S. 356 ff. Bei permanenten Gasen kann er auch zuverlässig und einfach errechnet werden[2].

Vergleich der Wirkungsgrade bei tropfbarem und gasförmigem Energieträger. Im tropfbaren Energieträger wirkt sich die Reibungswärme nicht in einer merklichen Dichteänderung aus. Dort ist $\mu = 1$ und die Summe der Stufenförderhöhen gleich der gesamten Förderhöhe. Unter Bezugnahme auf (53, 3) und (53, 4) kann also gesagt werden, daß der Wirkungsgrad des ungekühlten Gasverdichters um so tiefer unter dem der Wasserpumpe liegt, je höher die Verdichtung ist. Bei Dampf- oder Gasturbinen ist aus dem gleichen Grund der Wirkungsgrad — wenigstens theoretisch — um so besser, je größer das Druck-

---

[1] Flügel, G.: Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 725.

[2] Pfleiderer, C.: Luftfahrtforschung 19 (1942) Lfg. I, S. 13/22 oder [*III, 1, Abb. 278* S. 405]. Vgl. auch Journal of Applied Mechanics 18 (1951) Nr. 4, S. 387/92.

verhältnis ist. Diese Feststellung gilt unabhängig von der Stufenzahl also sowohl für ein- wie mehrstufige Maschinen. Man sucht den Einfluß der Aufheizung rechnerisch auszuscheiden durch Benutzung des in Abschn. 3a erläuterten polytropischen Wirkungsgrades.

Die Verschlechterung des Wirkungsgrades der Pumpen bei Gas- gegenüber Wasserförderung steht durchaus im Einklang mit der Erfahrung. Der tatsächliche Unterschied beider Wirkungsgrade wird noch vergrößert durch die mit der Volumenabnahme verbundene Verengung der Kanäle der oberen Stufen, ferner die Zunahme von Undichtheiten und Radreibung. Diese zusätzlichen Verluste wirken sich andererseits bei der Turbine dahin aus, daß eine Überlegenheit des Wirkungsgrades der Dampf- oder Gasturbine über den der Wasserturbine nicht besteht.

Es muß daran festgehalten werden, daß die Heranziehung der Ziffer μ nur rechnerische Bedeutung hat und deshalb die Zahl der Stufen auf die Höhe des Gesamtwirkungsgrades — soweit man die Aufheizung durch die Reibungswärme im Auge hat — keinen Einfluß besitzt, also beispielsweise der mehrstufige Verdichter dem einstufigen gleichwertig ist, wenn der Exponent n der Polytrope derselbe ist.

54. Die Gütezahl.

Bei der einzelnen Stufe der Turbine haben wir die „*Laufzahl*"

$$\frac{u}{C} = \frac{u}{91{,}53\sqrt{\Delta H}}$$

zum Ausgangspunkt der Rechnung gemacht (s. S. 43 ff. und 296 ff.). Darin bedeutet jetzt ΔH das Stufengefälle in kcal/kg. Diese *Laufzahl* hat bei senkrechtem Austritt den in Gl. (8, 12) angegebenen festen Wert. Man bleibt — wie dort festgestellt worden ist — bei Dampfturbinen meist darunter, entsprechend Gl. (8, 15) oder (8, 16), was zur Folge hat, daß der absolute Austrittswinkel $\alpha_0 > 90°$ wird, also ein gegenläufiger Austrittsdrall entsteht, der vermehrte Relativgeschwindigkeit, also vergrößerte Kanalreibung liefert, obwohl er in der folgenden Stufe verwertet wird (Abb. 104 und 132). Aus diesem Grund hat hier die verwendete Laufzahl gleichzeitig die Bedeutung einer Güteziffer, denn der Wirkungsgrad der Stufe ist beim gleichen Reaktionsgrad r um so besser, je höher die Laufzahl ist, sofern diese sich innerhalb bestimmter Grenzen bewegt.

Man hat nun das Bedürfnis, die Eigenschaften der Mehrstufenturbine, also die Gesamtheit der Stufen ebenfalls in einem Gütegrad zusammenzufassen. Man erhält diesen durch Bezugnahme auf eine gleichwertige einstufige Turbine, deren Umfangsgeschwindigkeit u_I nach (53, 1) dann der Bedingung genügen muß

$$\mu\, u_I^2 = \sum u^2$$

und deren Fallhöhengeschwindigkeit C_I beträgt

$$C_I = 91{,}53\sqrt{H}\,.$$

Damit ergibt sich als Laufzahl der Druckstufenturbine

$$\frac{u_I}{C_I} = \frac{\sqrt{\sum u^2/\mu}}{91{,}53\sqrt{H}}. \tag{54, 1}$$

Man faßt die maßgebenden Größen zusammen in

$$\frac{\sum u^2}{H} = 91{,}53^2\,\mu\left(\frac{u_I}{C_I}\right)^2 = 8380\,\mu\left(\frac{u_I}{C_I}\right)^2 \tag{54, 2}$$

und nennt diesen Ausdruck, den man abgekürzt mit q bezeichnet, die „*Gütezahl*". Ihr praktischer Nutzen liegt darin, daß sofort der Wert $\sum u^2$ erhalten wird. Sie gibt den für das Gefälle von 1 kcal/kg verwendeten Wert von $\sum u^2$ an.

Nimmt man für die Laufzahl u_I/C_I den gleichen Wert, der für die einzelne Stufe früher in (8, 15) gefunden wurde, so erhält man mit $\mu = 1$

$$q = \frac{\sum u^2}{H} = 8380\,(0{,}38^2 \text{ bis } 0{,}47^2)/(1-\mathfrak{r})$$

$$= (1200 \text{ bis } 1850)/(1-\mathfrak{r}).$$

Mit $\mathfrak{r} = 0$ folgt daraus für die reine Gleichdruckturbine

$$q = 1200 \text{ bis } 1850.$$

Für Überdruck mit $\mathfrak{r} = 0{,}5$ ist $1/(1-\mathfrak{r}) = 2$, also q das Doppelte.

$$q = 2400 \text{ bis } 3700.$$

Überdruckturbinen sind also erst bei höherer Gütezahl den Gleichdruckturbinen gleichwertig, wie zu erwarten.

In beiden Fällen gilt der unterste Wert für billige Ausführungen, also kleine Leistungen, und der oberste Wert für hochwertige Ausführungen und große Leistungen. *Bei mittleren und kleinen Leistungen bringt aber die geringere Gütezahl den besseren Gesamtwirkungsgrad*, weil Radreibung und Spaltverlust erhöhten Einfluß nehmen.

Das Curtis-Rad wird bei der Bildung von $\sum u^2$ der Einfachheit halber so berücksichtigt, daß die vorhandenen Geschwindigkeitsstufen wie Druckstufen behandelt werden, obwohl sie eine größere Zahl von Druckstufen ersetzen. Dadurch kommt der schlechte Wirkungsgrad des Curtis-Rades zum Ausdruck.

Im Einklang mit diesen Ermittlungen gelten folgende Erfahrungszahlen:

$q = \frac{\sum u^2}{H} \leq 1400$ bei eingehäusigen Turbinen mit Curtis-Rad und durchgängigem Gleichdruck,

≈ 1400 bis 2000 bei eingehäusigen Turbinen mit Curtis-Rad und zunehmender Reaktion im ND-Teil,

> 2000 bei mehrgehäusigen Turbinen und zunehmender Reaktion im ND-Teil, bei kleinen Leistungen weniger.

≈ 2400 bis 3700 bei Überdruckturbinen mit 50% Reaktion.

Wegen des geringen Wirkungsgrades des CURTIS-Rades wird das ihm zugewiesene Gefälle nicht größer bemessen als zur Erzielung voller Beaufschlagung der folgenden Stufe nötig ist.

54a. Mehrgehäuseturbinen.

Die hohen Gütegrade hochwertiger Turbinen bedingen eine entsprechend große Stufenzahl und verlangen deshalb die Unterbringung der Stufen in zwei und mehr Gehäusen, weil sonst der Lagerabstand zu groß, also die Welle zu stark wird und die Wärmedehnung zu große axiale Spiele verlangt.

Abb. 179 zeigt eine solche Turbine mit Kammerstufen, also im wesentlichen nach dem Gleichdrucksystem, und Abb. 180 eine Turbine mit Trommelstufen, also nach dem Überdrucksystem mit 50% Reaktion. In beiden Fällen ist der Niederdruckteil zweiflutig ausgebildet. Diese Unterteilung erstreckt sich nur auf die 4 letzten Stufen, die in Abb. 180 wegen des größeren Gesamtgefälles und des schon infolge der Reaktion verkleinerten Stufengefälles nur einen Teil der im ND.-Gehäuse untergebrachten Stufen ausmachen. Hier ist zur Vermeidung eines Ausgleichskolbens für den Achsschub, der sonst bei Trommelturbinen erforderlich wäre (S. 315 ff.), die Strömungsrichtung in beiden Gehäusen entgegengesetzt und deshalb auch eine starre Wellenkupplung vorhanden. Das Spurlager muß dann zwischen beide Gehäuse gelegt werden, um die Wärmedehnung, also die axialen Spiele klein zu halten. Bei Abb. 179 hat jedes Gehäuse sein eigenes Spurlager, weil eine nachgiebige Kupplung verwendet ist. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, daß es Vorteile für den Wirkungsgrad bringt, den HD.-Läufer mit höherer Drehzahl laufen zu lassen als den ND.-Läufer.

55. Drehzahl und Grenzleistung.

Schon S. 61 ff. haben wir festgestellt, daß die Drehzahl jeder Strömungsmaschine so hoch wie möglich genommen werden muß. Bei mehrstufigen Maschinen gilt das gleiche Gesetz. Hier sind Gefälle H und Gütegrad q, also $\sum u^2 = q\,H$ vorgeschrieben. Weil nun $D = \frac{60}{\pi\, n}\, u$, so ist auch

$$\sum D^2 = \left(\frac{60}{\pi}\right)^2 \frac{\sum u^2}{n^2} = \left(\frac{60}{\pi}\right)^2 \frac{q\,H}{n^2},$$

so daß also mit wachsendem n die Summe aller Radflächen umgekehrt proportional zu n^2 sich verkleinert. Ferner verbessert sich der Wirkungsgrad, weil die Radreibung proportional zur Radfläche, also zu D^2 abnimmt, der Spaltverlust sich erniedrigt und die Schaufelverluste ebenfalls sich verkleinern, denn die Schaufellänge b wächst umgekehrt proportional mit D. Mit wachsender Drehzahl, also abnehmendem Durchmesser, kann die Schaufellänge b aber nur bis zu der Grenze wachsen, wo die Schaufelbefestigung Schwierigkeit macht (wie beim PELTON-Rad, s. S. 158 ff.). Als Grenzwerte können heute gelten

bei verwundenen und verjüngten Schaufeln $D_m/b = 3$ bis 5
bei zylindrischen Schaufeln $D_m/b = 6$ bis 7.

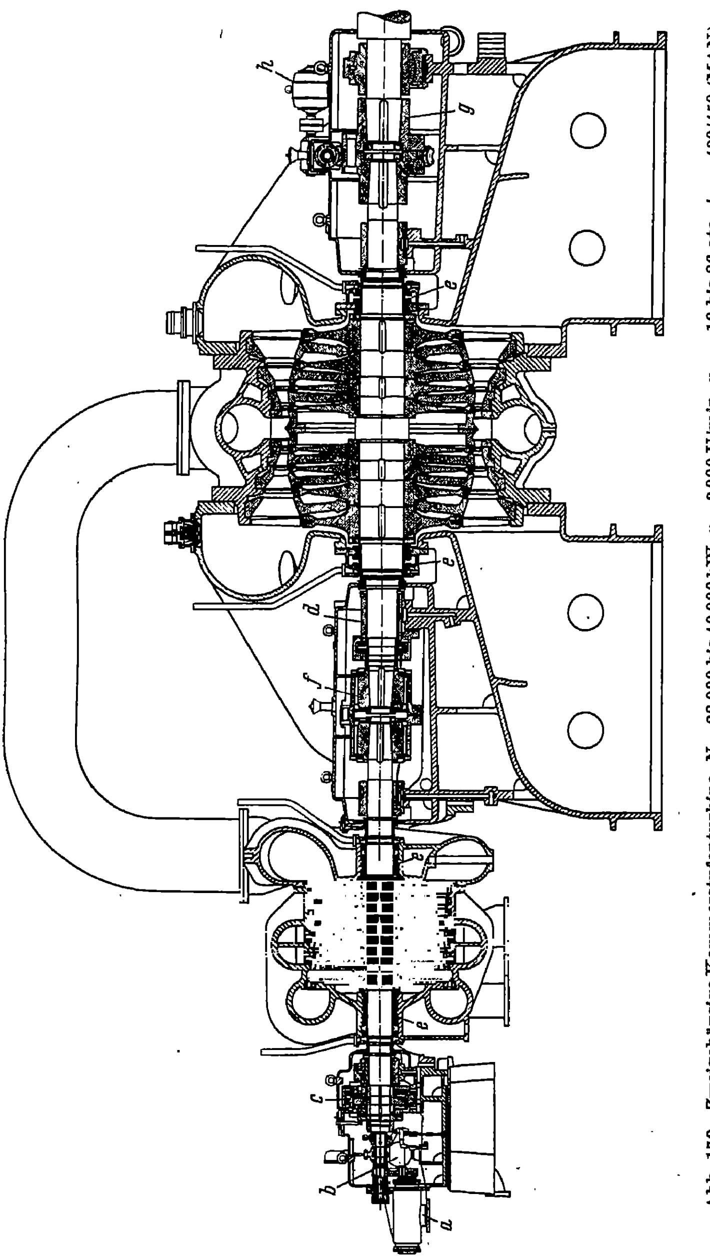


Abb. 179. Zweigehäusige Kammerstufenturbine, $N = 28\,000$ bis $40\,000$ kW, $n = 3\,000$ U/min, $p_D = 19$ bis 26 ata, $t_D = 430/450$ (MAN). *a* Ölpumpe, *b* Regler, *c* Blocktraglager, *e* Stopfbüchsen, *f* Zahnradkupplung, *g* Generatorkupplung, *h* Drehvorrichtung.

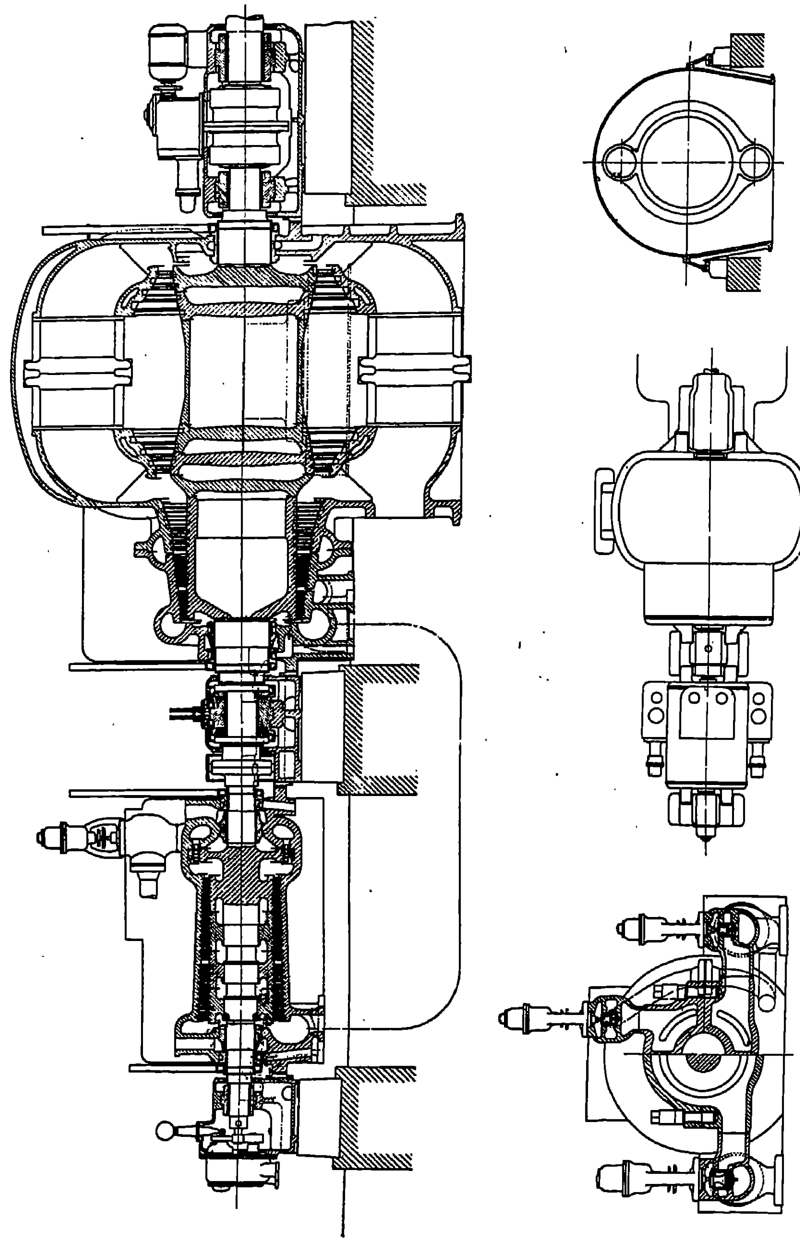


Abb. 180. Zweigehäusige Trommelstufenturbine bis 100000 kW, 3000 U/min (BBC).

Das Verhältnis D_m/b steht mit dem in Abschn. 41 verwendeten Radienverhältnis r_a/r_i in der Beziehung

$$\frac{r_a}{r_i} = \frac{D_m/b + 1}{D_m/b - 1},$$

so daß das Verhältnis $D_m/b = 3$ ein Radienverhältnis $\frac{r_a}{r_i} = 2$ ergibt (wie es bei der KAPLAN-Turbine gebräuchlich ist).

Die für D_m/b angegebenen Grenzwerte gelten für die letzte Stufe. Dem dort austretenden Volumenstrom V_S können also nur entsprechend begrenzte Durchtrittsquerschnitte geboten werden, so daß für diesen Volumenstrom selbst Grenzwerte bestehen, die von der Drehzahl abhängig sind und die sich aus der Kontinuitätsgleichung in folgender Weise ergeben:

$$V_S = \pi\, D_m\, b_1\, c_{0m} = \pi\, D_m^2 \frac{b_1}{D_m} \frac{c_{0m}}{u} u$$

oder mit $D_m = \frac{60\, u}{\pi\, n}$ und $D_m/b_1 = k$

$$V_S = \frac{60^2}{\pi} \frac{u^3}{k\, n^2} \left(\frac{c_{0m}}{u}\right). \tag{55, 1}$$

Halten wir in der letzten Stufe am senkrechten Austritt fest, dann ist $c_{0m} = c_0$ und demnach $c_{0m}/u = \operatorname{tg}(\beta_0)_m$, wenn β_{0m} die Schaufelneigung in der Mitte der Saugkante ist. Dieser Wert kann sich nur innerhalb bestimmter Grenzen ändern, wenn nicht ungünstige Schaufelformen in Kauf genommen werden sollen. Die Schluckfähigkeit der letzten Stufe wächst also mit der dritten Potenz der Umfangsgeschwindigkeit u in Schaufelmitte und ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Drehzahl n. Man kann also die Drehzahl an sich nicht beliebig steigern. Damit die Turbine aber billig und gut wird, muß sie für eine möglichst hohe Drehzahl ausgelegt, d. h. *sie muß als Grenzleistungsturbine ausgebildet werden.* Da der angetriebene Drehstromgenerator bei 50 Hz höchstens mit $60 \cdot 50 = 3000$ U/min (1 Polpaar) laufen kann, so wollen wir die bei dieser Drehzahl mögliche Schluckfähigkeit und Grenzleistung bestimmen. Dabei wählen wir für die in (55, 1) sonst noch vorkommenden Größen die Grenzwerte nämlich $k = 3$, $c_{0m}/u = 0{,}9$, $u = 340$ m/s und erhalten dann

$$V_S = \frac{60^2}{\pi} \cdot \frac{340^3}{3 \cdot 3000^2} \cdot 0{,}9 = 1510 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Daß die zugrunde gelegten Werte c_{0m}/u und u wahrscheinliche Grenzwerte sind, ersieht man daran, daß der Absolutwert von c_{0m} beträgt $0{,}9 \cdot 340 = 306$ m/s, entsprechend einem Auslaßverlust von $306^2/8380 = 13{,}3$ kcal/kg. Damit dieser nicht mehr als 4% von H ausmacht, müßte das Gefälle H der ganzen Turbine mindestens $13{,}3/0{,}04 = 332$ kcal/kg betragen, also zu einer Kondensationsturbine mit sehr hohem Anfangsdruck und hoher Luftleere gehören. Das Stufengefälle beträgt

$$\Delta H = \frac{C^2}{8380} = \left(\frac{u}{u/C}\right)^2 \frac{1}{8380},$$

wobei für 50% Reaktion, die hier nach S. 339 ff. nötig ist, nach (8,15) $u/C \approx 0{,}45 \cdot \sqrt{2} = 0{,}64$, so daß mit $u = 340$ m/s $\Delta H = 34$ kcal/kg. Also ist der Auslaßverlust 39% des Stufengefälles.

Die in Schaufelmitte vorhandene Umfangsgeschwindigkeit von 340 m/s ergibt eine Geschwindigkeit an den Schaufelspitzen von 340 (1 + 1/3) = 454 m/s, also mehr als die etwa 400 m/s betragende Schallgeschwindigkeit[1]. (Letzterer Umstand dürfte allerdings wegen der sehr hohen Reaktion, die nach S. 245f. an den Schaufelspitzen nötig ist, wenig bedenklich sein). Die hohe Umfangsgeschwindigkeit setzt ferner hochlegierten Stahl und sorgfältigste Formgebung des Radkörpers und der Schaufel und nicht zuletzt des Abdampfgehäuses voraus, damit ein Teil der Auslaßenergie zurückgewonnen wird. Der Winkel β_1 erreicht dann im Mittelschnitt Werte von etwa 40° und mehr.

Tatsächlich werden 1500 m³/s als größtmöglicher Volumenstrom angesehen, der nur bei größtem Turbinengefälle wird überschritten werden können. Die zugehörige Grenzleistung würde in kW betragen

$$N_{\mathrm{kW}} = \frac{G\,H\,427}{102}\,\eta_{\mathrm{turb}} \cdot \eta_{\mathrm{dyn}}$$

oder, wenn $G = V_S/v_S$, $\eta_{\mathrm{turb}} = 0{,}8$, $\eta_{\mathrm{dyn}} = 0{,}95$ gesetzt wird, $N_{\mathrm{kW}} = 3{,}18\,\frac{V_S}{v_S}\,H$.

Im Bereich tiefer Drücke gilt aber angenähert die Beziehung

$$p\,v = 1{,}45 \text{ oder } v = 1{,}45/p \quad (p \text{ in kg/cm}^2).$$

Also ist, weil für p der Austrittsdruck p_S der Turbine gesetzt werden muß;

$$N_{\mathrm{kW}} = \frac{3{,}18}{1{,}45}\,p_S\,V_S\,H = 2{,}2\,p_S\,V_S\,H. \tag{55, 2}$$

Hiernach ist die Grenzleistung um so höher, je höher der Austrittsdruck p_S der Turbine, der Austrittsvolumenstrom V_S (der seinerseits wieder von den in (55, 1) angegebenen Werten abhängt) und je höher das Turbinengefälle H ist. Setzt man in (55, 2) für V_s den oben angegebenen Grenzwert von 1500 m³/s und für H den bei Hochdruckdampf und Kondensation gültigen Mittelwert 300 kcal/kg, so ergibt sich als obere Grenzleistung einer Kondensationsturbine bei 3000 U/min

$$N_{\mathrm{kW}} = 985\,000\,p_S.$$

Beispielsweise ergibt sich

für Frischwasserkühlung, also etwa 96 % Luftleere im Kondensator entsprechend $p_S \approx 0{,}04$ kg/cm²,

$$N_{\mathrm{kW}} = 39400 \text{ kW},$$

für Rückkühlung (Kühlwassertemperatur 27°C), also etwa 93,5 % Luftleere entsprechend $p_S \approx 0{,}065$ kg/cm²,

$$N_{\mathrm{kW}} = 64000 \text{ kW}.$$

Bei dieser letzten Vergleichsrechnung konnte unberücksichtigt bleiben, daß das Gefälle H (im Fall gleichen Anfangszustandes) beim hohen Vakuum um etwa 4 % höher ist als beim niederen, weil für H nur ein mäßiger Betrag eingesetzt war.

---

[1] Nach H. Mayer: BWK Bd. 2 (1950) S. 93 ist als größte zulässige Geschwindigkeit an der *Schaufelspitze* der Wert 450 m/s anzusprechen. Aus diesem Aufsatz ist auch Abb. 180a entnommen. Nach BWK Bd. 3 (1951) S. 100 sind in den USA Spitzengeschwindigkeiten von 427 m/s angewandt worden. (Mitt. aus dem amerikanischen Weltkraft-Konferenzbericht, Sektion E 3 von E. E. Parker). Dieser Wert ist aber bei den dortigen Einwellenturbinen inzwischen auf 470 m/s erhöht [*II, 25* S. 102].

Die Vergrößerung der Grenzleistung mit schlechter werdender Luftleere erklärt sich zwanglos aus der Zunahme der Dichte des Abdampfes, also des Gewichtsstromes.

Wenn man nun beachtet, daß der Dampfstrom des Niederdruckteils der Turbine bis zu 4mal unterteilt werden kann (Abb. 180a, Viererturbine) und dadurch sich die oben errechneten Leistungswerte entsprechend vervielfachen, so ersieht man, daß keine Veranlassung besteht, unter die Drehzahl 3000 herunter-, also auf 1500 (2 Polpaare des Generators bei 50 Hertz) überzugehen, sofern die größtmögliche Leistung des Generators von etwa 150000 kW bei 3000 U/min keine Grenze bildet. Anders liegen die Dinge in den Ländern, die Drehstrom von 60 Hertz benutzen (USA), weil die Erhöhung der Drehzahl auf 3600 nach (55, 1) eine Verkleinerung der Grenzleistung auf fast zwei Drittel mit sich bringt. Man muß dort mit schlechtem Vakuum (hoher Kühlwasseraustrittstemperatur) fahren, wenn man Grenzleistungen von annähernd 40000 kW erreicht, was tatsächlich zu geschehen scheint [*II*, *25* S. 75 u. 101].

Es gibt aber auch eine *untere Grenzleistung* für $n = 3000$, weil das Schaufelverhältnis b/D_m unter ein Mindestmaß nicht heruntergehen darf, wenn der Wirkungsgrad nicht unzulässig verschlechtert werden soll, d. h. man muß auch bei kleiner Leistung versuchen, die Turbine nach der Grenzleistungsbauart auszubilden. Dies bedeutet, daß mit kleiner werdender Leistung auch der Raddurchmesser abnehmen muß, was auch schon aus dem Grunde nötig ist, weil man das Baugewicht der kleinen Leistung anpassen muß. Sofern nämlich das Gefälle H unabhängig von der Leistung bestehen bleibt, bleibt bei gleicher Gütezahl auch der Wert $\sum u^2$ und damit auch die Stufenzahl im wesentlichen unverändert, so daß also eine Verbilligung nur durch Erhöhung der Drehzahl möglich ist.

Geht man davon aus, daß die Schaufellänge der letzten Stufe unter $D_m/7$ nicht herunter-, also k nicht über 7 heraufgehen sollte, ebenso u nicht unter den Wert sinken sollte, der eine genügende Ausnützung der Festigkeit des jetzt unlegierten Werkstoffs gewährleistet, und $c_{0m}/u \approx \operatorname{tg} \beta_J$ ebenfalls nicht kleiner genommen werden kann, als dem kleinstzulässigen Winkel β_0 entspricht, also nicht viel kleiner als etwa 0,5, so erhält man aus (55, 1) für $n = 3000$ einen zulässigen Kleinstwert von $V_S \approx 180\ \mathrm{m^3/s}$, der nach (55, 2) eine untere Grenzleistung von etwa 4 bis 5000 kW liefert, bei deren Unterschreitung die Drehzahl über 3000 hinaus gesteigert werden muß. Obwohl dadurch ein Zahnradvorgelege zwischen Turbine und Generator für Übersetzung ins Langsame notwendig wird, so ist doch die Herstellung billiger und der Wirkungsgrad besser. Bei der Wahl der Untersetzung läßt sich dann auch berücksichtigen, daß der Generator sich für 1000 oder 1500 U/min. billiger und mit besserem Wirkungsgrad herstellen läßt als für 3000 U/min.

Ein Blick auf (55, 2) läßt erkennen, daß diese untere Grenzleistung bei Gegendruckturbinen erheblich höher als bei Kondensationsturbinen liegt, denn das Produkt $p_S H$ nimmt bei hohem Gegendruck p_S eben-

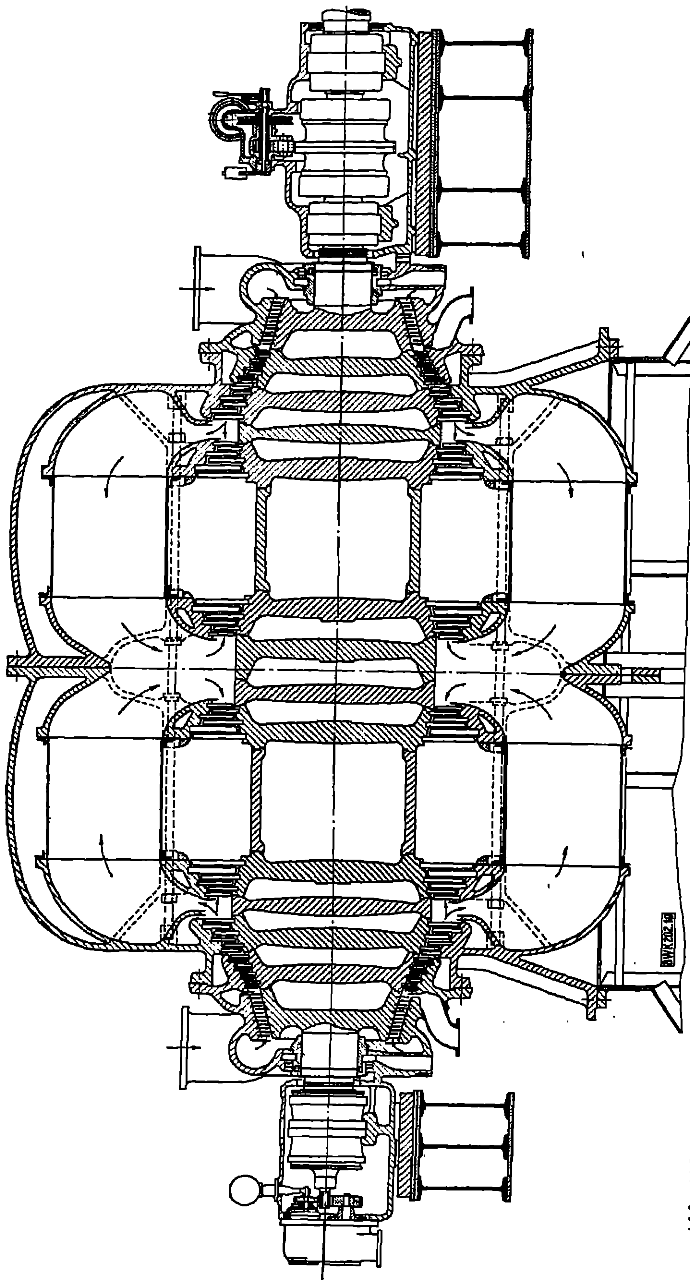


Abb. 180a. ND-Teil einer Zweiwellenturbine mit vierflutiger Ausführung der 3 letzten Stufen (Richardson-Westgarth — BBC), 60000 kW, 3000 U/min.

falls große Beträge an, obwohl das Gefälle H sich verringert. Man ist hier also häufig sogar bei großer Leistung vor die Frage gestellt, die Drehzahl über 3000 hinaus zu steigern, wenn man nicht darauf verzichten will, die Maschine mit gutem Wirkungsgrad und mit dem kleinstmöglichen Kostenaufwand auszubilden. Die gleichen Verhältnisse liegen beim Hochdruckteil von Mehrgehäuse-Kondensations-Turbinen vor, dessen Räder mit zu kleiner Umfangsgeschwindigkeit laufen, wenn sie die gleiche Drehzahl wie der Niederdruckläufer erhalten.

56. Wahl des Reaktionsgrades.

Im Fall voller Beaufschlagung hat man sich bei der Wahl von $\mathfrak{r}$ folgende Gesichtspunkte zu vergegenwärtigen:

Gleichdruck fordert zwar die im Wirkungsgrad benachteiligte Hakenschaufel, kennt aber keinen Spaltverlust, keinen Achsschub und hat eine kleine Laufzahl, d. h. verarbeitet ein gegebenes Gefälle beim kleinstmöglichen u bzw. $\sum u^2$. Wegen des Wegfalls des Spaltverlustes sind kleinere Schaufellängen, also größere Raddurchmesser möglich als bei Überdruck. Die Abdichtung an den Spalten des Laufrades bildet ferner keine so entscheidende Frage wie bei Überdruck, bei dem die Kleinheit der Spalte bis an die Grenze der Betriebssicherheit getrieben werden muß und deshalb auch teuere Sonderkonstruktionen angewandt werden[1].

Alle Systeme haben in der ersten Stufe Gleichdruck, um partiell beaufschlagen zu können und rasch auf kleine Drücke zu kommen. In den folgenden Stufen wird je nach der Bauart entweder die Trommelstufe mit 50 % Reaktion oder die Kammerstufe mit Gleichdruck (bzw. einer geringen Reaktion bis 15 %) verwendet. Aber dieser „Gleichdruck" kann bei hoher Leistung nicht bis zu den letzten Stufen beibehalten werden, weil die Schallgeschwindigkeit weit überschritten werden müßte (abgesehen davon, daß bei langen Schaufeln negative Reaktion am Schaufelfuß entstehen würde).

Daß diese Überschreitung hinsichtlich der *relativen* Eintrittsgeschwindigkeit ins Laufrad zusätzliche Verluste mit sich bringen würde, liegt wegen der am Staupunkt des Eintritts auftretenden Zone des Verdichtungsstoßes und wegen der durch die Kanalkrümmung bedingten Übergeschwindigkeiten auf der Hand. Aber auch die Absolutgeschwindigkeit $c_3 \approx c_2$ läßt man in Zwischenstufen nicht gern über die Überschallgrenze wachsen, weil sich am Schrägabschnitt des Leitkanalaustritts eine Strahlablenkung [*II, 1 und II, 4*] einstellen würde (da ja die Leitkanäle in Zwischenstufen nicht gut mit erweitertem Auslauf nach Art der Lavaldüse hergestellt werden können) und zusätzliche Verluste die Folge sind. Während bei der Regelstufe die Überschreitung der Schallgeschwindigkeit im Fall der Anwendung eines CURTIS-Rades nicht zu vermeiden ist, geht man bei Zwischenstufen mit dem Leitrad-

[1] Wegen der starken Ablenkung, also dem erhöhten Schaufeldruck sind bei Gleichdruck aber stets Deckbänder nötig, im Gegensatz zu Überdruck.

gefälle in der Regel nicht über den kritischen Wert, bleibt also mit c_2 unter der Überschallgrenze.

Hält man einen bestimmten Wert von c_2, beispielsweise die kritische Geschwindigkeit fest, so gewährt der Überdruck vor dem Gleichdruck den Vorteil, daß das Stufengefälle um das Gefälle des Laufrades vergrößert wird und beispielsweise bei $\mathfrak{r} = 0{,}5$ auf den doppelten kritischen Wert anwachsen kann, ehe Schallgeschwindigkeit im Spalt erreicht wird. Bei gleicher Geschwindigkeit c_2 im Spalt ist die Umfangsgeschwindigkeit bei $\mathfrak{r} = 0$ halb so groß[1] wie bei $\mathfrak{r} = 0{,}5$. Man muß sich also bei Gleichdruck mit kleinerem Raddurchmesser, also auch kleinerem Auslaßquerschnitt begnügen als bei Überdruck, wodurch die wichtige Forderung der Hochhaltung der Grenzleistung zuungunsten des Gleichdrucks entscheidet.

Da man nach S. 335 ff. im ND-Teil die Schluckfähigkeit, also auch den Raddurchmesser hochtreiben muß, so bleibt nichts anderes übrig, als steigende Reaktion hinzuzunehmen. Dieser Übergang auf Reaktion ist auch aus dem Grunde gerechtfertigt, weil infolge der langen Schaufeln der Spaltverlust stark in den Hintergrund tritt und deshalb die günstigere Kanalform der Überdruckschaufel einen Vorteil im Wirkungsgrad verspricht.

Die Bedingung der Vermeidung der Schallgeschwindigkeit führt offenbar bei jeder Umfangsgeschwindigkeit zu einem kleinstzulässigen Reaktionsgrad $\mathfrak{r}_{min}$.

Bestimmung des kleinstzulässigen Reaktionsgrades. Die Ergebnisse des Abschn. 15 können hier nicht benutzt werden, weil Schallgeschwindigkeit nicht zuerst an der Saugkante der Laufschaufel, sondern an ihrer Druckkante zu erwarten ist. Dies hängt damit zusammen, daß bei Dampf- und Gasturbinen der Reaktionsgrad in der Regel höchstens gleich 0,5 genommen wird (während er beim mehrstufigen Verdichter meist größer als 0,5 ist). Ist $\mathfrak{r} < 0{,}5$, so wird beim Axialrad, wie leicht einzusehen ist, $w_1 < c_2$. Deshalb ist die Geschwindigkeit c_2 im Spalt maßgebend und eine besondere Ableitung notwendig.

Nach Gl. (45, 2) ist

$$c_2^2 = \varphi^2 \left[(1-\mathfrak{r})\, C^2 + (\varphi_v\, c_v)^2\right]. \tag{56, 1}$$

Setzt man $C = \dfrac{u}{u/C}$ oder auch, wenn Gl. (8, 15) benutzt wird,

$$C = \frac{u}{k'}\sqrt{1-\mathfrak{r}}\,, \tag{56, 2}$$

ferner

$$c_2 = c_{krit} = \sqrt{g\,\varkappa\, P_2\, v_2}\,, \tag{56, 3}$$

so erhält man folgende Bestimmungsgleichung für $\mathfrak{r} = \mathfrak{r}_{min}$:

$$\left(\frac{c_{krit}}{\varphi}\right)^2 = (1-\mathfrak{r})^2 \frac{u^2}{k'^2} + (\varphi_v\, c_v)^2.$$

---

[1] Aus $u_2 = \dfrac{g\,H_{th}}{c_2 \cos\alpha_2}$ folgt $\dfrac{u_2}{c_2} = \dfrac{g\,H_{th}}{c_2^2 \cos\alpha_2} = \dfrac{g\,H\,\eta_h}{\varphi^2\, 2g\,(1-\mathfrak{r})\, H \cos\alpha_2}$

also $\dfrac{u_2}{c_2} = \dfrac{\eta_h}{2\varphi^2 \cos\alpha_2}\,\dfrac{1}{1-\mathfrak{r}}$.

Daraus folgt

$$\mathfrak{r}_{\min} = 1 - \frac{k'}{u}\sqrt{\left(\frac{c_{krit}}{\varphi}\right)^2 - (\varphi_v\, c_v)^2}. \qquad (56, 4)$$

Hinsichtlich der Werte φ und φ_v vgl. Seite 298, k' Seite 44 od. 345.

Das c_1 jeder Stufe ist bei der nächstfolgenden als c_v einzusetzen. Bei der ersten vollbeaufschlagten Stufe ist $c_v = 0$.

Bei der Ausrechnung von $\mathfrak{r}_{\min}$, das nur als Unterlage für die endgültige Wahl von $\mathfrak{r}$ dienen soll, können folgende vereinfachende Annahmen gemacht werden: Lineare Interpolation von $c_1 = c_v$ zwischen den Werten der ersten und letzten Stufe, da der Einfluß des zweiten Gliedes unter der Wurzel von (56, 4) sehr klein ist, Entnahme des Produktes $P_2\, v_2$ der Gl. (56, 3) aus einem für jede Stufe vorläufig angenommenen Zustandspunkt, da sich dieses Produkt längs der Zustandskurve nur wenig ändert.

Die günstigsten Verhältnisse mit Bezug auf Vermeidung des Überschalls liefert die Reaktion 50 %, weil hier $c_2 = w_1$ und also die Gefahr hinter dem Leit- und Laufrad gleich groß ist. Bei $\mathfrak{r} > 0{,}5$ ist $w_1 > c_2$ und also Überschall zuerst am Laufradaustritt vorhanden.

In der vorstehenden Rechnung ist der Mittelwert der Geschwindigkeit über die Kanalweite berücksichtigt. Infolge der mit Richtungsänderungen verbundenen Übergeschwindigkeiten ist auch bei Einhaltung der obigen Bedingungen mit örtlichem Überschreiten der Schallgeschwindigkeit zu rechnen.

Bei langen Schaufeln ist die obige Betrachtung nicht ausreichend. Hier ist das der Drehachse am nächsten liegende Schaufelprofil maßgebend, weil dort nach Abb. 137 die Spaltgeschwindigkeit c_2 am größten ist. Wir können diese Aufgabe so lösen, daß wir nach dem für das mittlere Profil zulässigen $\mathfrak{r}_{\min}$ fragen, bei dem am Schaufelfuß gerade Schallgeschwindigkeit auftritt, wollen aber auf die Weiterbehandlung an dieser Stelle verzichten, weil wir dann gleichzeitig untersuchen müßten, ob an der Spitze der Saugkante, also bei w_{1a} nicht Überschallgefahr besteht (wie das stets beim Verdichter der Fall ist). Im allgemeinen dürfte die Nachprüfung mittels Gl. (56, 4) ausreichend sein, weil man bei Dampf- und Gasturbinen hinsichtlich der Überschreitung der Schallgeschwindigkeit nicht so ängstlich zu sein braucht wie bei Verdichtern.

57. Gang der Berechnung einer Druckstufenturbine.

Gegeben sind Anfangsdruck p_D, Anfangstemperatur t_D, beide bezogen auf das Hauptabsperrventil, Austrittsdruck p_S, Nutzleistung N und Drehzahl.

Nach Berücksichtigung des Druckabfalls ($\approx 0{,}1\, p_D$) in den Regulierorganen, Entnahme der adiabatischen Fallhöhe $AS' = H = i_D - i_S'$ (Abb. 181), errechnet man den Dampfverbrauch G wie in Abschnitt 27 in kg/s.

Nach S. 332 ff. muß jede Druckstufenturbine mit der größtmöglichen Schaufellänge der letzten Stufe, d. h. als Grenzleistungsturbine

ausgebildet werden, damit die vorhergehenden Stufen noch ausreichende Schaufellängen erhalten. Deshalb beginnt die Rechnung mit der letzten Stufe. Dann folgen die Regulierstufe und die zweite Stufe.

a) Letzte Stufe. Für die von den Schaufeln bestrichene Fläche ist maßgebend die zugelassene Meridiankomponente, d. h. weil wir — wie bei der FRANCIS-Turbine — zunächst vom Auslaß ausgehen, der Auslaßverlust. Diesen können wir aber nicht ohne weiteres wie dort in Form einer Auslaßziffer ε^2 vorschreiben[1], weil das Stufengefälle unbekannt ist und die Bezugnahme auf das ganze Turbinengefälle H, das bei Kondensations- und Gegendruckturbinen sehr verschieden ist, keine sichere Unterlage liefern würde. Wir bedenken, daß früher (s. S. 92ff.) die auf 1 Stufe bezogene Größe ε^2 durch Annahme bestimmter Werte des Winkels β_1 abgeleitet wurde. Dieser kann bei senkrechtem Austritt, den wir hier in der letzten Stufe anstreben, bestimmte Werte nicht überschreiten, ohne daß ungünstige Schaufelformen entstehen. Da nun $\operatorname{tg}\beta_1 \approx \frac{c_{1m}}{u}$, so ist es naheliegend, von diesem Geschwindigkeitsverhältnis c_{1m}/u oder besser c_{0m}/u auszugehen, das wir hier auf Schaufelmitte beziehen wollen und das *bei genügend kurzen Schaufeln* ($k \equiv D_m/b_1 = 7$ bis 6), die meist zylindrisch sind, etwa mit dem Bestwert 0,5 bis 0,6 gewählt werden kann, *bei langen, also nach S. 245 ff. verwundenen Schaufeln* ($k = 3$ bis 5) bis auf 0,8 bis 0,9 (bis 1) gesteigert werden muß.

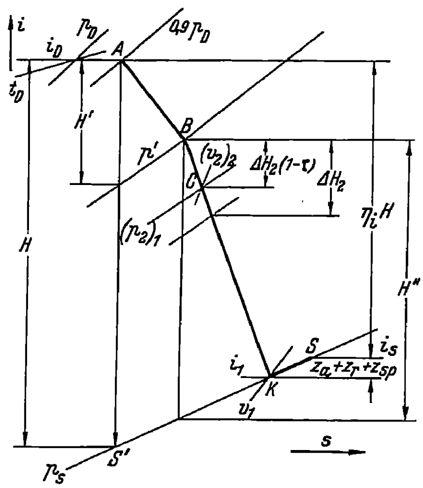


Abb. 181. Vorläufige Zustandskurve einer mehrstufigen Turbine.

Benutzen wir nun die Kontinuitätsbedingung für den Schaufelaustritt

$$G\,v_1 = \pi\, D_m\, b_1\, c_{0m}$$

$$\text{und setzen } b_1 = D_m/k,\; c_{0m} = \frac{c_{0m}}{u}\frac{\pi D_m n}{60},$$

so erhält man eine Beziehung, aus der sofort folgt

$$D_m = \sqrt[3]{\frac{60\,k\,G\,v_1}{\pi^2\left(\frac{c_{0m}}{u}\right)n}}. \tag{57, 1}$$

Darin bewegt sich k in den oben und S. 332 angegebenen Grenzen, Ferner ist v_1 aus der i,S-Tafel zum Punkt K (Abb. 181) zu entnehmen.

[1] Wie das in [*II, 2*] und [*II, 4*] geschehen ist.

nachdem der Zustand S des austretenden Dampfes durch Abtragen der inneren Fallhöhe $\eta_i H$ vom Anfangspunkt A aus ermittelt ist. Dabei ist η_i nach der Erfahrung zu schätzen zu 0,75 bis 0,9 bei Kondensationsturbinen, 0,65 bis 0,8 bei Gegendruckturbinen, wachsend mit der Leistung, ferner abnehmendem Gegendruck und zunehmendem Gütegrad q. Der für v_1 maßgebliche Zustandspunkt K liegt auf der gleichen Isobaren wie S aber um $Z_a + Z_r + Z_{sp}$, d. h. Auslaßverlust + Radreibung + Spaltverlust, tiefer. Darin kann $Z_a = \varepsilon^2 H$ vorläufig geschätzt werden mit $\varepsilon^2 = 0{,}01$ bis 0,04 bei Kondensationsturbinen (wachsend mit abnehmendem k), $\varepsilon^2 =$ etwa 0,005 bei Gegendruckturbinen.

Z_r und Z_{sp} können bei Kondensationsturbinen vernachlässigt und bei Gegendruckturbinen vorläufig geschätzt werden.

Nach Auswertung von (57, 1) kann $\varepsilon^2 = c_0^2/8380\,H$ sofort nachgeprüft werden, weil $u = \frac{D_m}{2}\,\omega,\ c_0 \approx c_{0m} = (c_{0m}/u)\,u$.

Ebenso ist Z_r sofort aus (3, 13) und (3, 3) erhältlich.

Sind D_m und damit auch $b_1 = D_m/k$ sowie u errechnet, so ist nur zu prüfen, ob u den mit Rücksicht auf Radform und Radwerkstoff zulässigen Wert nicht überschreitet, aber auch nicht zu sehr unterschreitet. Änderung von u ist durch Anpassung von c_{0m}/u, k oder schließlich auch durch Unterteilung von G (Mehrenderturbine) möglich. Eine Änderung von n kommt in der Regel nur bei kleinen Leistungen, wo ein Zahnradgetriebe zwischen Turbine und Dynamo vorgesehen wird (S. 337) oder bei Antrieb von Verdichtern in Frage.

Weitere Rechnungen sind an dieser Stufe zunächst nicht notwendig. Zu beachten ist, daß das vorgesehene c_{0m}/u sich nur auf Schaufelmitte bezieht. Die Reaktion ist möglichst so hoch zu wählen, daß am Schaufelfuß der Reaktionsgrad nicht negativ wird.

b) Regulierstufe und folgende (zweite) Stufe. Das Gefälle H' der Regulierstufe muß so groß sein, daß die folgende Stufe voll beaufschlagt werden kann. Es ist also abhängig von dem der folgenden Stufe zugedachten Durchmesser, weil mit diesem der Volumenstrom dieser Stufe wächst. Wegen des geringen Wirkungsgrades partiell beaufschlagter Stufen, insbesondere solcher mit Geschwindigkeitsabstufung, ist man bestrebt, H' klein zu halten. Man kann also entweder das Gefälle H' vorschreiben und danach den Durchmesser der folgenden Stufe berechnen. In diesem Fall bekommt man bei Anwendung eines Curtis-Rades brauchbare Verhältnisse mit

$H' = 1/4$ bis $1/3\,H$ bei Eingehäuseturbinen,
$H' = 1/6$ bis $1/5\,H$ bei Mehrgehäuseturbinen.

Oder man schreibt den Durchmesser D_m der folgenden zweiten Stufe vor und richtet hiernach das Reguliergefälle H'. Um unnötig große Reguliergefälle zu vermeiden, macht man den Durchmesser der 2. Stufe möglichst klein. Hier ist aber eine untere Grenze gesetzt durch die Rücksicht auf die Stufenzahl, insbesondere bei Eingehäusigkeit.

Die Kontinuitätsgleichung am Laufradeintritt der 2. Stufe lautet

$$G\,(v_2)_2 = \pi\, D_m\, b_2\, c_2 \sin\alpha_2 \frac{t-\sigma_2}{t},$$

worin zu setzen ist

$$c_2 = \varphi\, C \sqrt{1-\mathfrak{r}} = \varphi \frac{C}{u} \sqrt{1-\mathfrak{r}}\,\frac{\pi\, D_m\, n}{60}, \qquad (57,\,2)$$

da wegen des Übergangs von der partiellen auf volle Beaufschlagung die Austrittsgeschwindigkeit der 1. Stufe nicht verwertet werden kann. Somit ist

$$G\,(v_2)_2 = \pi^2 \frac{n}{60}\, \varphi\, \frac{t-\sigma_2}{t}\, D_m^2\, b_2 \left(\frac{C}{u}\right) \sqrt{1-\mathfrak{r}} \sin\alpha_2 . \qquad (57,\,3)$$

Damit ist der Zusammenhang zwischen D_m einerseits und dem notwendigen $(v_2)_2$ (also dem Gefälle H') andererseits gegeben. Die Schaufellänge b_2 am Düsenaustritt der 2. Stufe muß klein sein, darf aber folgende Werte nicht unterschreiten

bei Kammerstufen: $b \geq 10$ bis 15 mm für gebaute (also nicht eingegossene) Leitschaufeln,
$b \geq 15$ bis 20 mm für eingegossene Leitschaufeln,
bzw. $b \geq D_m/100$,
bei Trommelstufen: $b \geq D_m/20$ bis $D_m/10$.

Im Fall der Kammerstufen ist $\mathfrak{r} \approx 0{,}1$ (s. S. 303), im Fall der Trommelstufen $\mathfrak{r} = 0{,}5$; u/C folgt aus (8, 15) oder (8, 16). Meist ist in diesem Druckbereich u noch so klein, daß auf die Schallgrenze nach S. 340 ff. noch nicht geachtet zu werden braucht; $t/(t-\sigma_2) \approx 1{,}08$; $\varphi \approx 0{,}95$, $\alpha_2 \approx 17°$ bei Kammerstufen, $\approx 24°$ bei Trommelstufen (s. S. 298, 301).

Im Fall aus (57, 3) $(v_2)_2$ errechnet ist, wird eine vorläufige Zustandskurve als nach oben ausgebogene Verbindungslinie zwischen A und K angenommen und der zugehörige Zustandspunkt C festgelegt. Weil nun das Stufengefälle der 2. Stufe $\Delta H_2 = C^2/8380$, wo $C = \frac{u}{u/C}$, so braucht man nur das Leitradgefälle $\Delta H_2\,(1-\mathfrak{r})$ von C nach oben abzutragen, um den Endzustand B zwischen 1. und 2. Stufe und damit das Reguliergefälle H' zu erhalten.

Die Berechnung der Regulierstufe erfolgt im Fall eines einkränzigen Rades nach den Angaben in Abschn. 27 (wobei jedoch eine geringe Überdruckwirkung nach S. 303 hereinzunehmen ist) und im Fall des CURTIS-Rades nach S. 326 f.

c) **Die mittleren Stufen.** Die Raddurchmesser ändern sich zwischen den festgelegten Anfangs- und Endstufen entweder stetig (Abb. 165, 168) oder gruppenweise unstetig (Abb. 165a, 179, 180, 182). Im ersteren Fall, der nur bei der Eingehäuseturbine in Frage kommt, bilden die voll beaufschlagten Stufen eine zusammenhängende Stufengruppe, im zweiten Fall sind sie in Stufengruppen annähernd gleichen Durchmessers aufgeteilt, die unter sprungweiser Vergrößerung des Durchmessers aufeinanderfolgen.

Maßgebend für die Ausbildung ist in der Regel die der Turbine zugedachte Gütezahl $q = \frac{\sum u^2}{H}$, welche sich aus einer mittleren Laufzahl gemäß (54, 2) ableitet und lediglich eine andere Ausdrucksform für diese ist.

α) *Stetige Durchmesseränderung.* Der auf die voll beaufschlagten Stufen entfallende Wert von $\sum u^2$ beträgt

$$(\sum u^2)'' = q\,H - (\sum u^2)'. \qquad (57, 4)$$

Der Wert $(\sum u^2)'$ bezieht sich darin auf die Regulierstufe und wird bei i' Geschwindigkeitsstufen gleich $i'\,u^2$ genommen (statt $i'^2\,u^2$), um den schlechteren Wirkungsgrad zum Ausdruck zu bringen.

Ist kein Gütegrad q für die ganze Turbine vorgeschrieben, so bestimmt man $(\sum u^2)''$ gemäß (54, 2) unter Benutzung einer mittleren Laufzahl $u_{\mathrm{I}}/C_{\mathrm{I}}$ aus

$$(\sum u^2)'' = 8380\left(\frac{u_{\mathrm{I}}}{C_{\mathrm{I}}}\right)^2 \mu''\,H''. \qquad (57, 5)$$

Darin ist

μ'' der Beiwert der rückgewinnbaren Reibungswärme für den Bereich der voll beaufschlagten Stufen, der nach den S. 329 gegebenen Richtlinien zu schätzen ist und bei Kondensationsturbinen zwischen 1,04 bis 1,06 sich bewegt.

H'' das auf die voll beaufschlagten Stufen entfallende adiabatische Gefälle, das aus der i,S-Tafel zu entnehmen ist und

$\frac{u_{\mathrm{I}}}{C_{\mathrm{I}}} = k'\,(1 + 0{,}8\,\mathfrak{r})$ mit $k' = 0{,}38$ bis $0{,}47$, wobei der mittlere und kleinere Wert bei mittleren und kleinen Leistungen den besseren Gesamtwirkungsgrad liefert. Der Reaktionsgrad $\mathfrak{r}$ ist nur bei Trommelstufen konstant gleich 0,5. Bei Kammerstufen muß er gemäß S. 340 f. mit zunehmendem Durchmesser wachsen, sofern mit dem üblichen kleinen Wert begonnen wird und Überschallgeschwindigkeit zu vermeiden ist. In diesem Fall rechnet man mit einem Mittelwert von $\mathfrak{r}$, der auf Grund der in der ersten und letzten Stufe vorliegenden Verhältnisse genügend genau geschätzt werden kann.

Der verwendete Beiwert k' wird nachher bei der Einzelrechnung der Stufen gebraucht, damit die Laufzahlen mit der verwendeten Gütezahl im Einklang stehen. Aus diesem Grunde muß er im Falle der Benutzung von Gl. (57, 4) nachträglich aus (57, 5), wo $u_{\mathrm{I}}/C_{\mathrm{I}} = k'\,(1 + 0{,}8\,\mathfrak{r})$ ist, ermittelt werden.

Bei Festlegung der Stufenzahl i'' aus $(\sum u^2)''$ ist Folgendes zu bedenken: Im Fall gleicher Stufendurchmesser D_m, also gleicher u, wäre die Zahl der voll beaufschlagten Stufen

$$i'' = (\sum u^2)''/u^2.$$

Da aber D_m zwischen den bereits bestimmten Grenzwerten sich verändert, so kann man zunächst nur ausrechnen

$$(\sum D^2)'' = \frac{(\sum u^2)''}{(\pi n/60)^2}$$

und auf dem Weg des Probierens soviel Scheiben zwischen der 1. und der letzten verteilen, daß dieser Wert gerade erreicht wird.

Rein rechnerisch kann man auch so vorgehen, daß man die Durchmesser nach einer arithmetischen Reihe anwachsen läßt, so daß die Umfangsgeschwindigkeit des n-ten, voll beaufschlagten Rades

$$u_n = u_1 + \frac{n-1}{i''-1}(u_i - u_1).$$

u_1 bzw. u_i sind hierin die bekannten Umfangsgeschwindigkeiten des ersten bzw. letzten voll beaufschlagten Rades. Daraus folgt

$$(\Sigma\, u^2)'' \equiv \sum_{n=1}^{n=i''} u_n^2 = \frac{i''\,(2\,i''-1)}{6\,(i''-1)}(u_i - u_1)^2 + i''\, u_i\, u_1. \qquad (57,6)$$

Aus dieser quadratischen Gleichung könnte i'' bestimmt werden. Das auszuführende i'' ist meist größer, weil der Raddurchmesser in der Regel nicht linear wächst (Abb. 165) und auch der Stufenschritt im Gebiet des niederen Drucks größer ist als im Gebiet des hohen Drucks.

Nunmehr setzt die Einzelrechnung der Stufen ein, die nach Abschn. 45 zu erfolgen hat unter Beachtung, daß in jeder Stufe noch zusätzliche Schaufelverluste Z_{b+x} nach (47, 4), ferner (bei Kammerstufen) die Radreibung $Z_r = 75\, N_r/G$ mit N_r aus (3, 13) und schließlich der Spaltverlust nach (35, 2) zu den Enthalpien i zuzuschlagen sind. Die jeweiligen Reaktionsgrade $\mathfrak{r}$ nimmt man bei Kammerstufen etwa gleich 0,1 und soweit Schallgeschwindigkeitsnähe vorliegt etwa gleich $\mathfrak{r}_{\min}$ nach (56, 4). Der oben verwendete Wert k' ist im Mittel beizubehalten, bzw. nur insoweit zu ändern, daß das verfügbare Druckgefälle gerade ausgeschöpft wird[1].

β) Unterteilung in Stufengruppen (Abb. 182, 165a, 179, 180). Infolge des Durchmessersprungs zwischen den einzelnen Gruppen wachsen jetzt die Durchmesser innerhalb einer Gruppe wenig oder bleiben unverändert. Dadurch kommt man rascher auf große Schaufellänge. *Jede Stufengruppe ist so zu bemessen, daß sie gewissermaßen für sich eine Grenzleistungsturbine darstellt.*

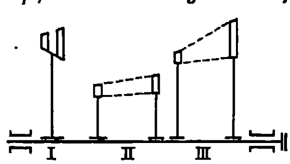


Abb. 182. Schema des Läufers einer Eingehäuseturbine mit sprungweise sich änderndem Durchmesser.

Bei der Berechnung nimmt man zunächst eine passende Aufteilung des Gesamtgefälles H auf die Gruppen an, beispielsweise bei 3 Gruppen, wobei die erste die Regulierstufe ist:

$$H' : H'' : H''' = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} \text{ oder } = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : 0{,}3$$

oder bei 4 Gruppen:

$$H' : H'' : H''' : H^{\mathrm{IV}} = \frac{1}{6} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6} \text{ oder } \frac{1}{5} : \frac{1}{4} : 0{,}3 : \frac{1}{4}\,.$$

[1] Berechnungsbeispiele finden sich in [*II*, *4*], dabei sind die anderen Fußzeichen zu beachten.

Stets wird der Mittelgruppe das größere Gefälle zugeteilt, weil dort bei Grenzleistungsturbinen die günstigsten Verhältnisse vorliegen.

Wird dann die vorläufige Zustandskurve im i,S-Diagramm entsprechend unterteilt (Abb. 183), so sind die Dampfzustände an den Übergangsstellen bekannt, und es können die dort vorhandenen Dampfvolumina v_a entnommen werden. Der Raddurchmesser der Endstufe jeder Gruppe folgt gemäß Gl. (57, 1) aus

$$D_m = \sqrt[3]{\frac{60\, k\, G\, v_a}{\pi^2\, (c_{0m}/u)\, n}}\,.$$

Dabei nimmt man $k = D_m/b \approx 6$ bis 7 und $c_{0m}/u \approx 0{,}5$, also noch nicht die Extremwerte, die in der letzten Stufe nötig sind. Auch die k'-Werte in $u/C = k'\,(1 + 0{,}8\,\mathfrak{r})$ nimmt man in den mittleren Gruppen etwas höher als in der letzten. Anschließend wird jede Gruppe wie unter α) durchgerechnet.

Verwendet man gleiche Schaufelprofile in den einzelnen Stufen einer Gruppe (was gleichbleibendes $\mathfrak{r}$ voraussetzt), so ist das Leit- bzw. Laufradgefälle proportional dem Quadrat des Durchmessers.

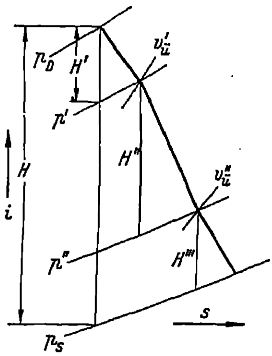


Abb. 183. Aufteilung des Gesamtgefälles auf die Gruppen.

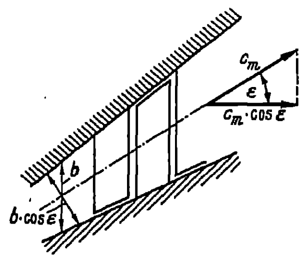


Abb. 184. Schräger Verlauf der Flußlinien.

Handelt es sich um die auf die Regulierstufe folgende Stufengruppe, so muß jedoch beachtet werden, daß die erste Stufe dieser Gruppe keine Vorgeschwindigkeit c_v ausnützen kann im Gegensatz zu den folgenden Stufen. Damit die Geschwindigkeitspläne und also auch die Schaufelwinkel gleich sein können, muß ihr ein entsprechend größeres Gefälle zugewiesen werden. Der Zuschlag beträgt $(\varphi_v\, c_1)^2/8380$.

Sind neben den Profilen die Durchmesser gleich, so bleiben auch die Stufengefälle (bis auf die erwähnte Ausnahme) unverändert, ebenso die Geschwindigkeiten, und es sind die Schaufellängen $b \sim v$.

Anmerkung: Wenn der Neigungswinkel ε der Flußlinien im Meridianschnitt merklich ist, muß bei Bestimmung der Schaufellängen und der Schaufelwinkel die axiale Komponente $c_m \cos\varepsilon$ statt c_m verwendet werden (Abb. 184), weil die Schaufellänge b senkrecht zur Achse und nicht senkrecht zu c_m, die Winkel in Zylinderschnitten und nicht

in Flußflächen gemessen werden (vgl. auch die Bemerkung zu Abb. 143a S. 266). Mit den gewöhnlichen Geschwindigkeitsplänen haben die so geänderten Pläne die Umfangskomponente c_u ebenso u gemeinsam. Bei Bestimmung der Gefälle und der Schaufelverluste gelten aber nach wie vor die wirklichen (in den Flußflächen gemessenen) Geschwindigkeiten.

58. Radial beaufschlagte Dampfturbinen.

Die Schaufelkränze folgen hier in radialer Richtung aufeinander (Abb. 185). Sie sind an einer gemeinsamen Scheibe befestigt. Hinsichtlich der Abdichtung der Spalte und des Stufenschrittes liegen die Kennzeichen der Trommelturbine vor, so daß wie dort eine Reaktion von 50% angebracht ist[1]. Die Konstruktion beansprucht offenbar in axialer Richtung sehr wenig Raum und hat noch folgende Merkmale.

1. Die an einer Scheibe unterzubringende Stufenzahl ist beschränkt und der mittlere Stufendurchmesser klein.

2. Die Schaufeln sind durch die Fliehkräfte auf Biegung beansprucht. Deshalb verbieten sich hohe Umfangsgeschwindigkeiten oder große Schaufellängen.

3. Auf die Scheibe wirkt ein sehr bedeutender Achsschub, zu dessen Ausgleich die Rückseite der Scheibe mit Labyrinthen besetzt und mit zusätzlichem Arbeitsdampf beschickt werden muß.

Die natürliche Beaufschlagungsrichtung ist die von innen nach außen gerichtete, weil dann der Raddurchmesser in gleichem Sinne wie das Dampfvolumen sich ändert, also extreme Schaufellängen vermieden werden. Auch werden die beim Eintritt in das Naßdampfgebiet sich ausscheidenden Wassertröpfchen mit dem Dampf nach außen auf dem kürzesten Wege abgeführt. Doch findet man auch äußere Beaufschlagung (Hochdruckteil von Abb. 185a), weil dann die erste Stufe genügend Gefälle bekommt, um als Regulierstufe ausgebildet werden zu können. Naturgemäß muß sie in letzterem Fall Gleichdruckwirkung erhalten.

a) **Einfach-Radialturbine**[2]. Diese ursprünglich von EYERMANN [*II*, *1*, S. 610] vorgeschlagene, später von den S. S. W. gebaute und weiter entwickelte Turbine stellt eine unmittelbare Übertragung der Trommelstufenturbine auf die Scheibenbauart dar, insofern als feste Leitkränze mit umlaufenden Laufkränzen wechseln (Abb. 185 und 185a). Aus den oben unter 1. und 2. angegebenen Gründen ist $\sum u^2$ für eine Scheibe klein. Die Turbine kommt deshalb nur als Gegendruck- oder Vorschaltturbine oder auch als erste Stufengruppe einer mehrstufigen Turbine in Betracht.

---

[1] Die Wärme 1934 Nr. 38.

[2] SIEMENS-Zeitschrift Bd. 17 (1937) S. 593.

Die Befestigung der Lauf- und Leitschaufeln und ihre gegenseitige Abdichtung durch besonders eingesetzte Nickelbleche ist in Abb. 185 gezeigt.

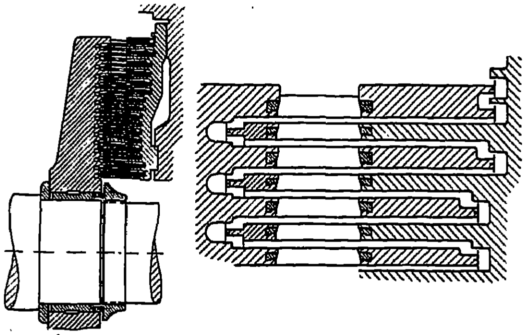


Abb. 185. Schaufelbefestigung und Schaufelabdichtung der Siemens-Radialturbine.

Die Berechnung bleibt grundsätzlich die gleiche wie bei axialer Beaufschlagung, wenn beachtet wird, daß wegen der radialen Beaufschlagung jetzt Gl. (45, 4) in folgender Form zu schreiben ist

$$w_1 = \psi_u \sqrt{\mathfrak{r}\, C^2 + (\psi_v\, w_2)^2 + u_1^2 - u_2^2}\,. \qquad (58,1)$$

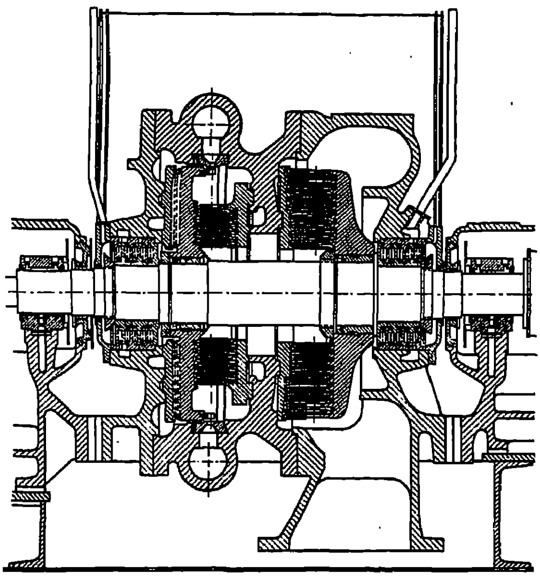


Abb. 185a. Siemens Radialturbine in Zweischeibenbauart.

b) Gegenlauf-Radialturbine von Ljungström (Abb. 186). Hier fehlen die ruhenden Leitschaufeln. Die Radscheibe, an der sonst Leitschaufelkränze befestigt sind, läuft vielmehr entgegengesetzt zu der andern Scheibe, aber mit der gleichen Drehzahl wie diese um.

Deshalb ist jeder Schaufelkranz sowohl Laufkranz wie Leitkranz des nächstfolgenden, sich in entgegengesetzter Richtung bewegenden Schaufelkranzes. Die beiden gegensinnig sich drehenden Läufer haben jeder ihren besonderen Generator. Ihre gegenseitige Kupplung geschieht auf elektrischem Wege, ist also bei Drehstromerzeugung zwangläufig.

Infolge der Gegenläufigkeit verdoppelt sich die relative Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem vorhergehenden Schaufelkranz. Das in 2 aufeinanderfolgenden Kränzen umgesetzte Gefälle ist also viermal

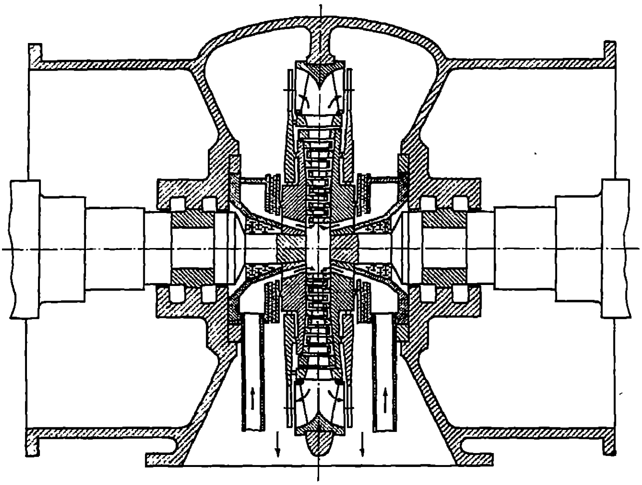


Abb. 186. Übersicht über eine LJUNGSTRÖM-Turbine.

so groß wie bei ruhenden Leitschaufeln, so daß auf jeden Laufkranz die doppelte Leistung entfällt. Das $\sum u^2$ der beiderseitigen Schaufelkränze ist also mit 2 zu multiplizieren, damit es mit dem Wert der Einfach-Radialturbine oder der Axialturbine verglichen werden kann. Da aber der dort von Leitschaufeln besetzte Platz hier ebenfalls von arbeitenden Laufschaufeln eingenommen wird, so haben wir wieder das vierfache $\sum u^2$. Die LJUNGSTRÖM-Turbine kann also auch große Gefälle verarbeiten und ist als Kondensationsturbine ebenso geeignet wie als Gegendruckturbine. Da Leitkränze fehlen, ist in (58, 1) $\mathfrak{r} = 1$ zu setzen.

Aus Festigkeitsgründen kann die Radialschaufel nicht die große Länge erreichen, wie sie in der letzten Stufe der axialen Grenzleistungsturbine zulässig ist. Um trotzdem die gleiche Grenzleistung zu erreichen, sind, wie Abb. 186a zeigt, axial beaufschlagte, einläufige Druckstufen an die gegenläufigen Stufen im Doppelfluß angeschlossen, so daß fast die gleiche Grenzleistung erreicht wird wie bei zweiflutigen Axialturbinen. Wegen der Kleinheit des Durchmessers der 1. Stufe kann die Regelung nur durch Drosselung in Verbindung mit Überströmen nach späteren Stufen erfolgen. Dadurch ist der Wirkungsgrad

bei Teillast gegenüber den düsengeregelten Axialturbinen etwas benachteiligt.

Die beiden gegenläufigen Scheiben sitzen fliegend auf den Wellenenden der zugehörigen Dynamos, die ihrerseits am Turbinengehäuse angeflanscht sind. Dieses ruht auf dem Dampfstutzen des Kondensators (falls ein solcher vorhanden ist). Ein besonderes Turbinenfundament ist also überflüssig. Weitere Angaben s. [*II*, *24*].

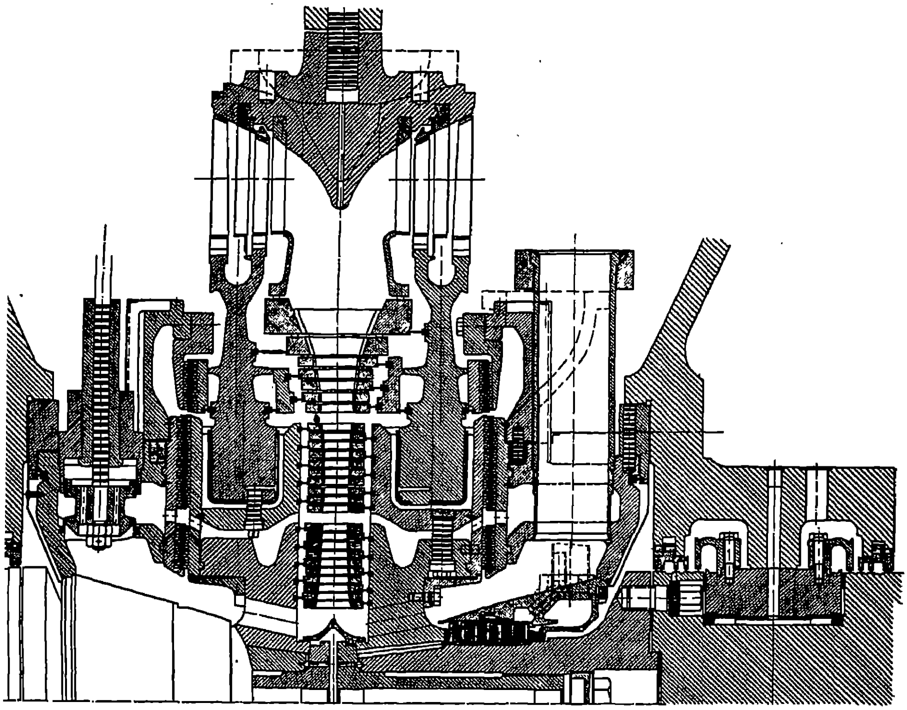


Abb. 186a. Schaufelplan einer LJUNGSTRÖM-Turbine (MAN) 10000 kW.

59. Der mehrstufige Verdichter.

Der einstufige Verdichter ist in Abschn. 23 bzw. 40 bis 44 behandelt. Darauf stützt sich das Vorgehen beim mehrstufigen Verdichter. Deshalb ist es nicht möglich, die heutige Berechnungsweise der Dampfturbinen zu übernehmen. Bei diesem Entschluß wirkt die größere Unabhängigkeit von der MOLLIER-Tafel mit, weil einerseits meist permanente Gase zu fördern und andererseits die zu überwindenden Druckhöhen wesentlich kleiner als bei der Dampfturbine sind (S. 307), so daß die spezifischen Wärmen und der Adiabatenexponent $\varkappa = c_p/c_v$ meist als konstant betrachtet werden können. Selbst bei Dämpfen kann man sich in dieser Weise behelfen, weil auch hier die Zustandskurve des ungekühlten Verdichters im Überhitzungsgebiet verläuft.

Die Rücksicht auf die Schallgeschwindigkeitsnähe ist stärker zu beachten als bei der Dampf- oder Gasturbine, weil die Verlangsamung im Überschallbereich Verdichtungsstöße bedingt. Dabei ist auf Abschn. 15 Bezug zu nehmen.

Eine weitere Besonderheit bildet die Notwendigkeit der Kühlung im Fall hoher Verdichtungsgrade zwecks Leistungsersparnis und Erhöhung der betrieblichen Sicherheit durch Vermeidung hoher Temperaturen. (Diese Kühlung hat bei der Dampfturbine ihr Gegenstück in der Zwischenüberhitzung, die hauptsächlich den Zweck der Vermeidung hoher Dampfnässe hat.) Auf die Kühlung kann bei stationären Verdichtern bis zu einem Druckverhältnis p_D/p_S von etwa 3, bei Verdichtern in Flugzeugen bis 5, verzichtet werden. Wir beschäftigen uns im Folgenden nur mit dem Verdichter ohne Kühlung und verweisen hinsichtlich der Berücksichtigung der Kühlung auf [*III*, *1*].

a) Aufbau. Um die Stufenzahl zu beschränken, bevorzugt man beim mehrstufigen Verdichter Räder hoher Druckziffer ψ. Noch vor wenigen Jahren war deshalb das langsamläufige Radialrad allein gebräuchlich (Abb. 123b, 125, 176, 190), dessen Bauweise ähnlich ist wie bei Wasserförderung. Jedoch wird statt der radialen Austrittsleitschaufeln meist der schaufellose Leitring (s. S. 228 ff.) verwendet, weil eine Ausdehnung des stabilen Arbeitsbereiches (s. S. 180 ff.) und ein ruhiger Gang erzielt wird, ohne daß eine wesentliche Einbuße an Wirkungsgrad merkbar ist, sofern dafür gesorgt wird, daß genügend große Winkel α_3 (über 15°) auftreten. Ferner ist in diesem glatten Leitring ein Verdichtungsstoß hinsichtlich der Umfangskomponente c_u nach dem Impulssatz nicht mehr möglich. Hinsichtlich der Meridiankomponente ist er aus dem Grunde nicht zu befürchten, weil sie stets wesentlich unter der Überschallgrenze bleibt.

Neuerdings führt sich die axiale Beaufschlagung (Abb. 187), die bereits um 1900 von PARSONS[1] versucht worden ist, wieder mehr und mehr ein, nachdem man in der Ausbildung der Axialschaufel (Hauptabschnitt G) genügend Erfahrung gesammelt und Wirkungsgrade erreicht hat, deren Bestwerte größer als bei der Radialschaufel sind. Die verkleinerte Druckziffer ψ und die (durch die Überschallgrenze) verringerte Umfangsgeschwindigkeit (S. 294) verlangen zwar eine vergrößerte Stufenzahl. Ebenso ist das stabile Arbeitsgebiet viel kleiner als dort (Abb. 141b). Diesen Nachteilen steht aber die wesentliche Verkleinerung des Gehäusedurchmessers, ebenso des Stufenschrittes und der einfachere Aufbau der einzelnen Stufe gegenüber in Verbindung mit der einfachen Luftführung, die auch den Anschluß eines axialen, schaufellosen Diffusors an die letzte Stufe zur weitgehenden Umsetzung der axialen Austrittsgeschwindigkeit gestattet (Abb. 187). Die hohe Schluckfähigkeit der axialen Beaufschlagung erlaubt die Bewältigung großer Förderströme in einflutiger Bauweise. Der rasche Abfall der Linie der Wirkungsgrade beiderseits des Bestpunktes und das frühe Abreißen der Förderung bei abnehmendem

[1] Z. VDI Bd. 51 (1907) S. 1125.

Durchfluß (Abb. 141b) beschränken die Anwendung auf Sondergebiete (Wärmepumpe, Aufladung von Gasturbinen).

Der allgemeine Aufbau im Fall der radialen Beaufschlagung ist wie erwähnt an den der Wasserpumpe angelehnt. Beim mehrstufigen

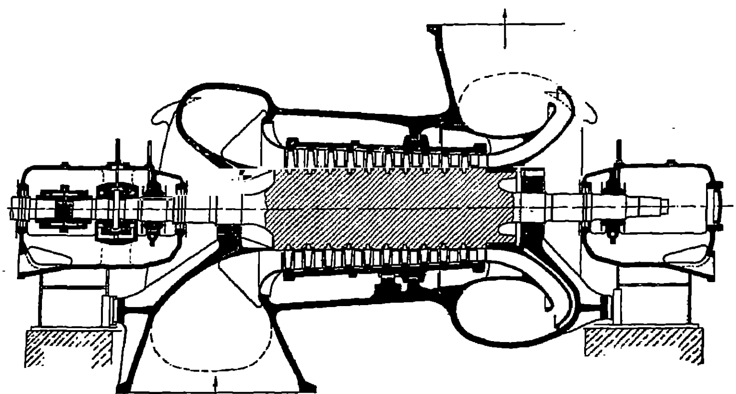


Abb. 187. Axialverdichter mit 10 Stufen (Sulzer).

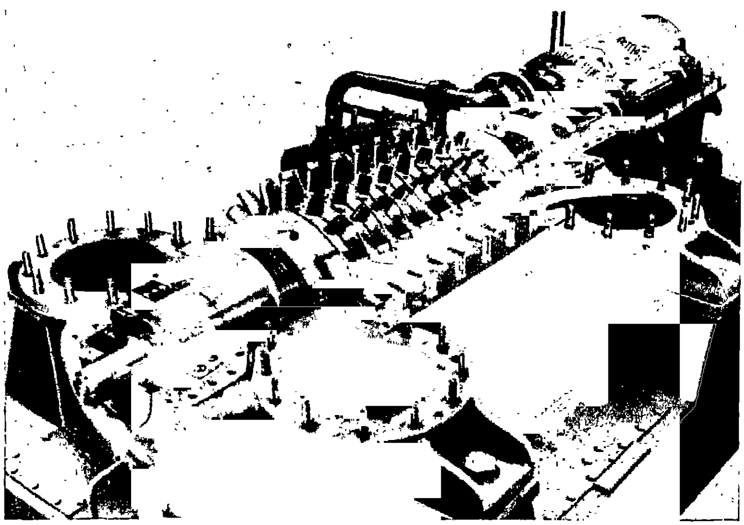


Abb. 187a. Axialverdichter ähnlich Abb. 187 in abgedecktem Zustand (Sulzer).

Axialverdichter ist dagegen der Anschluß an die Bauarten der Dampfturbine nicht zu verkennen. Bei beiden Anordnungen ist das Gehäuse stets in der waagerechten Mittelebene geteilt, so daß der Läufer nach Abheben des Oberteils in senkrechter Richtung herausgenommen werden kann (Abb. 187a).

Abb. 187 zeigt einen Axialverdichter, bei dem die Leit- und Laufschaufeln wie bei den Trommelturbinen angeordnet sind. Diese Bauweise eignet sich deshalb besonders für 50 % Reaktion (Fall II, Abb. 136). Im Gegensatz zu dieser Abbildung wird meist die Trommel zur Ermöglichung der Drehzahlsteigerung in Scheiben aufgelöst, die an der Nabe gegenseitig zentriert sind und durch lange Bolzen zusammengehalten sein können. Jedoch ist bei 50 % Reaktion zwecks Verbesserung der Leitradabdichtung auch die Kammerstufenbauart (insbesondere im Fall der Verwendung bei der Gasturbine) gerechtfertigt.

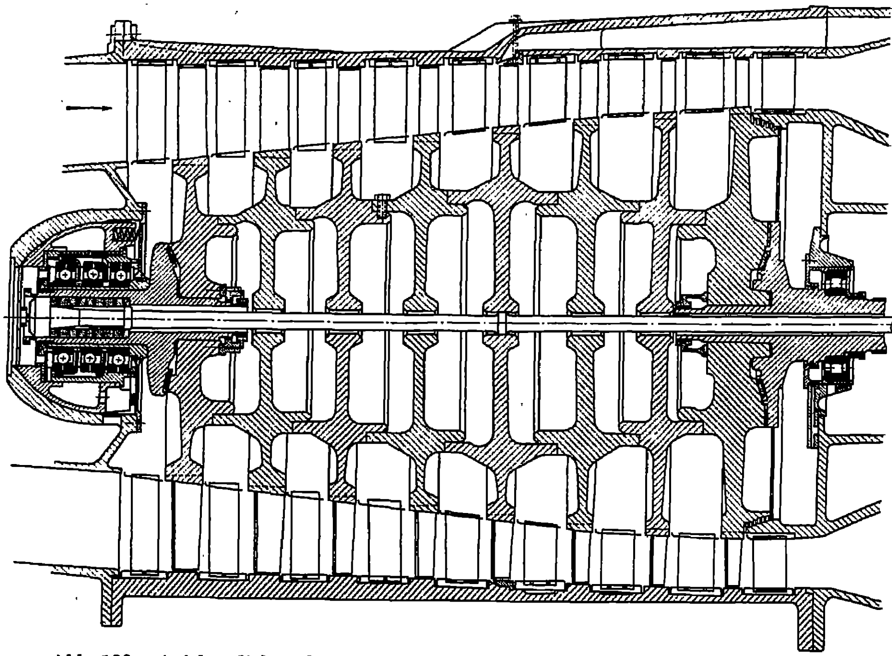


Abb. 188. Axialverdichter hoher Reaktion in Scheibenbauart für Strahltriebwerk (Junkers, Dessau).

Der Axialverdichter der Abb. 188 ist für etwa 100 % Reaktion (Fall III bis V, Abb. 136) brauchbar, weil die Leitschaufeln nach innen lediglich durch Deckbänder gedichtet sind, die auch einen gewissen axialen Spalt gegenüber dem Rad verlangen und also kein hohes Gefälle vertragen. Die größtmögliche Umfangsgeschwindigkeit ist wegen der hohen Reaktion, wo im Ausdruck für die Schallziffer $S = \delta_r^2 n^2 V_g/k a^3$ die relative Drallziffer δ_r groß ist, verringert und damit auch die Stufenförderhöhe begrenzt. Die Zeichnung stellt den während des letzten Krieges für Strahltriebwerte verwendeten Verdichter von Junkers dar.

b) **Rechnungsgang.** Gegeben seien V_S, t_S, p_S, p_D. Die Drehzahl sollte nicht von vornherein vorgeschrieben werden — im Gegensatz zu Wasserpumpen und Dampfturbinen —, weil eine direkte Kupplung mit einer

Elektromaschine meist nicht möglich und es deshalb zweckmäßig ist, bis an die im Hinblick auf den Werkstoff oder die MACH-Zahl zulässige Grenze der Umfangsgeschwindigkeit zu gehen. Die letztere Grenze ist beim Axialverdichter wichtig und ergibt sich (zusammen mit dem Radienverhältnis der 1. Stufe und dem Zuströmwinkel β_{0a}) nach den in Abschn. 15 gemachten Angaben, wobei die „Schallziffer" $\delta_r^2 n^2 V_S/k a^3$ zu wählen ist.

Der Endpunkt E der Zustandskurve im T,S-Schaubild (Abb. 189) wird erhalten aus der gesamten Temperaturzunahme

$$\Delta t = t_D - t_S = \frac{H}{427\, c_p\, (\eta_i)_{\text{ges}}} = \frac{t_D' - t_S}{(\eta_i)_{\text{ges}}} \tag{59, 1}$$

oder bei Dämpfen aus

$$i_D - i_S = \frac{H}{427\, (\eta_i)_{\text{ges}}}, \tag{59, 2}$$

wo $H = h_{\text{ad}}$ aus (2, 6) oder die adiabatische Temperaturzunahme $t_D' - t_S$ aus (2, 11) zu bestimmen und der innere Gesamtwirkungsgrad $(\eta_i)_{\text{ges}}$ (s. S. 329f.) aus der Erfahrung bekannt sind. Man kann nun die Zustandskurve AE als Gerade eintragen, wenn man gleichbleibende Stufenwirkungsgrade annimmt.

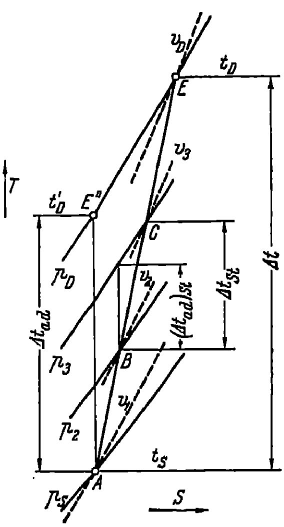


Abb. 189. Zustandskurve eines 3-stufigen ungekühlten Verdichters im TS-Schaubild.

Wir werden (sinngemäß wie bei Turbinen) die erste, d. h. an der Saugseite gelegene Stufe für möglichst große Schluckfähigkeit n_q ausbilden, damit die folgenden Räder eine für einen guten Wirkungsgrad ausreichende Schluckfähigkeit erhalten, ohne daß die Kanäle zu eng werden oder der Raddurchmesser allzustark abzunehmen braucht. Die in der Herstellung teure und viel Raum beanspruchende Stufe des Radialkompressors muß aber gleichzeitig für möglichst große Förderhöhe ausgebildet werden. Außerdem wird in diesem Fall die Schaufel aus Herstellungsgründen in der Regel einfach gekrümmt, so daß nur die langsamläufige Form des Radialrades verwendbar ist, während beim Axialrad das größtmögliche Radienverhältnis r_a/r_i, also der möglichst ausgesprochene Schnelläufer in Frage kommt, d. h. soweit dies die Rücksicht auf Erzielung einer ausreichenden Druckziffer gestattet (Gl. 40, 16).

Den Entscheid über die Notwendigkeit der Mehrstufenanordnung liefert die mit der 1. Stufe erreichbare Förderhöhe, die man beim Radialverdichter nach Annahme der hier lediglich durch Festigkeitsrücksichten bedingten Umfangsgeschwindigkeit u_2 ziemlich zuverlässig mittels der Druckziffer ψ zu $\Delta H = \psi\, u_2^2/2g$ angeben kann, wenn bei Verwendung des glatten Leitrings $\psi \approx 1$ und bei Verwendung von Austrittsleitschaufeln $\psi \approx 1{,}1$ bis $1{,}2$ gewählt wird.

Beim Axialverdichter ist die (auf die Spitzengeschwindigkeit bezogene) Druckziffer ausschlaggebend von dem noch unbekannten r_a/r_i und von dem meist ebenfalls noch nicht endgültig gewählten Eintrittsdrall abhängig, wie der in Abschn. 44, c) angegebene Rechnungsgang erkennen läßt. Außerdem ist die zulässige Umfangsgeschwindigkeit durch die Überschallgrenze bedingt, und diese ist ebenfalls stark von diesem Eintrittsdrall abhängig (s. S. 294ff.). Aus diesem Grunde ist es hier richtig, die 1. Stufe zunächst wie in Abschn. 44, c) angegeben durchzurechnen und danach die Stufenförderhöhe und Drehzahl zu wählen.

α) *Gleichbleibende Stufenförderhöhe ΔH* (Abb. 125, 187, 188). Um mit der kleinstmöglichen Stufenzahl auszukommen, versucht man häufig, gleichbleibende Stufendurchmesser beizubehalten, was bei gleichen Schaufelwinkeln auch gleiche Stufengefälle ΔH ergibt. Man hat dann die Summe der Stufenförderhöhen

$$\sum \Delta H = i\,\Delta H = \mu\,H$$

auf die einzelnen Stufen aufzuteilen, also die Stufenzahl $i = \mu\,H/\Delta H$ zu bestimmen. Dabei kann nach Abschn. 53 der Mehrarbeitsbeiwert $\mu = 1$ bis 1,03 geschätzt werden. (Man kommt aber auch ohne Schätzung aus bei Benutzung der μ-Tafel [*III, 1 oder IV, 14 Bd. II*] oder mittels einer in genügend großem Maßstab gezeichneten TS-Tafel, indem $A\,E$ in so viel gleiche Stücke geteilt wird, wie sich mit dem überschläglich ermittelten ΔH verträgt.) Ist die Stufenzahl gewählt, so ist die Stufenförderhöhe endgültig $\Delta H = \mu\,H/i$.

Man berechnet jetzt die erste Stufe in der gleichen Weise, wie das früher für die einstufige Bauart angegeben wurde, also das Radialrad nach Zahlenbeispiel Abschn. 23, das Axialrad nach Abschn. 44, c).

Bei den folgenden Stufen muß das verkleinerte Volumen berücksichtigt werden. Sollen die Winkel und Raddurchmesser bleiben, so ändern sich die Radbreiten beim Radialrad proportional zum Volumenstrom:

$$(b_1)_1 : (b_1)_2 : (b_1)_3 = (b_2)_1 : (b_2)_2 : (b_2)_3 = V_1 : V_2 : V_3, \qquad (59,3)$$

wobei die außerhalb der Klammern stehenden Fußzeichen die Nummer der Stufe angeben. Beim Radialverdichter mit unbeschaufeltem Leitrad (Leitring), der heute bevorzugt verwendet wird, ist nur die Einhaltung der Eintrittsbreiten b_1 wichtig. Beim Axialrad treten in Gl. (59, 3) an die Stelle der Breiten b die axialen Durchtrittsflächen $\pi\,(r_a^2 - r_i^2)$. Man kann hier entweder r_i wie in Abb. 187 oder r_a wie in Abb. 188 gleich lassen, oder man wählt irgendeinen anderen passenden Verlauf der inneren oder äußeren Schaufelbegrenzung und richtet danach die andere Begrenzung.

Beim Radialverdichter ist der Anteil des Spaltverlustes so klein, daß in (59, 3) V proportional zu v gesetzt werden kann. Beim Axialverdichter ist das Anwachsen des Spaltverlustes gemäß Abschn. 33b zu berücksichtigen. Benützt man Gl. (47,1), so kann man durch entsprechende Wahl der dortigen Zahl a den Spaltverlust überschläglich mit erfassen.

Die spezifischen Rauminhalte v_1, v_2 usw. entnimmt man bei Dämpfen aus der MOLLIER-Tafel in den Punkten A, B, C, welche die Strecke $A\,E$ in gleiche Teile teilen. Bei zweiatomigen Gasen bestimmt man sie ebenso bequem rechnerisch aus Temperatur und Druck in folgender Weise:

In einer n-ten Stufe ist die Eintrittstemperatur

$$T_n = T_{n-1} + \Delta t_{st} = T_{n-1} + \frac{t_D - t_S}{i},$$

ferner das Druckverhältnis $x_n = p_{n+1}/p_n$ nach Gl. (2, 11)

$$x_n = \left(\frac{(\Delta t_{ad})_{st}}{T_n} + 1\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}. \qquad (59, 4)$$

Also beträgt am Austritt der Stufe der Druck $p_{n+1} = x_n\,p_n$ und das spezifische Volumen

$$v_{n+1} = R\,T_{n+1}/p_{n+1} \text{ mit } T_{n+1} = T_n + (\Delta t)_{st}. \qquad (59, 5)$$

Gl. (59, 4) zeigt, daß das Druckverhältnis von Stufe zu Stufe abnimmt, weil T_n zunimmt.

Bei Axialrädern behalten die nach außen verwundenen Schaufeln am gleichen Halbmesser das gleiche Profil trotz der Verkleinerung der Breite b (Schaufellänge).

Bei der vorstehenden Rechnung sind gleichbleibende Stufenwirkungsgrade angenommen. Zwar werden die Kanäle nach oben enger, aber die kinematische Zähigkeit wird mit wachsendem Druck kleiner, so daß die REYNOLDSsche Zahl sich nur wenig ändern wird. Wesentlich ist auch, daß infolge der ansteigenden Temperatur die Schallgeschwindigkeit wächst, also die MACHsche Zahl abnimmt. Diesem günstigen Einfluß steht das Anwachsen von Radreibung, Spaltverlust und der relativen Rauhigkeit gegenüber, so daß es wenigstens beim Radialverdichter fraglich ist, wie sich der Stufenwirkungsgrad verändert.

Beim Radialverdichter, wo die MACH-Zahl von geringer Bedeutung ist, muß man deshalb eine Verschlechterung des Wirkungsgrades mit wachsender Verdichtung in Kauf nehmen. Das gleiche ist aber auch beim Axialverdichter zu erwarten, obwohl dort die MACH-Zahl maßgeblichen Einfluß hat und zwar aus folgenden Gründen:

Die c_m-Komponente verteilt sich über den Halbmesser der Axialschaufel nur in der 1. Stufe, so wie die Rechnung voraussetzt. In den folgenden Stufen wird sie ungleich und zwar in der Weise, daß sie sich mehr und mehr nach der Mitte zusammendrängt und in den beiderseitigen Randzonen auf Null herabfällt, wobei diese Randzonen um so breiter werden, je mehr Stufen bestrichen sind. HOWELL [*III, 8,* 1950 S. 238] trägt diesem Vorgang dadurch Rechnung, daß er den für gleichmäßige Verteilung von c_m geltenden Wert des Schaufelwirkungsgrades η_h der einzelnen Stufen mit einem Verlustfaktor δ (work done factor) nach Abb. 189a multipliziert, der um so kleiner ist, je mehr Stufen bestrichen sind. Die Einführung dieses Stufungseinflusses

berücksichtigt also, daß die Druckziffer gleicher Schaufelprofile von Stufe zu Stufe abnimmt[1].

Die vorstehend für gleichbleibenden Wirkungsgrad angegebene Rechnung bedarf also einer entsprechenden Änderung in dem Sinne, daß die Stufenwirkungsgrade bei gleichbleibendem H_{th} nach oben abnehmen und danach die Zustandskurve AE in Abb. 189 nach rechts ausbiegt. Diese Änderungen sind an Hand einer MOLLIER-Tafel oder mit Hilfe der nachstehend angegebenen Gln. (59, 7) bis (59, 9) leicht auszuführen.

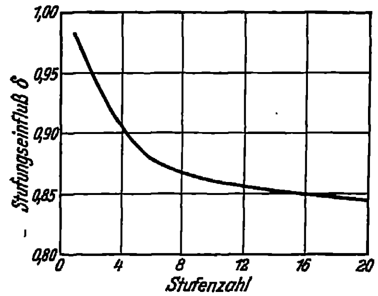


Abb. 189a. Zusätzlicher Verlustfaktor δ, der die Ungleichheit der c_m-Verteilung in axialen Zwischenstufen von Verdichtern berücksichtigt, in Abhängigkeit der Zahl der vorausgegangenen Stufen (nach HOWELL).

β) Ungleiche Stufenförderhöhe Bei höheren Verdichtungsgraden. wird häufig der Volumenabnahme dadurch Rechnung getragen, daß man die Stufenförderhöhe nach oben kleiner macht. Dies kann insbesondere bei Radialverdichtern am Platz sein, weil hier schon die erste Stufe langsamläufig ist. (Abb. 190)[2].

Die Rechnung beginnt mit der ersten Stufe sinngemäß wie oben, so daß also die Förderhöhe ΔH_1 der ersten Stufe bekannt ist. Die Abstufung der Durchmesser kann dann beim Radialrad so geschehen, daß entweder ein bestimmtes Breitenverhältnis b_2/D_2 festgehalten wird, oder besser dieses nach oben abnimmt. Eine gewisse Abnahme von b_2/D_2 ist nicht nur zwecks Kleinhaltung der Stufenzahl, sondern auch wegen der nach oben wachsenden Schallgeschwindigkeit und der abnehmenden kinematischen Zähigkeit gerechtfertigt. Beim Axialverdichter, wo aber die betrachtete Abnahme der Stufenförderhöhe selten erwogen wird, bedeutet hier b_2 sinngemäß die Schaufellänge und D_2 den auf Schaufelmitte bezogenen Durchmesser.

Die Durchmesser D_2 der folgenden Stufen erhält man dann mittels der Kontinuitätsgleichung

$$V = G\,v = \pi\,D_2\,b_2\,c_{3m} = \pi\,D_2^2\left(\frac{b_2}{D_2}\right)\left(\frac{c_{3m}}{u_2}\right)\frac{\pi\,D_2\,n}{60}$$

aus

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{60\,G\,v\left(\frac{u_2}{c_{3m}}\right)}{\pi^2\left(\frac{b_2}{D_2}\right)n}}. \qquad (59,\,6)$$

Darin sind u_2/c_{3m} und b_2/D_2 in Anlehnung an die zunächst berechnete 1. Stufe zu wählen. Bleiben die Räder geometrisch ähnlich, so ändert sich nach Gl. (59, 6) der Raddurchmesser proportional zu $\sqrt[3]{v}$ und die

[1] Vgl. auch R. FRIEDRICH: Axialverdichter, Konstruktion Bd. 3 Heft 12, (1951) S. 374/80; ferner H. HAUSENBLAS: Z. VDI Bd. 94 (1952) S. 246.
[2] Aus Konstruktion Bd. 2 (1950) S. 135.

Stufenförderhöhe ΔH proportional zu D_2^2 oder $v^{2/3}$. Wird b_2/D_2 von Stufe zu Stufe verkleinert, aber u_2/c_{3m} unverändert gelassen, so behält man zweckmäßig den Austrittswinkel β_2 bei, damit das Austrittsdreieck ähnlich bleibt. Dann ist $\Delta H \sim D_2^2$. (Bei Axialverdichtern bleibt in diesem Fall stets auch das Eintrittsdreieck ähnlich. Die Schaufel ist dann der 1. Stufe geometrisch ähnlich mit dem Unterschied, daß sie am Kopf und Fuß gekürzt ist.) Bei Radialverdichtern bleibt die Schaufel geometrisch ähnlich, wenn das Durchmesserverhältnis bleiben kann und die Schaufelbreiten überall in gleichem Verhältnis b_2/D_2 gekürzt werden. Durch entsprechende Annahmen von b_2/D_2 oder auch Änderung von u_2/c_{3m} kann dafür gesorgt werden, daß der vorgeschriebene Enddruck p_D gerade erreicht wird.

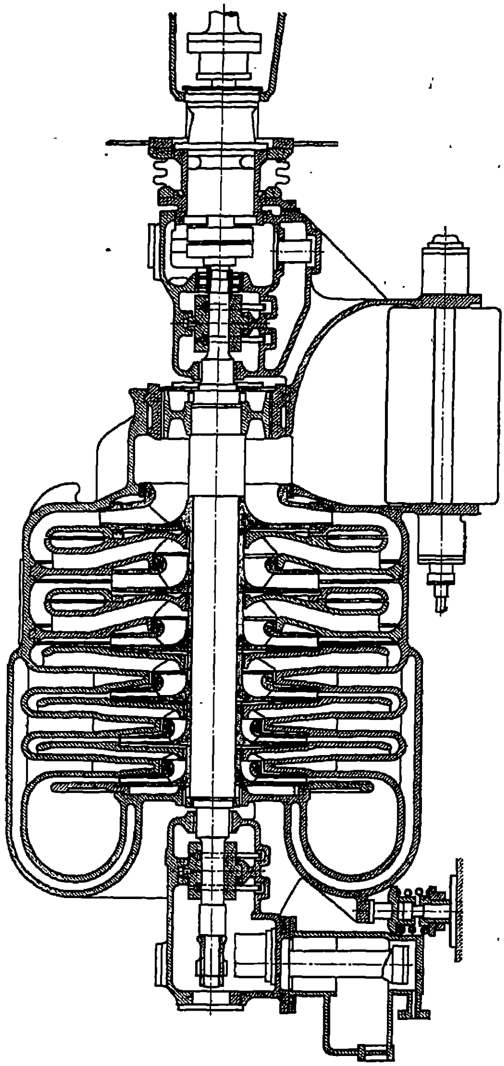


Abb. 190. Kreiselverdichter für Methylen-Chlorid, teilweise mit Mantelkühlung versehen (Escher Wyss).

In (59, 6) ist v das spezifische Volumen am Radaustritt. Bei einer Stufenförderhöhe $\Delta H <$ 2500 m kann man v auch ohne Nachteil auf den Radeintritt beziehen, zudem dadurch die Sicherheit der Rechnung erhöht wird. Dann ist v als Austrittsvolumen der vorausgegangenen Stufe gegeben, das (ohne Durchrechnung der Stufe) aus (59, 4 und 5) erhalten werden könnte. Im vorliegenden Fall ist aber die Heranziehung der in Abschn. 23γ abgeleiteten Gleichungen zweckmäßig. Dann ist nämlich an einer beliebigen, durch das Fußzeichen n gekennzeichneten Stelle

$$v_n = v_S \frac{1 + \Delta t_n / T_S}{p_n / p_S}, \tag{59, 7}$$

worin

$$\frac{p_n}{p_S} = (1 + \eta_{\text{in}}\, \Delta t_n / T_S)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}} \qquad (59,\ 8)$$

$$\Delta t_n = \frac{H_{\text{in}} - (c_n^2 - c_S^2)/2g}{427\, c_p}. \qquad (59,\ 9)$$

Hierin bezieht sich das Fußzeichen S auf den Saugstutzen des Verdichters und das Fußzeichen n auf die Stelle, für welche das Volumen bestimmt werden soll. Also ist

Δt_n die bis zu der betrachteten Stelle eingetretene Temperaturzunahme, nämlich $T_n - T_S$,

η_{in} der innere Gesamtwirkungsgrad für den bestrichenen Teil des Verdichters, der aus dem durchschnittlichen Stufenwirkungsgrad $(\eta_i)_{\text{st}}$ sich ergibt gemäß

$$\eta_{\text{in}} = \frac{1}{\mu_n} (\eta_i)_{\text{st}},$$

wobei μ_n zu dem jeweiligen p_n/p_S passend zu schätzen ist,

$H_{\text{in}} = \sum_S^n \Delta H_i$ die gesamte innere Arbeit je kg der vorher bestrichenen Laufräder.

Diese Rechnung ist kaum umständlicher als die nach Gl. (59, 4 und 5), aber anpassungsfähiger, weil alle Besonderheiten berücksichtigt werden können und die Errechnung des spezifischen Volumens an jeder Stelle des Luftweges, also beispielsweise auch im Spalt zwischen Lauf- und Leitrad, möglich ist, wenn das ΔH_i der betrachteten Stufe geschätzt und für c_n die dort etwa zu erwartende Geschwindigkeit eingesetzt wird.

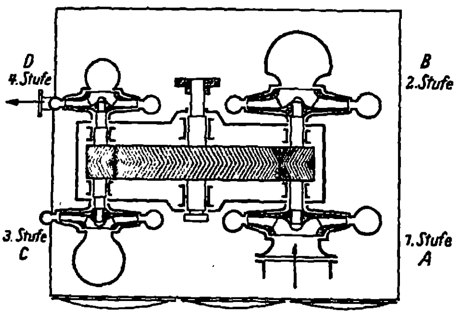


Abb. 190a. Vierstufenverdichter mit getrenntem Antrieb der fliegend angeordneten Laufräder (Demag).

Die Abnahme der Umfangsgeschwindigkeit, die mit dem verkleinerten Durchmesser der oberen Stufen verbunden ist, kann man durch getrennten Antrieb einzelner Radgruppen umgehen, wie dies ja auch schon bei der Dampfturbine S. 332 besprochen wurde. In Abb. 190a ist dies dadurch erreicht, daß die Stufen auf getrennten Wellen untergebracht sind, die von einem gemeinsamen Zahnrad mit verschiedener Drehzahl angetrieben werden. Die Kühler zwischen den einzelnen Stufen liegen in der Grundplatte[1].

c) **Druckgrad.** Man könnte daran denken, beim mehrstufigen Verdichter eine Güteziffer ähnlich der bei Dampfturbinen verwandten Gütezahl $q = \sum u^2/H$ zu benutzen (s. S. 330ff.). Diese müßte dann reziprok, also als

$$\text{Druckgrad } 1/q = \frac{H}{\sum u^2} = \frac{\sum \Delta H}{\mu \sum (2g\, H/\psi)} = \frac{1}{2g} \frac{\psi}{\mu}.$$

[1] Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 547, Abb. 8 und 9.

eingeführt werden. Sie könnte beim *Radialverdichter* im selben Sinne Verwendung finden, wie vorher die Gütezahl bei der Dampfturbine, ist aber tatsächlich kaum im Gebrauch.

Hinsichtlich der rechnerischen Berücksichtigung des Einflusses einer etwaigen Kühlung muß auf *[III, 1]* verwiesen werden.

J. Die Kennlinien ein- und mehrstufiger Verdichter und Dampfturbinen.

Die Untersuchung soll zunächst am einfacheren Fall, also am Verdichter durchgeführt werden.

60. Der Verdichter bei Abweichung vom Berechnungspunkt.

Die Kennlinien des *einstufigen* Verdichters, insbesondere die Linie gleicher Drehzahl im V_x, H_x-Schaubild (Drosselkurve) und die Linie der inneren Wirkungsgrade η_{ix} können nach den gleichen Verfahren vorausberechnet werden wie bei Wasserförderung (s. S. 168ff.), weil hier die Dichteänderung nur geringen Einfluß hat, sofern die MACH-Zahl $u_2/a < 0{,}6$. Das gleiche gilt hinsichtlich der Einzelstufe bei Mehrstufigkeit. Am zuverlässigsten ermittelt man diese beiden Kennlinien jedoch auf dem Versuchsweg. Liegen sie für eine Stufe vor, so kann man sie für alle Stufen mit ähnlichen Geschwindigkeitsplänen durch einfache Maßstabsänderungen verwenden. Diese Maßstabsänderungen können teilweise entfallen, wenn man als Abszisse den Füllungsgrad $\xi = V_x/V$ nimmt. Das Fußzeichen x soll hierbei — wie in Abschn. 29 — einen vom Berechnungspunkt abweichenden Zustand kennzeichnen.

a) Abhängigkeit von der Stufenzahl.

Etwas umständlicher gestaltet sich die Vereinigung dieser Drosselkurven der Stufen zur Drosselkurve des ganzen Verdichters. Als Abszisse soll der Ansaugestrom V_{Sx} oder der entsprechende Füllungsgrad $\xi = V_{Sx}/V_S$ verwendet werden. Diese resultierende Drosselkurve entsteht nämlich nicht durch Addieren der Ordinaten gleichen Füllungsgrades der einzelnen Stufen, wie das bei Wasserförderung der Fall ist, weil Gleichheit der Füllungsgrade nur im Berechnungspunkt vorliegt. Bei abnehmendem Durchsatz werden sie von Stufe zu Stufe immer kleiner, weil die Stufenförderhöhe und also auch die Zusammendrückung wächst. Am besten erfolgt die Vereinigung der Drosselkurven der Einzelstufen, indem ihr Verlauf in die MOLLIER-TS-Tafel übertragen wird. Hierbei geht man von dem Zustandspunkt des Ansaugestromes aus und trägt die adiabatische Temperaturzunahme der 1. Stufe $\Delta t_{adx} = \frac{\Delta H_x}{427\, c_p}$ nach oben ab, wodurch die Anfangsisobare der nächsten Stufe erhalten wird. Die wirkliche Temperaturzunahme $\Delta t_x = \frac{\Delta t_{adx}}{\eta_{ix}}$ gibt dann den Eintrittszustand der 2. Stufe. ΔH_x und η_{ix} werden aus

den bekannten Kennlinien entnommen. Damit ist der Füllungsgrad der 2. Stufe

$$\xi_2 = \xi_1 \frac{v_{2x}}{v_2},$$

wenn das Fußzeichen 2 sich auf den Eintritt der 2. Stufe bezieht.

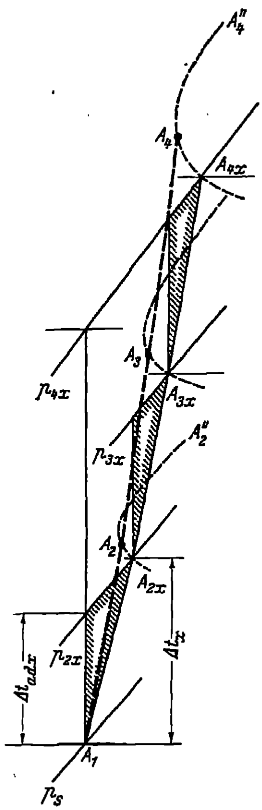


Abb. 191. Übertragung der Drosselkurven in das *TS*-Schaubild, $A_1 A_4$ = Zustandskurve im Berechnungspunkt, $A_1 A_{4x}$ = Zustandskurve bei Überlast.

Dieses Verfahren wiederholt sich in jeder Stufe. In Abb. 191 sind die übertragenen Drosselkurven gestrichelt dargestellt.

Zeichnet man dann mittels der Endkurve die resultierende Drosselkurve auf, so zeigt sich ein verstärkter Abfall im Überlastbereich.

b) Abhängigkeit von der Drehzahl.

Ändert man die Drehzahl, so sind die bei Wasserförderung gültigen einfachen Regeln, nämlich das Kongruenz- und Affinitätsgesetz (s. S. 173ff.) nicht mehr anwendbar. Es gibt keine Parabeln gleichen Stoßzustandes mehr, schon deshalb nicht, weil Stoßfreiheit in allen Stufen nur bei einer einzigen Drehzahl und bei einem einzigen Volumenstrom, nämlich dem des Berechnungspunktes, möglich ist (solange Anfangstemperatur und Gasart gleich bleiben). Bei einer Erhöhung der Drehzahl nimmt der Füllungsgrad von Stufe zu Stufe stärker ab als bei niederer Drehzahl, weil die Dichte stärker zunimmt.

Ja sogar innerhalb der einzelnen Stufe treten solche Verschiebungen bei Änderung der Drehzahl ein, weil die Zusammendrückung im Laufrad mit der Drehzahl wechselt und das Leitrad gewissermaßen eine dem Laufrad nachgeschaltete Stufe darstellt. Dementsprechend gibt es auch beim einstufigen Verdichter für hohen Druck nur bei einer einzigen Drehzahl Stoßfreiheit oder gleichen Stoßzustand in Lauf- und Leitrad, und die Frage nach den Linien gleichen Stoßzustandes ist auch hier sinnlos. Da bei einer Steigerung der Drehzahl die Dichte sich von Stufe zu Stufe stärker vergrößert als bei der Berechnungsdrehzahl, so wächst die Förderhöhe stärker an als dem Affinitäts- oder Kongruenzgesetz entspricht. Die Drosselkurven verlaufen also steiler.

c) Labiles Arbeitsgebiet.

Bei kleinen Drehzahlen ist die Zusammendrückung der Luft in der einzelnen Stufe geringer als bei der Rechnung angenommen ist. Die oberen Stufen erhalten dann ein relativ größeres Volumen. Infolgedessen werden die Pumpgrenze und die Abreißgrenze (s. S. 180ff.)

zuerst in der ersten Stufe erreicht. (Hierbei ist daran zu erinnern, daß nach S. 259 bei Axialverdichtern die Abreißgrenze allein maßgebend ist.) Bei Überschreitung einer gewissen Drehzahl tritt offenbar der umgekehrte Fall ein. Jetzt ist die Zusammendrückung in den einzelnen Stufen größer als nach der Rechnung, so daß der Beginn des Abreißens auf die letzte Stufe überspringt[1]. Dieser Zustand ist insofern ungünstiger als der zuerst erwähnte, als mit steigender Drehzahl das Abreißgebiet sich viel stärker ausdehnt als im unteren Drehzahlbereich. *Hiernach empfiehlt es sich, die Berechnungsdrehzahl von Axialverdichtern in all den Fällen höher als die Betriebsdrehzahl zu nehmen, wo es auf Einschränkung des Abreißgebietes ankommt.*

d) Abhängigkeit von der Anfangstemperatur und Gasart.

Im Fall vernachlässigbarer Dichteänderung ist die Form der Drosselkurve unabhängig von der Art der Förderflüssigkeit, also bei Wasser, Luft oder Wasserstoff gleich, sofern man vom Einfluß der REYNOLDSschen Zahl absehen kann. Auch sind Ansaugedruck und Ansaugetemperatur gleichgültig. Wird aber die Dichteänderung merkbar, was stets bei mehrstufigen, häufig aber auch bei einstufigen Verdichtern der Fall ist, so läßt sich zeigen, daß zwar der Ansaugedruck nach wie vor gleichgültig ist, also die Kennlinien bei beliebigem Ansaugedruck aufgenommen werden können. Anders ist es aber mit der Anfangstemperatur T_S und der Gasart, weil hiervon die Schallgeschwindigkeit, also die MACH-Zahl abhängen. Dies zeigt folgende Überlegung.

Die Schaufelarbeit H_{th} ist nach der Hauptgleichung vom Geschwindigkeitsplan an der Druckkante und somit vom Förderstrom im Spalt abhängig, also auch die Förderhöhe $H = \eta_h H_{\text{th}}$, sofern η_h in erster Näherung als gleichbleibend angesehen wird. Da nun nach (2, 7) der Ausdruck für die Förderhöhe lautet:

$$H_{\alpha} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R\, T_S \left[\left(\frac{p_D}{p_S}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right], \tag{60,1}$$

so kann bei wechselnder Gasart (also wechselndem $\varkappa$ und R) oder wechselnder Anfangstemperatur T_S die Förderhöhe H nur gleich bleiben, wenn das Druckverhältnis p_D/p_S, also auch das Volumenverhältnis V_D/V_S wechselt. Dieser Wechsel des Volumenverhältnisses verlangt sowohl eine Änderung von V_D als auch von V_S, damit die Geschwindigkeiten im Spalt gleich bleiben.

Es besteht nun ein Bedürfnis, Kennlinien von einem Anfangszustand auf den anderen umzurechnen, weil es häufig nicht möglich ist, den Leistungsversuch unter den gleichen Bedingungen, also mit der gleichen Anfangstemperatur oder der gleichen Gasart durchzuführen, wie sie im Betrieb auftreten. Dies ist beispielsweise der Fall bei Flugzeugladern oder Verdichtern für chemische Gase. Offenbar ist dann Gleichheit der Geschwindigkeitsverhältnisse über den ganzen Verdichtungsweg bei wechselnder Temperatur oder Gasart nicht möglich.

[1] SENGER, U.: BBC-Mitt. Bd. 28 (1941) S. 19.

Um eine Übertragungsmöglichkeit der Versuchswerte zu finden, überlegen wir folgendes:

Der in (60, 1) zutage tretende Einfluß der Gaskonstanten R und der Anfangstemperatur T_S läßt sich zusammenfassen in der Schallgeschwindigkeit a_S, weil

$$g \varkappa R T_S = a_S^2 ,$$

so daß

$$H_x = \frac{a_S^2}{g(\varkappa - 1)} \left[\left(\frac{p_D}{p_S} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1 \right]. \qquad (60, 2)$$

Bei gleichem $\varkappa$, d. h. gleicher Atomzahl der Fördergase, ist also nur noch der Wechsel von a_S wichtig, den wir durch die MACH-Zahl $\mathrm{Ma} = u_2/a_S$ ausdrücken, indem wir setzen

$$a_S = u_2 : \frac{u_2}{a_S} = u_2/Ma$$

und erhalten

$$H_x = \frac{u_2^2}{\mathrm{Ma}^2 \, g(\varkappa - 1)} \left[\left(\frac{p_D}{p_S} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1 \right] \qquad (60, 3)$$

oder, wenn die Druckziffer ψ_x eingeführt wird,

$$\psi_x = \frac{2\, g\, Hx}{u^2} = \frac{2}{\mathrm{Ma}^2 (\varkappa - 1)} \left[\left(\frac{p_D}{p_S} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1 \right] \qquad (60, 4)$$

Gleiches Druckverhältnis und damit auch gleiches Volumenverhältnis und ähnliche Geschwindigkeitspläne sind also (falls geometrische Ähnlichkeit, gleiche REYNOLDSsche Zahl und gleicher Stoßzustand, also gleicher Füllungsgrad V_x/V vorliegen) gewährleistet, wenn neben der Druckziffer ψ_x die MACH-Zahl und der Adiabatenexponent $\varkappa$ (oder die Atomzahl) gleich sind. Dann kann man also Versuchsergebnisse übertragen. Sehen wir vom Einfluß der REYNOLDSschen Zahl ab und kennzeichnen wir den Füllungsgrad durch die Lieferziffer $\varphi = c_{0x}/u_2$, so ist also für *die gleiche oder ähnliche Maschine* die Druckziffer ψ_x lediglich eine Funktion von φ und Ma, so daß ψ_x in Abhängigkeit von φ mit Ma als Parameter dargestellt werden kann. Man erhält also eine bequeme dimensionsfreie Darstellung, die auch im Fall des Wechsels der Anfangstemperatur und der Gasart (sofern letztere gleiche Atomzahl hat) gültig bleibt[1].

Für die gleiche Maschine schließt dann der Parameter Ma auch den Einfluß der Drehzahl mit ein, und man erkennt, daß Gleichheit der Geschwindigkeitspläne über den ganzen Verdichtungsweg herbeigeführt werden kann, wenn neben der Lieferzahl φ die MACH-Zahl gleich bleibt, d. h. die Drehzahl entsprechend der Änderung der Anfangstemperatur oder der Gasart geändert wird. Die verschiedenen Ma-Linien fallen aber in dieser Darstellung nah zusammen (weil der Einfluß von Ma in gewissem Bereich gering ist und bei raumbeständiger Flüssigkeit das Affinitätsgesetz gleiche φ, ψ_x-Linien für alle Drehzahlen ergibt). Um

[1] KÜHL, H.: Forschung Bd. 13 (1942) S. 235/45.

der üblichen Darstellung, nämlich unserer Drosselkurve, d. h. der H_x, V_x-Linie näher zu kommen, schreiben wir

$$H_x = \frac{u_2^2}{2\,g}\psi_x \tag{60, 5}$$

und dividieren mit $\varkappa\, R\, T_S = a_S^2/g$ durch, womit

$$\frac{g H_x}{a_S^2} = \frac{H_x}{\varkappa\, R\, T_S} = \frac{u_2^2}{2\,a_S^2}\psi_x = \frac{\mathrm{Ma}^2}{2}\psi_x . \tag{60, 6}$$

Die rechte Seite ist also wieder nur von φ und Ma abhängig. Die linke Seite, d. h. H_x/a_S^2 oder (weil die Atomzahl, also $\varkappa$ gleich sein soll) $H_x/R\,T_S$ oder nach (60, 2) auch $\frac{p_D}{p_S}$ kann deshalb wieder in Abhängigkeit von φ mit Ma als Parameter dargestellt werden, wobei jetzt die einzelnen Linien gleicher MACH-Zahl genügend weit auseinander liegen (Abb. 192).

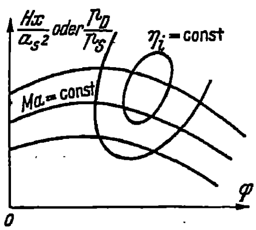


Abb. 192.

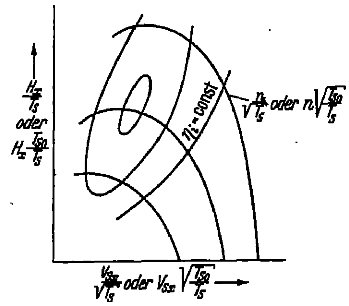


Abb. 193.

Darstellungsarten der Kennlinien geometrisch ähnlicher Verdichter im Fall wechselnder Anfangstemperatur und Gaskonstante, aber gleichem Adiabatenexponenten $\varkappa$.

Man kann der Darstellung der Drosselkurve, d. h. der H_x, V_x-Linie gleicher Drehzahl noch näher kommen, wenn man auch in die Abszisse den Drehzahleinfluß hineinnimmt und als Abszisse aufträgt statt φ

$$\varphi\,\mathrm{Ma} = \frac{c_{0x}}{u_2}\cdot\frac{u_2}{a_S} = \frac{c_{0x}}{a_S} = \frac{V_{Sx}}{F_0\sqrt{g\,\varkappa\,R\,T_S}} . \tag{60, 7}$$

Jetzt ist also H_x/a_S^2 in Abhängigkeit von $c_{0x}/a_S \sim V_{Sx}/\sqrt{R T_S}$ mit dem Parameter $\mathrm{Ma} = u_2/a_S$ darstellbar.

Das ganze Verfahren läuft offenbar darauf hinaus, bei der Darstellung der Versuchswerte die Drücke (also auch die Förderhöhen) durch das Quadrat und die Geschwindigkeiten (also auch die Förderströme oder Drehzahlen) durch die erste Potenz der Schallgeschwindigkeit zu dividieren.

Handelt es sich um den gleichen Verdichter und um die gleiche Gasart, also gleichbleibendes F_0 und $\varkappa\, R$ in Gl. (60, 7), so genügt es, als Abszisse den Wert $V_{Sx}/\sqrt{T_S}$ oder $V_{Sx}\sqrt{T_{S0}/T_S}$ (wo T_{S0} irgendeine Bezugstemperatur ist) und als Ordinate gemäß Gl. (60, 6) die Größe H_x/T_S bzw. $H_x\cdot T_{S0}/T_S$ zu nehmen, ferner als Parameter der Drosselkurven den Wert $n/\sqrt{T_S}$ bzw. $n\sqrt{T_{S0}/T_S}$. Man erhält dann eine Darstellung, die der üblichen weitgehend ähnlich ist (Abb. 193).

Demnach ist bei Verschiedenheit der Anfangstemperatur volle Ähnlichkeit der Strömung nur zu erreichen, wenn die Drehzahl gleichlaufend mit der Anfangstemperatur geändert wird.

Unter der gemachten Voraussetzung der Vernachlässigung des Einflusses der REYNOLDSschen Zahl ist in Abb. 192 oder 193 jedem Punkt auch ein fester Wert η_i zugeordnet, und es können dort die Linien gleichen Wirkungsgrades eingetragen werden, so daß wieder das gewohnte Muschelschaubild entsteht.

Werden nach einer der angegebenen Arten die Versuchswerte aufgetragen, so sind besondere Untersuchungen über den Einfluß der Ansaugetemperatur nicht erforderlich, weil die Darstellung für jede Temperatur gilt. Ihre einzige Ungenauigkeit liegt in der Vernachlässigung des Unterschiedes der REYNOLDSschen Zahl bei den Vergleichsströmungen. Im übrigen gilt sie sowohl für einstufige wie mehrstufige Maschinen.

Für Gasarten mit verschiedenem Exponenten $\varkappa$ der Adiabate ist eine gleich einfache Umrechnung nicht möglich, weil volle Ähnlichkeit der Strömung auf dem ganzen Verdichtungsweg nicht mehr durch einfache Veränderung der Drehzahl in Verbindung mit gleichbleibendem φ herbeigeführt werden kann.

61. Die Dampf- oder Gasturbine bei Abweichung vom Berechnungspunkt.

In Abschn. 32a ist gezeigt, daß bei Turbinen die Einheitswerte eine besonders einfache Art der Darstellung von Versuchsergebnissen ermöglichen. Der hier zu behandelnde Fall stellt neue Anforderungen wegen der Mehrstufigkeit in Verbindung mit der Dichteänderung.

a) Darstellung von Versuchsergebnissen mittels der Einheitswerte. Wir können das Verhalten geometrisch ähnlicher Maschinen auf Grund von Versuchen an einer einzigen Ausführung auch hier beurteilen, wenn wir wieder den Einfluß der REYNOLDS-Zahl (ebenso der unvermeidlichen Änderung der relativen Rauhigkeit, Spaltweite usw.) außer acht lassen. Wir müssen jetzt aber beachten, daß nach Abschn. 60d auch der Anfangszustand des Dampfes, d. h. die zugehörige Schallgeschwindigkeit (Anfangstemperatur T_D, Gaskonstante R) und der Adiabatenexponent $\varkappa$ Einfluß nehmen und dabei die Änderung von $\varkappa$ (also der Lage des Anfangszustandes des Dampfes zum Naßdampfgebiet) wieder nicht berücksichtigt werden kann. Die Änderung von T_D und R können wir aber nach Abschn. 60d erfassen, wenn wir in unserer Darstellung die Druckgefälle mit dem Quadrat und die Geschwindigkeiten (also auch den Durchfluß V und Drehzahl n) mit der ersten Potenz der Schallgeschwindigkeit dividieren.

Obwohl geometrisch ähnliche Ausführungen verschiedenen Maßstabs bei Dampf- und Gasturbinen wenig vorkommen, so soll doch darauf hingewiesen werden, daß Versuchsergebnisse an mehrstufigen Dampfturbinen oder Gasturbinen in allgemein gültiger Form dargestellt werden, wenn das Diagramm der Einheitswerte (Muschelschaubild, Abb. 113c)

unverändert wieder verwendet wird, wobei

als *Abszisse* die Einheitsdrehzahl $n_1' = \frac{n\,D}{\sqrt{H}}$ (oder die Laufzahl $\frac{u}{\sqrt{2gH}}$),

als *Ordinate* der Einheitsdurchfluß $V_1' = \frac{V}{D^2\sqrt{H}} = \frac{G\,v}{D^2\sqrt{H}}$

(oder die Durchflußziffer $\varphi = \frac{c_m}{\sqrt{2gH}}$) dienen.

Die Schallgeschwindigkeit kommt hier nur als Parameter vor, weil sie sich im Zähler und Nenner heraushebt. Der Raddurchmesser D kann sich auf eine beliebig ausgewählte Stufe beziehen oder sogar eine beliebig ausgewählte Länge darstellen (bei Wasserturbinen war D stets der größte Raddurchmesser). H ist die ganze Fallhöhe der betrachteten Turbine oder des betrachteten Turbinenteils. $V = G\,v$ ist der Durchfluß an einer passend gewählten Stelle, z. B. am Eintritt oder Austritt der Turbine oder das geometrische Mittel beider Werte.

Wir haben nun als Parameter zu berücksichtigen: die Steuerstellung β und die Schallgeschwindigkeit a des Eintrittszustands des Dampfes. Letzteren Einfluß bringen wir zum Ausdruck in der Form der Umfangs-Mach-Zahl $\mathrm{Ma}' = u/a$, wo u irgendeine ausgewählte Umfangsgeschwindigkeit, am besten $u = D\pi n/60$ darstellt (so daß also $a = u/\mathrm{Ma}'$). Das einzelne Muschelschaubild gilt somit jeweils nur für eine bestimmte Mach-Zahl, also bei gegebenem Anfangszustand des Dampfes nur für ein bestimmtes u, d. h. eine bestimmte Drehzahl und umgekehrt, so daß das ganze Betriebsgebiet nur durch eine genügende Zahl von Muschelschaubildern wiedergegeben werden kann.

Wird der Anfangszustand aber hinter dem Regulierorgan gemessen, also hinter der Regelstufe oder (bei reiner Drosselregelung) hinter dem Drosselventil, so daß sich also die Querschnitte in dem betrachteten Bereich nicht ändern, so hat man Ma' als einzigen Parameter und man kommt mit einem einzigen Schaubild aus, in dem die Linien gleicher Ma' und die Linien gleicher η eingetragen sind. Diese Darstellung entspricht dem φ, ψ-Schaubild des Verdichters, das nur den Einfluß der Reynolds-Zahl unberücksichtigt läßt und wieder den Nachteil hat, daß die Linien nah beieinander liegen.

Will man in der vorstehend angegebenen Weise die Verhältnisse bei verschiedener Umlaufgeschwindigkeit, also — für die gleiche Maschine — bei verschiedener Drehzahl untersuchen, so muß streng genommen berücksichtigt werden, daß bei den hier vorliegenden, hoch beanspruchten Laufrädern die Spalte nicht gleich bleiben, weil die Dehnung der Räder verschieden ist. Dieser Einfluß kann bei kurzen Schaufeln erheblich sein. Dann bleibt nichts anderes übrig, als die Spaltweite oder besser die Umfangsgeschwindigkeit u als weiteren selbständigen Parameter einzuführen, wenn man nicht auf eine Änderung der Umfangsgeschwindigkeit bzw. von $\sum u^2$ verzichten will, was in vielen Fällen möglich sein dürfte. Hält man den Anfangszustand, also die Schallgeschwindigkeit a fest, so ist die Mach-Zahl proportional zur Umfangs-

geschwindigkeit u [*V, 21*], und es kann einer der beiden zuletzt erwähnten Parameter entbehrt werden.

b) Der Kegel der Dampfgewichte nach STODOLA [*II, 1*]. Man kann die vorstehend angegebenen Untersuchungen vereinfachen, wenn man den Einfluß der Anfangstemperatur des Dampfes vernachlässigt und keine Änderung der Drehzahl, die durch den Regler genau gleich gehalten werden soll, zuläßt. An Stelle der Fallhöhe führt man den Eintrittsdruck und Austrittsdruck ein. Die Betrachtung wird weiter vereinfacht, indem gleichbleibende Durchflußquerschnitte angenommen werden, also die Eintrittsstelle hinter das Regulierorgan, d. h. hinter die Regulierstufe oder — im Fall der Drosselung — hinter das Drosselventil gelegt wird. Wir wählen also wieder als Eintrittsdruck nicht den Druck p_D vor der ganzen Turbine (der am Hauptabsperrventil zu messen wäre), sondern den Druck hinter dem Regulierorgan, den wir zur Unterscheidung mit p_d bezeichnen, und wollen uns fragen, in welchem Abhängigkeitsverhältnis die 3 Größen Anfangsdruck p_d, Austrittsdruck der letzten Stufe (Saugdruck) p_S und der Gewichtsstrom G stehen.

Eine zuverlässige rechnerische Verfolgung stößt auf erhebliche Schwierigkeiten. Wir helfen uns deshalb mit einer überschlägigen Betrachtung unter Anlehnung an die Erfahrung.

Stellen wir uns vorübergehend die Turbine als einfache, also *nicht erweiterte* Mündung vor, was bei einer einstufigen Gleichdruckturbine (nach Art der Peltonturbine) zulässig wäre, so würde *bei überkritischem Gefälle* der Durchfluß G in kg/s (nach der BENDEMANNschen Gleichung) sich ergeben aus

$$G = \xi f \sqrt{\frac{P_d}{v_d}}, \qquad (61, 1)$$

wobei unter Berücksichtigung der Reibung $\xi = 2{,}03$ (auch wenn der Dampf beim Durchtritt vom Zustand der Überhitzung in den Zustand der Sättigung übergeht), f der engste Düsenquerschnitt in m^2 ist und das Fußzeichen d sich auf den Zustand vor der Mündung bezieht. Der Durchfluß ist also unabhängig vom Austrittsdruck.

Im *unterkritischen* Gebiet gilt diese Gleichung nicht. Hier ist der Durchfluß G aus der Kontinuitätsgleichung

$$G = f\frac{c}{v_S} = f\frac{\sqrt{2gH}}{v_S}$$

zu bestimmen, worin nach (2, 6a)

$$H = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} P_d v_d \left[1 - \left(\frac{p_S}{p_d}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right] \qquad (61, 2)$$

und v_S aus der Adiabatengleichung

$$v_S = v_d \left(\frac{p_d}{p_S}\right)^{1/\varkappa}$$

erhalten werden. Der Reibungseinfluß ist vernachlässigt.

Bei dieser Umrechnung ergibt sich ein Verlauf von G in Abhängigkeit von p_S, der mit einer Viertelellipse so gut übereinstimmt, daß man ihn ohne merkbaren Fehler durch diese Viertelellipse ersetzen kann. Das bedeutet eine wesentliche Vereinfachung, weil eine Ellipse sich bei entsprechender Wahl des Maßstabes als Kreis zeichnen läßt (Abb. 194). Über den ganzen Bereich p_S ändert sich also der Durchfluß G einer

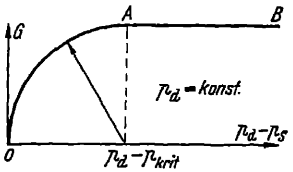


Abb. 194. Verlauf des Durchflusses G einer einfachen Mündung in Abhängigkeit des Druckabfalls $p_D - p_S$.

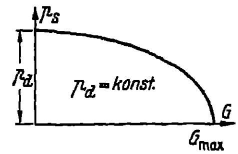


Abb. 195. Dampfverbrauch G in kg/s einer Turbine bei festgehaltenem Regelgestänge in Abhängigkeit des Austrittsdruckes p_S.

nicht erweiterten Düse nach der Linie $O\,A\,B$, wobei $O\,A$ dieser Viertelkreis und $A\,B$ eine Parallele zur p-Linie ist.

α) *Kegel der Dampfgewichte.* Dieses Viertelellipsen-Gesetz wird nun tatsächlich auch für die mehrstufige Dampf- oder Gasturbine durch den Versuch auffallend gut bestätigt, wenn man bei konstantem Eintrittsdruck p_d und verschiedenem Austrittsdruck p_S den Durchfluß G mißt. Dabei wird das geradlinige Stück $A\,B$ von Abb. 194 nicht wahrgenommen (Abb. 195). Man kann sich dies so erklären, daß im vollbeaufschlagten Teil einer Turbine Schallgeschwindigkeit nicht oder nur wenig überschritten wird.

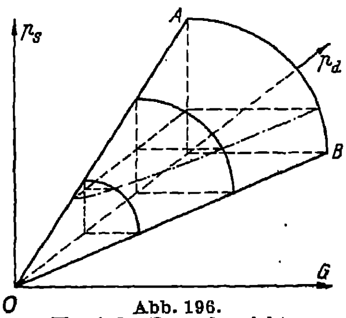


Abb. 196. Kegel der Dampfgewichte.

Lassen wir nun auch noch p_d variieren, so erhalten wir als Kennfläche einen Kreiskegel (Abb. 196), sofern wir die oben erwähnte Ellipse wieder als Kreis zeichnen. Dies zeigt folgende Überlegung:

Mit $G = 0$ muß $p_d = p_S$ sein. Es entsteht also als Schnittlinie mit der p_d, p_S-Ebene eine durch den Nullpunkt gehende Gerade $O\,A$. Auch in der G, p_d-Ebene entsteht eine Gerade $O\,B$ durch den Nullpunkt. Aus Gl. (61, 1), die im Fall $p_S = 0$ wieder Gültigkeit erhält, folgt nämlich, wenn man $P_d\,v_d = \text{const}$ annimmt, mit $v_d = \text{const}/P_d$

$$G = \xi\, f \sqrt{\frac{P_d^2}{\text{const}}} = \text{Const}\, f\, P_d. \qquad (61, 3)$$

Die Ellipsen erscheinen also in allen Schnitten als Kreise. *Es entsteht somit als Kennfläche der Dampf- und Gasturbine ein Kreiskegel.* Wichtig ist die Feststellung, *daß bei Kondensationsturbinen,* bei denen p_S verschwindend klein ist, *der Durchfluß G sich proportional zum Anfangsdruck p_d, d. h. dem Druck hinter der Regulierstufe verändert,* was

durch den Versuch gut bestätigt wird. Demnach könnte man am Manometer hinter der Regulierstufe den Gewichtsstrom und damit — in bestimmtem Bereich — auch die Maschinenleistung ablesen.

Bei *Gegendruckturbinen* gilt aber offenbar die aus Abb. 196 durch eine Schnittebene $p_S =$ Konst abgeleitete und in Abb. 197 gezeichnete Hyperbel, so daß hier das einfache Proportionalitätsgesetz der Gl. (61, 3) nicht mehr anwendbar ist.

Der Kegel der Dampfgewichte hat sich in der Praxis sowohl bei Kondensations- wie Gegendruckturbinen als zutreffend und als ein brauchbares Hilfsmittel zur Untersuchung ihres Verhaltens bei verschiedenen Betriebszuständen erwiesen [*V*, *30*]. Sogar bei großen Kondensationsturbinen, deren letzte Stufen wegen des dort auftretenden Überschalls den Voraussetzungen nicht mehr entsprechen, treten Abweichungen kaum in Erscheinung.

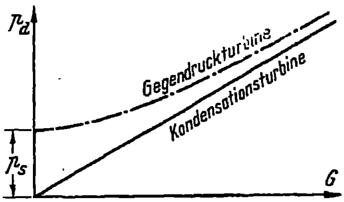


Abb. 197.
Linien des Dampfverbrauchs einer Kondensationsturbine und einer Gegendruckturbine.

β) Volumenstrom an einer beliebigen Stufe. Beziehen wir den Druck p_d nicht mehr auf den Eintritt der Turbine, sondern auf eine beliebige Stelle, so gilt offenbar die oben abgeleitete Gesetzmäßigkeit mit der gleichen Annäherung unverändert. Insbesondere kann man aussagen, daß bei Kondensationsturbinen der Druck p an einer beliebigen Stufe proportional zum Durchfluß G ist. Wenn wir nun wieder $p\,v \approx k_1$ setzen, so ist

$$V = G\,v = k\,p \cdot \frac{k_1}{p} = k\,k_1 .$$

Der Volumenstrom in den einzelnen Stufen ist also unabhängig von der Belastung, also auch der Geschwindigkeitsplan. Danach bleibt Stoßfreiheit angenähert bestehen, wenn sie bei *einer* Belastung vorhanden ist. Dieses Ergebnis gilt zwar nur mit einer gewissen Annäherung. Es ist ferner bei Teillast nur für die oberen Stufen richtig, bei denen noch keine Verringerung des Stufengefälles infolge des vergrößerten Gefälles der Regulierstufe bzw. des Drosselventils eingetreten ist. Es macht aber verständlich, warum der Wirkungsgrad der Dampfturbine bei Teillast verhältnismäßig langsam abfällt. Ferner geht daraus hervor, daß es zwecklos wäre, in jeder Stufe eine Regelung vorzunehmen und daß sogar die einfache Drosselregelung bei Dampfturbinen nicht so ungünstig ist, wie bei Turbinen mit inkompressibler Flüssigkeit.

Infolge der Leistungskonzentration in der Regulierstufe bei Teillast arbeiten zwar die letzten Stufen mit verringertem Gefälle oder werden mitgeschleppt, während in der Regulierstufe am Leitradaustritt die Geschwindigkeit und damit die Strahlablenkung wächst. Dafür geht aber die Radreibung proportional mit der Dichte zurück und wächst die Luftleere im Kondensator, so daß im Ganzen eine günstige Dampfverbrauchskurve entsteht.

Eine genauere rechnerische Verfolgung des Verhaltens der Turbine bei Teil- oder Überlast hat G. FLÜGEL angegeben[1].

62. Besondere Bedingungen bei den einzelnen Arten von Strömungsmaschinen.

Trotz der Gleichheit des Strömungsvorganges ist das Erscheinungsbild der einzelnen Arten von Strömungsmaschinen verschieden, weil die Arbeitsflüssigkeit und die Aufgabe (d. h. ob Turbine oder Pumpe) verschieden sind. Jede Maschinenart stellt deshalb ihre eigenen Probleme, die größtenteils nicht strömungstechnischer Natur sind und deshalb auch nicht in den Rahmen dieses Buches gehören, ganz abgesehen davon, daß dieses aus Raumgründen nicht möglich wäre. Sie betreffen meist entweder die Wahl des Werkstoffs oder die Form des Kreisprozesses, gehören also in den Bereich der Werkstoffkunde und der Wärmetechnik bzw. Feuerungstechnik und verlangen für jede Maschinengattung eine Sonderliteratur, auf die nicht verzichtet werden kann.

Soweit sie die konstruktive Auslegung des strömungstechnischen Teils bedingen, sind sie in den vorausgegangenen Abschnitten möglichst berücksichtigt worden. Dabei ist auf die starke Umstellung hingewiesen, welche beim Übergang von der tropfbaren auf die gasförmige Arbeitsflüssigkeit notwendig ist, weil die hohen Geschwindigkeiten und verschiedenen Temperaturen Rücksicht erfordern. Im folgenden sollen die wichtigsten Besonderheiten, die meist wärmetechnischer Natur sind, zusammenfassend erwähnt werden.

Bei *Verdichtung* von Gas auf ein Druckverhältnis über etwa 3:1 wird während des Verdichtungsvorganges gekühlt, weil Arbeit gespart und hohe Temperaturen, die die Sicherheit des Betriebes gefährden, verhindert werden [III, *1*, *10*, *13*]. Die Kühlung wird beim Kreiselverdichter nach den gleichen Grundsätzen durchgeführt, wie beim Kolbenverdichter, also fast durchweg so, daß Kühlmittel und Gas getrennt bleiben — *Oberflächenkühlung*.

Die Größe der trennenden *Kühlfläche* ist dann für die Kühlwirkung maßgebend, und die Art ihrer Unterbringung ist wesentlich für die Bauweise des ganzen Verdichters. Anfänglich wurde sie in das Gehäuse der Maschine eingebaut, indem die Wände der Verbindungskanäle zwischen den Stufen mit Kühlwasser bespült wurden — *Innenkühlung*. Beim Radialverdichter konnte in dieser Weise die nötige Kühlfläche anfänglich untergebracht werden. Der hierfür verfügbare Raum verkleinerte sich aber in dem Maße, wie die Umfangsgeschwindigkeit der Räder zunahm und also die Zahl der Stufen kleiner wurde. Deshalb werden heute fast ausschließlich besondere Kühlkörper (Zwischenkühler) außerhalb des Gehäuses verwendet — *Außenkühlung* —, wobei die Kühlfläche an Bündeln meist mit Rippen besetzter Rohre aus rostfreiem Material untergebracht ist. Diese Zwischenkühler werden hinter je 2 bis 3 ungekühlte radiale Verdichterstufen geschaltet, wobei die

[1] FLÜGEL, G.: Die Dampfturbinen bei großer Änderung des Betriebszustandes Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 721/8.

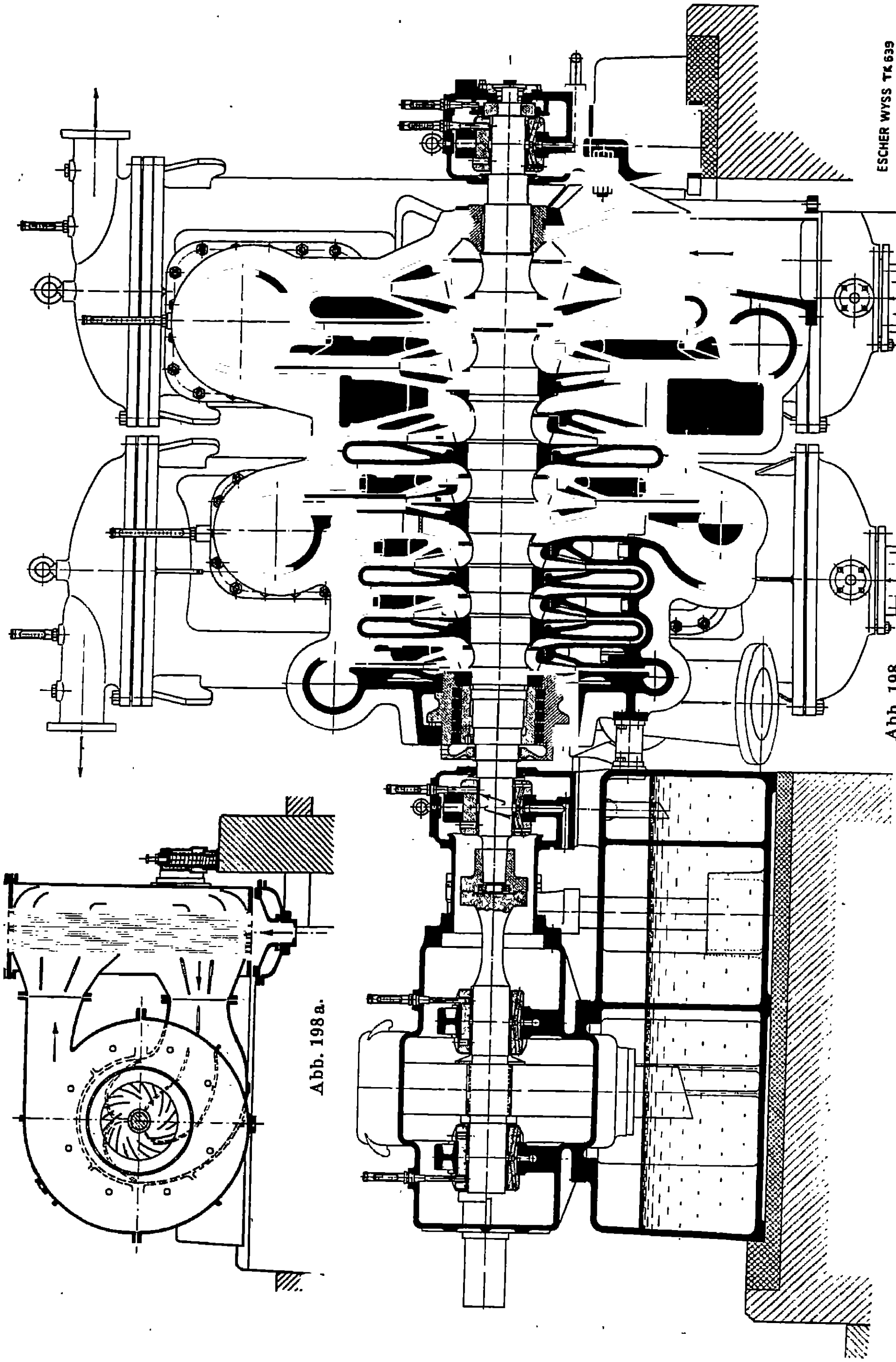


Abb. 198

Siebenstufiger Verdichter mit Zwischenkühlung nach der 2. und 4. Stufe und glattem Leitring (EWC).

Abb. 198a.

Luft aus dem Gehäuse herausgeführt und hinter dem Kühler wieder der nächsten Stufe zugeleitet wird (Abb. 198, 198a). Wegen des Druckverlustes in den Kühlern beschränkte man bisher in der Regel die Zahl der Zwischenkühler auf etwa 3. Beim axialen Verdichter, wo die große Zahl der Stufen in mehreren hintereinander geschalteten Gehäusen untergebracht werden muß, sitzen die Zwischenkühler in den Verbindungsleitungen zwischen diesen Gehäusen. Neuerdings ist beim Radialverdichter das Streben bemerkbar, hinter *jeder* Stufe eine Außenkühlung anzuordnen, teils, um dadurch die Kühlwirkung zu verbessern, wie beim Turbokompressor „Isotherm" von BBC in Abb. 199, teils, weil es gelungen ist, die Zahl der Stufen so weit zu beschränken, daß sich diese Anordnung von selbst ergab wie bei dem für eine Gasturbine bestimmten Verdichter von OERLIKON in Abb. 123b

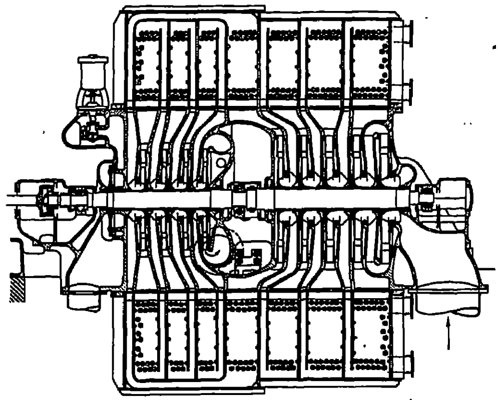


Abb. 199. Turbokompressor „Isotherm" von BBC mit Außenkühlung hinter der 2. bis vorletzten Stufe in 2×7 Kühlerbündeln nach Abb. 200 und Leitschaufeln.

bis d. Die häufige Umleitung der Luft in Abb. 199 verlangt naturgemäß eine sehr sorgfältige Formgebung der Verbindungskanäle und der Luftführung im Kühler selbst. Diese Konstruktion ist noch aus dem Grund bemerkenswert, weil die Laufräder rechts und links des Mittellagers gegensinnig durchströmt werden, wodurch ein Ausgleichskolben entbehrlich wird. Außerdem ermöglicht die verkürzte Lagerentfernung die Verwendung einer dünneren Welle. Das am linken Gehäuseende sichtbare Ausblaseventil führt bei Überschreitung der Pumpgrenze (Abschn. 29i) die ausgeblasene Luft nach der am gleichen Stirnende eingebauten einstufigen Luftturbine, so daß die Energie der Ausblaseluft teilweise zurückgewonnen wird.

Bei der Berechnung der gekühlten Verdichter muß die Stufenförderhöhe ΔH trotz der abgeführten Wärme wieder adiabatisch genommen und daraus die Schaufelarbeit der einzelnen Stufe aus $\Delta H_{\text{th}} = \Delta H/\eta_h$ bestimmt werden, wobei η_h fast den gleichen Wert hat wie bei fehlender Kühlung. Bei Außenkühlung sind ja die zwischen den Kühlkörpern liegenden Stufengruppen nichts anderes als ungekühlte mehrstufige

Verdichter, und bei Kühlung innerhalb des Gehäuses der Verdichter (Innenkühlung) kann das Laufrad ebenfalls nicht gekühlt werden. Es handelt sich also nur darum, längs der aus der Kühlung sich ergebenden Zustandskurve die adiabatischen Stufenförderhöhen zu verteilen. Hinsichtlich weiterer Einzelheiten muß auf die einschlägige Literatur [*III*, *1*; *10*; *13*] verwiesen werden.

Der Zwischenkühlung beim Verdichter steht die *Zwischenüberhitzung* bei der Dampfturbine [*II*, *1* bis *4*, *9* bis *24*] (oder Kolbendampfmaschine)

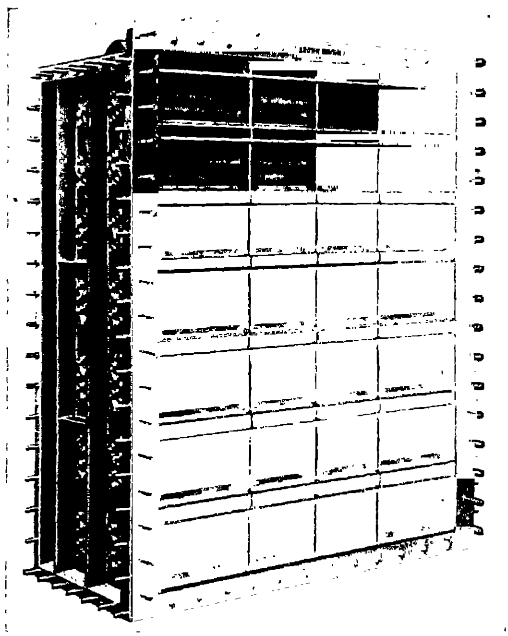


Abb. 200. Einer der beiden, oben und unten liegenden schmiedeeisernen Kühlkasten des Turbokompressors Abb. 199.

gegenüber, deren Aufgabe insofern eine ähnliche ist, als sie allzu hohe druckseitige Temperaturen überflüssig machen soll, die anderenfalls nötig wären, um die Dampfnässe in den letzten Stufen einzuschränken (Abschn. 47 b). Auch der theoretische Wirkungsgrad (d. h. der Wirkungsgrad beim Fehlen innerer und mechanischer Verluste) wird verbessert. Eine weitere Besonderheit vieler Dampfturbinen bildet die Entnahme von Arbeitsdampf an Zwischenstufen (Anzapfen entweder zum Zweck der Speisewasservorwärmung oder für Heiz- bzw. Kochzwecke). Auch die Umkehrung der Anzapfung, d. h. die Zuführung von niedergespanntem Arbeitsdampf, z. B. Abdampf irgendwelcher industrieller Prozesse, an einer Zwischenstufe ist möglich und hat früher große Bedeutung gehabt.

Diese Anzapfung oder Zuführung von Arbeitsdampf zusammen mit der Zwischenüberhitzung bedingt bereits eine weitgehende Abweichung

vom CLAUSIUS-RANKINE-Prozeß, welcher der Ausnutzung von Dampfkraft zugrunde liegt [*II*, *4*]. Durch Hintereinanderschaltung zweier oder mehrerer Kreisprozesse von Wärmeträgern mit verschiedenem Siedepunkt sucht man die Wirtschaftlichkeit weiter zu steigern. Von diesen Verfahren ist die Vorschaltung einer Quecksilberturbine vor die Dampfturbine in den USA vielfach angewendet und heute noch in aussichtsreicher Entwicklung, da der Wärmeverbrauch je kWh auf einen Wert gesenkt werden kann (2150 kcal/kWh), der mit den anderen Verfahren heute noch nicht erreichbar ist, und es gelungen ist, den Angriff von Quecksilber auf Stahl durch Zusatz von Magnesium und Titanium zu unterbinden[1]. Angeregt durch die Entwicklung der Gasturbine, werden heute auch Prozesse in der Dampfturbine verwendet, die sich dem der Luftturbine angleichen[2], z. B. der FIELD-Prozeß, bei dem ein Teil des Abdampfes wieder auf den Anfangsdruck verdichtet und von neuem erhitzt wird.

Eine große Zahl besonderer Probleme stellt die *Gasturbine* [*II*, *5 bis 8*]. Bei ihr ist der Leistungsbedarf der Verdichtung der Verbrennungsluft für die Gesamtwirtschaftlichkeit ebenso wichtig wie die Leistung der eigentlichen Turbine. Letztere stellt wegen des kleinen Druckgefälles in strömungstechnischer Beziehung keine besonderen Anforderungen. Auch der Verdichter kann nach den früher angegebenen Regeln behandelt werden. Schwierigkeiten bereiten aber die Überlegungen, die mit der Notwendigkeit der Verwendung höchster Gastemperatur vor der Turbine zusammenhängen, nämlich der Auswahl des Werkstoffes von Läufer und Schaufel, deren etwaige Kühlung und die Entscheidung darüber, ob ein- oder mehrstufige Verbrennung am Platze ist. Letztere entspricht der Zwischenüberhitzung bei der Dampfturbine, geht aber in ihrer Auswirkung hinsichtlich der Hebung des Wirkungsgrades darüber hinaus, weil der Luftüberschuß verkleinert wird. Bei der *offenen Gasturbine*, welche die Luft aus der freien Atmosphäre ansaugt und die verbrauchten Brenngase dahin abgibt, ist wichtig die Ausbildung des Brennraumes und der Wärmeaustauscher, sowie die Fernhaltung von Staubablagerungen vom Verdichter oder von Ascheablagerungen bzw. Anfressungen von der Turbine. Diese Schwierigkeiten bestehen beim *geschlossenen Prozeß von* ACKERET-KELLER, d.h. der Luftturbine [*II*, *5*][3] nicht. Dafür müssen der beheizte Lufterhitzer und die umfangreichen Wärmeaustauscher in Kauf genommen werden. Es gibt auch einen halbgeschlossenen Prozeß (SULZER), bei dem der Erhitzer wesentlich verbilligt ist[4].

---

[1] HACKETT, H. N.: in [*IV*, *20*] Bericht Nr. 5 in Sektion E 3.

[2] FIELD, I. F.: Proceedings Inst. of Mech. Eng. Nr. 2 (1950) S. 209/38. — F. MÜNZINGER: Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 285.

[3] Vergl. auch K. LEIST: Ausführungsformen von Gasturbinen Z. VDI Bd. 92 (1950) S. 429/36 und 644/50.

[4] Vgl. K. SCHÄFF: Brenngasturbinen-, Luftturbinen- und Dampfturbinen-Prozesse Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 264 Bild 1. — F. MÜNZINGER: Wirtschaftlichkeit von Dampf-, Gas- und Quecksilberturbinen Z. VDI Bd. 93 (1951) S. 286 Bild 5 — W. KARRER in [*IV*, *20*] Bericht Nr. 1 in Sektion G. und in MTZ Bd. 13 (1952) S. 129ff.

Der offene Prozeß hat weitere Anwendungsformen gefunden in der Kombination mit der Dampfturbine, indem die heißen und mit starkem Luftüberschuß versehenen Abgase als Verbrennungsluft für einen Dampfkessel benutzt werden, der dann die Wärmeaustauscher ersetzt und eine fühlbare Verbesserung der Wärmeausnutzung bringt[1]. Diese Anordnung ist besonders für Heizkraftwerke von Vorteil, wenn der Kraftbedarf größer ist, als in reinem Gegendruckbetrieb erzeugbar wäre. Bei allen Dampf- und Gasturbinen ist noch die Rücksicht auf die großen Wärmebewegungen der Gehäuse zu beachten.

Wichtig ist ferner die jeweilige Art der Regelung. Hier kann als gemeinsames Merkmal aller Turbinen angeführt werden, daß man im Falle des Gleichdruckes grundsätzlich die Veränderung des Beaufschlagungsbogens und im Fall des Überdruckes bei Wasserturbinen die drehbare Leitschaufel verwendet (Abb. 71). Bei Dampfturbinen mit Überdruck wird meist ebenfalls das Gleichdruckrad als Regulierstufe vorgeschaltet und als Zusatzmaßnahme die Überströmung nach den folgenden Stufen vorgesehen. Reine Drosselregelung ist nur in Verbindung mit Überdruck und nur bei Abdampfturbinen üblich. Bei Gasturbinen des offenen Prozesses regelt man die Luftzufuhr durch Änderung der Drehzahl des Verdichters und bei Luftturbinen (geschlossener Prozeß) durch Heben oder Senken des Druckes des umlaufenden Gasstromes, welche Möglichkeit als großer Vorzug des Verfahrens anzusprechen ist (und auch vorübergehend bei Dampfturbinen in der Form der Änderung des Kesseldruckes in Anwendung war).

Bei Pumpen und Verdichtern fehlt der Gleichdruck, und drehbare Eintrittsleitschaufeln können nur in Sonderfällen vorgesehen werden (Abschn. 39). Deshalb ist die Anpassung des Förderstromes an den Verbrauch nur im Fall der Änderung der Drehzahl ohne gleichzeitige Änderung des Förderdruckes möglich. Jedoch besteht auch bei konstanter Drehzahl eine weitgehende Selbstregelung nach der Drosselkurve (Abschn. 29) im Gegensatz zur Kolbenmaschine — deshalb muß Drosselung nur in Ausnahmefällen angewendet werden. Daneben sind noch andere Verfahren im Gebrauch [*III, 1*].

Die nähere Behandlung aller angeschnittenen Fragen gehört in die einschlägige Fachliteratur. Die durch die vergleichende Behandlung bedingte Vielseitigkeit ist notwendig für den Lernenden. Der fertige und schöpferisch tätige Ingenieur muß sich den jeweils vorliegenden Bedingungen anpassen, die nicht allzu stark wechseln dürfen, damit er den nötigen Erfahrungsschatz gewinnen und verwerten kann. Dieses Wirken in der Einseitigkeit muß auf der Grundlage des in der vielseitigen Ausbildung erworbenen Wissens erfolgen.

---

[1] Siehe Fußnote [4] auf S. 375.

Literaturverzeichnis.

(Nur Bücher. Zeitschriftenhinweise finden sich in den Fußnoten des Textes.)

I. Wasserturbinen.

1. Thomann, R.: Wasserturbinen. Erster und zweiter Teil. Stuttgart: K. Wittwer 1924, 1931.
2. Camerer, R.: Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen, 2. Aufl. Leipzig: W. Engelmann 1924.
3. Pfarr, A.: Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb. Berlin: Springer 1907.
4. Pfleiderer, C.: Die Wasserturbinen mit einem Anhang über Strömungsgetriebe. Wolfenbüttel-Hannover 1947.
5. Escher-Dubs: Die Theorie der Wasserturbinen, 3. Aufl. Berlin: Springer 1924.
6. Barrows, H.: Water Power Engineering, 2. Aufl., New York-London: Mc Graw Hill Book Company 1934.
7. Quantz, L.: Wasserkraftmaschinen, 9. Aufl. Berlin / Göttingen / Heidelberg: Springer 1948.
8. Kaplan-Lechner: Theorie und Bau von Turbinen-Schnelläufern. München-Berlin: Oldenbourg, 1931.
9. Fabritz, G.: Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin: Springer 1940.
10. Lawaczeck, F.: Turbinen und Pumpen. Berlin: Springer 1932.
11. Regeln für Abnahmeversuche an Wasserkraftmaschinen. Berlin: VDI-Verlag 1926.
12. Regeln für Wassermengen-Messungen bei Abnahmeversuchen von Wasserkraftmaschinen. Berlin: VDI-Verlag 1936.
13. Keyl-Häckert: Wasserkraftmaschinen und Wasserkraftanlagen, 2. oder 3. Aufl. Stuttgart 1949.
14. Tenot, A. L.: Turbines hydrauliques et régulateurs etc. Bd. 1—4. Paris: Eyrolles (1923—1935).

II. Dampf- und Gasturbinen.

1. Stodola, A.: Dampf- und Gasturbinen, 6. Aufl. Berlin: Springer 1924.
2. Flügel, G.: Die Dampfturbinen, Leipzig: J. A. Barth 1931.
3. Zietemann, C.: Berechnung und Konstruktion der Dampfturbinen. Berlin: Springer 1930.
4. Pfleiderer, C.: Dampfturbinen. Hannover: Wissenschaftl. Verlagsanstalt K. G. 1949.
5. Sawyer, R. Tom: The Modern Gas Turbine, 2. Aufl. New York: Prentice-Hall, Inc. 1947.
6. Adams, H. T.: Elements of internal combustion turbine theory. Cambridge: Univ. Press 1949.
7. Friedrich, R.: Gasturbinen mit Gleichdruckverbrennung. Karlsruhe 1949.
8. Vincent, E. T.: The theory and design of gas turbines and jet engines. New York Toronto — London: Mc Graw-Hill Book Co. 1950.
9. Oehler, E.: Grundzüge der Berechnung und des Baues von Dampfturbinen. Leipzig 1942.
10. Loschge-Schnakig: Konstruktionen aus dem Dampfturbinenbau. Berlin: Springer 1938. 2. Aufl. i. Vorb.
11. Kraft, E. A.: Die neuzeitliche Dampfturbine. Berlin 1926.
12. —: Amerikas Dampfturbinenbau. Berlin 1927.
13. —: Die Dampfturbine im Betriebe, 2. Aufl. Berlin / Göttingen / Heidelberg: Springer 1952.

14. KARRASS, G.: Die Bauteile der Dampfturbinen. Berlin: Springer 1927.
15. DANNINGER, P.: Dampfturbinen-Regelung. München-Berlin 1934.
16. BAUER, G.: Der Schiffsmaschinenbau I. München-Berlin 1923.
17. —: Der Schiffsmaschinenbau II. München-Berlin 1927.
18. BAER, H.: Dampfturbinen und Turbokompressoren. Leipzig 1924.
19. BELLUZO, G.: Steam Turbines. London: Ch. Griffin 1926.
20. CHURCH, E. F.: Steam Turbines. New York: McGraw-Hill 1928.
21. MOYER, J.: Steam Turbines. New York: J. Wiley 1924.
22. MUSIL, L.: Die Gesamtplanung von Dampfkraftwerken, 2. Aufl. Berlin / Göttingen / Heidelberg: Springer 1948.
23. VDI-Dampfturbinen-Regeln: DIN 1943. Berlin: VDI-Verlag 1943.
24. KOCH, W.: Wirkungsgradfragen des Dampfturbinenbaues, Essen: Vorträge des Hauses der Technik, Nr. 491.
25. RKW Auslandsdienst, Heft 8, Amerikanische Kraftwerke, München: Hauser 1952.
26. KRUSCHIK, J.: Die Gasturbine. Wien: Springer 1952.

III. Pumpen und Verdichter.

1. PFLEIDERER, C.: Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase, 3. Aufl. Berlin / Göttingen / Heidelberg: Springer 1949.
2. STEPANOFF, A. I.: Centrifugal and axial flow pumps. New York: John Wiley and Sons 1948.
3. NUELL, W. v. d.: Die Kreiselradarbeitsmaschinen. Leipzig und Berlin: B. G. Teubner 1937.
4. SCHULZ, W., u. F. PUNGA: Unterwasserpumpen. Berlin: VDI-Verlag 1944.
5. QUANTZ, L.: Kreiselpumpen, 4. Aufl. Leipzig: M. Jänecke 1941.
6. ECK, B.: Ventilatoren, 2. Aufl. Berlin / Göttingen / Heidelberg: Springer 1952.
7. The American Society of Mechanical Engineers. New York 18: Transactions.
8. Inst. Mech. Engin. London SW 1: Proceedings.
9. GRÜN, K.: Dampfkessel-Speisepumpen, Wien: Springer 1934.
10. ECK-KEARTON: Turbo-Gebläse und Turbo-Kompressoren. Berlin: Springer 1929.
11. KELLER, C.: Axialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie. Zürich: Gebr. Leemann 1934.
12. SCHULZ, E.: Turbokompressoren und Turbogebläse. Berlin: Springer 1931.
13. OSTERTAG, P.: Theorie und Konstruktion der Kolben- und Turbokompressoren, 3. Aufl. Berlin: Springer 1923.
14. WIESMANN, E.: Die Ventilatoren, 2. Aufl. Berlin: Springer 1930.
15. VDI-Kreiselpumpenregeln, DIN 1944. Berlin: VDI-Verlag 1952.
16. Regeln für Abnahmeversuche und Leistungsversuche an Verdichtern, DIN 1945. Berlin: VDI-Verlag 1934.
17. Lilienthal-Ges.: Verdichter für L-Triebwerke, Tagung in Heidenheim, Oktober 1943, Bericht 171.
18. RITTER, C.: Flüssigkeitspumpen, 3. Aufl. Leipzig: M. Jänecke 1942.
19. —: Selbstsaugende Kreiselpumpen. Leipzig 1930.

IV. Gemeinsames Schrifttum für alle Arten von Strömungsmaschinen.

1. WEINIG, F.: Die Strömung um die Schaufeln von Turbomaschinen. Leipzig: A. Barth 1935.
2. SPANNHAKE, W.: Kreiselräder als Pumpen und Turbinen, Bd. 1, Grundlagen und Grundzüge. Berlin: Springer 1931.
3. WISLICENUS, G. F.: Fluid Mechanics of Turbomachinery. New York-London: McGraw-Hill Book Comp. Inc. 1947.
4. Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen, I. bis IV. Lieferung, München-Berlin 1921.
5. Hydromechanische Probleme des Schiffsantriebs, Vorträge, Teil I, Herausgegeben von G. KEMPF und E. FOERSTER, Hamburg: Selbstverlag der Freunde und Förderer der Hamburgischen Schiffbau-Versuchsanstalt, 1932.

6. dgl. Teil II, Herausgegeben von G. KEMPF, München und Berlin: R. Oldenbourg 1940.
7. SCHÄFER, H.: Kreiselmaschinen, Einführung. Berlin: Springer 1930.
8. Hydraulische Probleme, Herausgegeben vom VDI. Berlin: VDI-Verlag 1926.
9. BIEZENO-GRAMMEL: Technische Dynamik, 2. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1952.
10. v. MISES: Theorie der Wasserräder. Leipzig 1908.
11. KUCHARSKI: Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit. München und Berlin 1918.
12. ECK, B.: Technische Strömungslehre, 3. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1949.
13. Mitteilungen des hydraulischen Institutes der Technischen Hochschule München, München und Berlin: R. Oldenbourg.
14. Hütte, des Ingenieurs Taschenbuch, Bd. I und II, 27. Aufl. Berlin: W. Ernst und Sohn 1944.
15. Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Bd. I und II, 11. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1952.
16. Escher Wyss-Mitteilungen, Escher Wyss Masch.-Fabrik, GmbH., Zürich oder Ravensburg.
17. BBC-Nachrichten, Brown, Boveri & Co., A. G., Mannheim, oder Baden/Schweiz.
18. BETZ, A.: Festschrift zum 60. Geburtstag, MPG-Dokumentationsstelle, Göttingen, — St. 50/102 — 150 6. 50.
19. TRAUPEL, W.: Neue allgemeine Theorie der mehrstufigen axialen Turbomaschine. Zürich: Gebr. Leemann 1942.
20. IV. Weltkraftkonferenz London 1950. Deutsche Übersetzung von Einzelberichten bei Archiv f. Energiewirtschaft Berlin-Friedenau, Sponholzstr. 42.
21. N. A. C. A. Report Nr. 824 (1945) Washington.
22. Voith-Werbeschrift Nr. 1165 Das Versuchswesen der Maschinenfabrik J. M. Voith.
23. SCHLICHTING, H.: Grenzschicht-Theorie. Karlsruhe: G. Braun 1951.
24. SAUER, R.: Einführung in die theoretische Gasdynamik, 2. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1951.

V. Dissertationen und sonstige Einzelschriften.
(nicht Zeitschriftenaufsätze).

1. SCHULZ, W.: Das Förderhöhenverhältnis der Kreiselpumpen für die ideale und wirkliche Flüssigkeit. VDI-Forschungsheft Nr. 307 oder Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1928.
2. SCHROEDER, E.: Das Förderhöhenverhältnis einer radialen Kreiselpumpe. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1933.
3. HAGMEYER, E.: Messungen des Druckverlaufs über Lauf- und Leitschaufel usw. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1932.
4. KRUMNOW, W.: Untersuchungen an der Kreiselpumpe usw. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1934.
5. NUELL, W. v. d.: Untersuchungen am umlaufenden Kreiselpumpenrad usw. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1935.
6. SIEBRECHT, W.: Beitrag zur Regelung der Kreiselpumpen usw. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig, 1921, oder VDI-Forschungsheft 321.
7. HANSEN, O.: Untersuchungen über den Einfluß des endlichen Schaufelabstandes in radialen Kreiselrädern. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1936.
8. SCHRADER, H.: Messungen an Leitschaufeln von Kreiselpumpen. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1939.
9. PFLEIDERER, C.: Vorausbestimmung der Kennlinien schnelläufiger Kreiselpumpen. Berlin: VDI-Verlag 1938.
10. PFLEIDERER-GRÄGER: Radial auswärts beaufschlagte Kreiselpumpen mit kleiner radialer Erstreckung der Laufschaufeln. Forschungsbericht Nr. 1826 der deutschen Luftfahrtforschung 1943.

11. PFLEIDERER-WEINRICH: Der Einfluß der Rohrführung vor und hinter dem Lader auf die Pumpstöße. Forschungsbericht Nr. 1935/1 der deutschen Luftfahrtforschung 1944.
12. —THUSS: Einige Regeln für die Ausbildung von Ladern großer Förderhöhe. Forschungsbericht Nr. 1981 der deutschen Luftfahrtforschung 1944.
13. DZIALLAS, R.: Untersuchungen an einer Kreiselpumpe mit labiler Kennlinie. Berlin: VDI-Verlag 1940, Habilitationsschrift Techn. Hochsch. Braunschweig.
14. WEINRICH, H.: Untersuchungen über die Pumpschwingungen von Kreiselverdichtern. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1949.
15. KORBACHER, G.: Strömungs- und Druckverhältnisse hinter einem Turbinenleitrad mit geraden und verwundenen Schaufeln. Forschungsbericht Nr. 1816 der deutschen Luftfahrtforschung und Dissertation Braunschweig 1943.
16. ECKERT, E., u. G. KORBACHER: Ausmessung der Strömung in einer einstufigen Druckluft-Modell-Turbine. Forschungsbericht Nr. 2155 der deutschen Luftfahrtforschung.
17. — —: Die Strömung durch Axialturbinenstufen von großer Schaufelhöhe. Forschungsbericht Nr. 1750 der deutschen Luftfahrtforschung.
18. GREIF, R.: Schwingungsuntersuchungen an Laderlaufrädern. Deutsche Luftfahrtforschung. Mitteilungen Nr. 7201.
19. STANISIC, M.: Freie Schwingungen von Dampfturbinenschaufeln usw. Dissertation, Techn. Hochsch. Hannover 1949.
20. MELDAU, E.: Drallströmung im Drehhohlraum. Dissertation Techn. Hochsch. Hannover 1935.
21. FRIEDRICH, H.: Strömungsmechanik einer Dampfturbinenstufe bei wechselnden Betriebszuständen. Habilitationsschrift, Techn. Hochsch. Karlsruhe 1946.
22. KRANZ, H.: Strömungen durch Spiralgehäuse von Wasserturbinen und Kreiselpumpen. Dissertation Techn. Hochsch. Hannover 1934 oder VDI-Forschungsheft Nr. 370.
23. BROER, F.: Strömung im Pumpenspiralgehäuse. Dissertation Techn. Hochsch. Hannover 1939.
24. PETERMANN, H.: Untersuchungen am Zentripetalrad für Kreiselverdichter. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1949, Auszug in Forschung 17 (1951) S. 51/59.
25. KRETSCHMER, R.: Das Breitenverhältnis radialer Pumpenschaufeln mit kleiner radialer Erstreckung. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1950.
26. THUSS, W.: Der Einfluß der Laufradform auf Förderhöhe, Schluckfähigkeit und Wirkungsgrad eines Kreiselpumpenlaufrades mit radial endigenden Schaufeln. Dissertation Techn. Hochsch. Braunschweig 1946.
27. MÜHLEMANN, E.: Experimentelle Untersuchungen einer axialen Gebläsestufe. Mittlg. a. d. Inst. f. Aerodynamik, Zürich, 1946 Nr. 12.
28. HASSAN, M. J.: Der Einfluß der Schaufelzahl des Laufrades auf den Wirkungsgrad bei Kreiselradmaschinen. Mittlg. a. d. Inst. f. Hydraulik usw. a. d. Techn. Hochsch. Zürich, (Prof. R. Dubs) Nr. 2, Zürich: Gebr. Leemann & Co. 1946.
29. FRIEDRICH, R.: Vergleich verschiedener Bauarten von Axialverdichtern. Dissertation Techn. Hochsch. Hannover 1949.
30. OENALP, H. TASHIN: Das Ellipsengesetz in der Berechnung von Dampf- und Gasturbinen. Dissertation Techn. Hochsch. Zürich 1948.
31. RASHED, MOH. I. I.: Die Druckschwankungen in einer Zentrifugalpumpe usw. Dissertation Techn. Hochsch. Zürich: Verlag Leemann 1950.
32. Mitt. Inst. f. Aerodynamik, T. H. Zürich. Verlag Leemann Zürich. Nr. 4 FELDMANN, F. K.: Untersuchungen von symmetrischen Tragflügelprofilen bei hohen Unterschallgeschwindigkeiten usw.
33. Mitt. Max-Planck-Inst. für Strömungsforschung, Göttingen. Nr. 2 HIMMELSKAMP, H.: Profiluntersuchungen an einem umlaufenden Propeller. Nr. 4 FRÖSSEL, W.: Experimentelle Untersuchungen der kompressiblen Strömung an und in der Nähe einer gewölbten Wand.
34. POLLMANN, E.: Versuche an 5 Axialgebläse-Laufrädern hoher Druckziffer usw. Techn. Hochsch. Braunschweig 1952.

Sachverzeichnis.